

Level set-CIP 法を用いた数値風洞水槽の開発

水谷夏樹¹

本研究は, 風による波・流れの発達過程を明らかにするために, Level set-CIP 法を用いた数値風洞水槽の開発を行ったものである。静止水面に十分に発達した気流乱流を与えて計算を行った結果, 水面に波長 3~5 cm 程度のリップルが発生し, 内部流速場の結果から, それらが波動ではなく風波のごく初期に発生する渦列に伴う水面変動であることが確認できた。これらの結果は既往の実験結果と定性的に一致するものであり, 本計算モデルの妥当性を示すことができた。また, リップルの発生過程における水面形と気圧・水圧分布の特性との関係についても示すことができ, 今後の運動量輸送過程の解明につながる結果を得ることができた。

1. 緒 言

風による波や流れの発達には, 波浪推算や海洋流れの問題ばかりでなく, 海洋表層における炭酸ガスの交換など表層乱流に起因する多岐な問題に関係する。しかし, 運動量輸送一つを取っても完全に理解されているとは言えず, 強風下の砕波など複雑な現象を伴うことから, その完全な解明には今後の研究成果を待たなければならない。

従来の風と波・流れについての研究は, 実験室内における研究が主体であり, 一様風速による定常状態を対象とする場合が多い。その中でも実験室と実海域とのスケール効果の問題は大きく, これらを定量的に評価することはほとんど行われていないのが現状である。

本研究は, これを解決する方法としてスケールに依存しない数値風洞水槽の開発を行い, 実験では計測できない諸量の定量化を目標とする。数値計算による風洞水槽の構築は, 陸田ら (1998) が C-CUP 法 (Yabe・Wang, 1991) にダイナミック LES を組み合わせて風波砕波による気泡の取り込みを再現しており, 山本ら (2002) は MARS 法を用いて非常にシャープに自由水面を追跡しつつ DNS による風波の発生過程の再現を行っている。また, 阿部ら (2004) は, 陸田ら (1998) と同様に C-CUP 法を用いて風波発生過程の DNS 計算を行っている。

以上のような研究を概観すると, LES を用いる場合は, その特徴を生かして比較的大きめのグリッドサイズを用いた計算が行われており, 結果としてグリッドサイズの数倍に及ぶ界面付近の密度変化が問題となる。一方, DNS による計算はレイノルズ数による条件を満足するべく非常に小さなグリッドが用いられているが, 計算容量が飛躍的に増大することから, 全体の計算領域は小さく, 吹送距離を十分に確保することができない。現在の計算機の能力的な問題から, 3 次元 DNS による計算で, 長距離の吹送距離を確保することは実質的に不可能であ

り, 何らかの要素を無視しなければ風波の発達を数値的に模擬することはできない。

そこで本研究では, 開発の初期段階として, 断面 2 次元計算とすることで実験室スケールの風波の再現計算を行う。界面の捕獲に Level set 法を用いると共に, LES を組み込むことで発達した気流乱流場下における風波の初期の発達過程について再現計算を行う。

2. 数値計算手法の概要

(1) 基礎方程式

基礎方程式は, 2 次元圧縮性流体に対する質量保存式, Navier-Stokes 方程式, 圧力方程式で構成され, Navier-Stokes 方程式には, 表面張力項と LES による SGS 付加項を含む。

なお, 風波の発生に伴う流体 (気流・水流) の 3 次元性については, 本研究では吹送距離の確保を優先して断面 2 次元計算としたため, 気流の 3 次元乱れや風波の発生時における波動場の 3 次元性などは無視される。

(2) アルゴリズム

差分法は, 移流項に CIP 法, 拡散項に中心差分, 時間項に前進差分を用いた。また, LES 乱流モデルには, Smagorinsky モデルを採用し, 圧力項の反復解法には, 三角対角近似因子分解前処理付共役勾配法を用いた。

(3) Level set 法

自由表面の捕獲には, Level set 法を用いた。気液界面をゼロとした距離関数である ϕ を移流方程式によって移流させ, 気液界面から気液各層に向かってメッシュサイズの 1.5 倍 (気液両層で 3.0 倍) の幅で密度が連続的になるように与えた。これにより, 距離関数が拡散によってその性質を保てない状態になっても気液界面の幅は最大でメッシュサイズの 3 倍に収まることになる。また, Level set 法では距離関数の性質を保つために, 距離関数の再初期化を行うが, 本研究では Sussman ら (1999) の方法と姫野 (2001) の方法を組み合わせて手法の改善を行った。

姫野 (2001) は、再初期化に際して次式を解くため、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + S(\phi) \frac{\nabla \phi}{|\nabla \phi|} \cdot \nabla \phi = S(\phi) \dots \dots \dots (1)$$

対流項の計算に CIP 法を用いた。この時、界面により近い方を上流側として、一方向に秩序立てて情報の再初期化を行うと、再初期化に要する時間を短縮出来るとしている。しかし距離関数を定義する際、ダムブレイクの角部や円形気泡の中心になる部分など、界面からの方向性が定まらない特異点となる部分では、対流項における法線方向ベクトルの定義が行えず、計算中に発散が生じた。

一方、Sussman ら (1999) は、(1) 式を用いるものの、対流項の法線方向ベクトルの差分形式に特異点を挟まず、移流方向別に片側差分することでこの問題を回避している。

本研究では、対流項の計算に CIP 法を用いて高速化を行いつつ、特異点回避を行うことで効率的な再初期化法の改善を行った。

(4) 計算条件

計算条件は、本学で所有する実験風洞水槽をモデルケースとし、全長 2.0 m (グリッド数 500)、気流部の高さ 0.25 m (同 125)、水深 0.65 m (同 325) とした。ここで水平および鉛直方向のグリッドサイズは、それぞれ $dx=0.004$ m, $dy=0.002$ m の非等方グリッドとした。境界条件としては、気流部の上流端と下流端とで周期境界条件とし、静水面下については上流端、下流端ともに不透過、ノンスリップ条件とした。従来の研究では水面下にも周期境界条件を課して風波の計算を行う場合が一般的であるが、その場合、吹送距離の定義が曖昧になり、実験値と比較することが困難になるため、本研究では不透過条件を課した。また気流部の天井および水流部の底面についても不透過・ノンスリップ条件とした。

次に初期条件であるが、水面上に乱流を含む気流を与える場合、適切な乱流成分を含んだ風速条件を与えなければならない。これには実験値を与えることが理想的だが、計算領域全体に渡ってこれを与えることは難しかったため、本研究では底面に凸形状 (幅 8 mm × 高さ 10 mm) の突起を 3 列配したチャンネル風洞において全域一様に 5 m/s の気流を与え、十分に発達した気流乱流を生成し、それを静止した水面に与えることで乱流状態の気流下での波・流れの発達計算を行った。

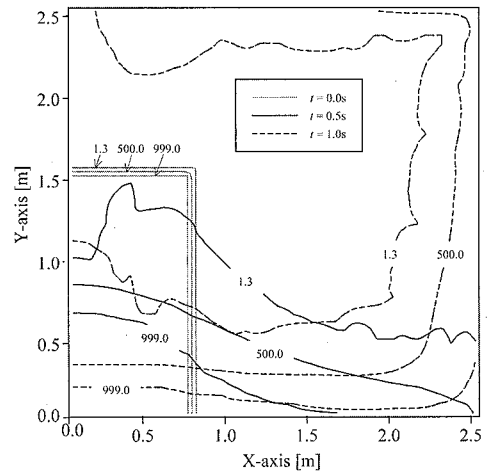
3. 計算結果と考察

(1) ダムブレイク問題による検証

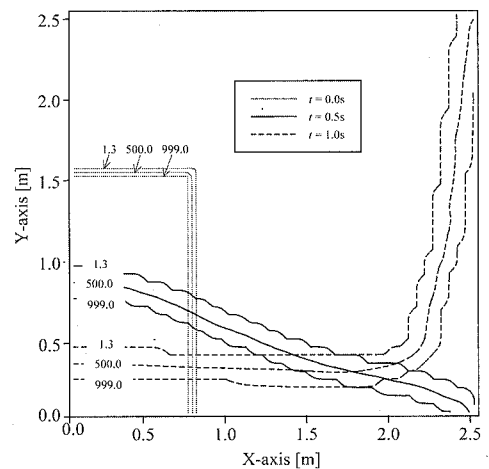
Level set 法による界面の捕獲について検証するため、ダムブレイク問題について密度関数を用いた C-CUP 法と Level set 法による結果の比較・検証を行った。

風波の発達計算は、界面を挟んで気流と水流の間に大きなせん断力が作用する。必然的に界面を挟んだ水平流

速の鉛直勾配は大きくなり、それが原因となって密度関数や距離関数の拡散が生じる。ダムブレイク問題においても界面に対する接線方向流速の法線方向勾配が大きくなることから、密度関数の拡散状況を確認するには適した問題と言える。図-1 の (a) と (b) を比較すると、空気と水の密度の中間値 ($\rho=500$ kg/m³) における気液界面の位置は、 $t=0.5$ s, $t=1.0$ s とともに大きな差はない。気液界面先端位置の時間変化は従来の研究結果 (Martin・Moyce, 1952) で示されたものと同一であり、本計算結果に問題はない。しかしながら、密度関数を用いた計算結果では、 $\rho=500$ kg/m³ の界面の周りに中間の密度を持った流体がかなりの領域で拡散しており、中間流



(a) 密度関数法による計算結果



(b) Level set 法による計算結果

図-1 ダムブレイクの計算結果の比較
(コンターの数字は密度 ρ の値 [kg/m³] を示す)

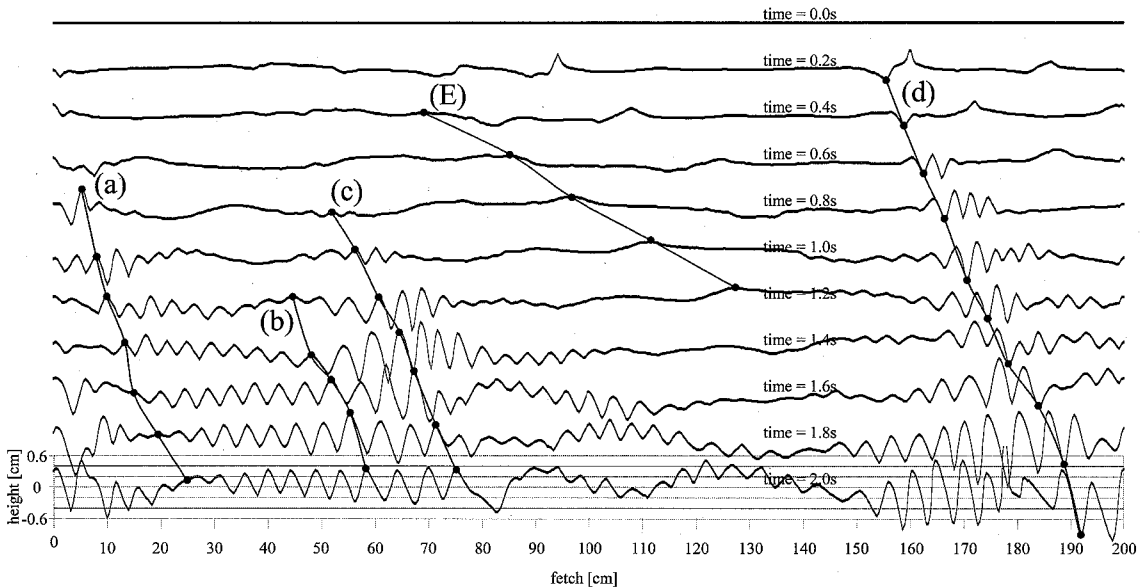


図-2 水面変動の時空間変化と特徴的な波形の軌跡

体による非現実的な浮力が生じて正確な計算を行うことはできない。Level set 法を用いた結果は、常に再初期化されるゼロ線を基準に物質の密度が割り当てられるため、密度が拡散することはない、前述したように最大3メッシュの幅で気液界面が存在することになる。

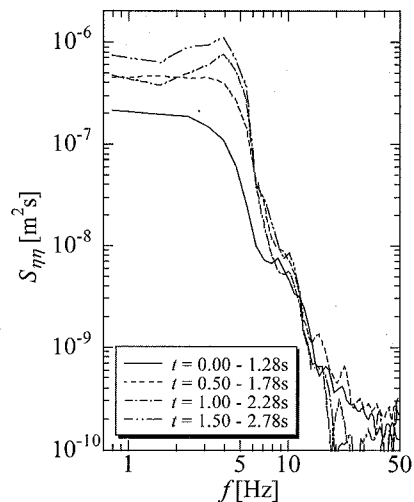
(2) 風波発達の初期に現れるリップル

発達した気流乱流を生成し、それを静止水面に与えて気液界面の時間発展計算を行った。

図-2は、計算開始から2秒後までの計算領域全体の水面変動の発達過程を0.2秒ごとに示したものである。図では鉛直方向のスケールが水平方向に比べて10倍となっていることに注意されたい。また、図中には代表的な部分の軌跡(a~dおよびE)を示している。

初期条件として与えた気流分布において局所的に大規模渦が発生しており、渦に伴って気圧の低下が見られた。低気圧部では計算開始直後から水面が吸い上げられて上に突な部分が形成され、それらが重力波として比較的速度で伝播している。(E)の伝播速度は軌跡から0.75 m/sと計算できるが、これは波長36 cm程度の線形波の波速と同程度となる。一方、 $t=0.6$ s程度から、軌跡(d)に沿ってリップルが発生し始め、 $t=0.8$ sには軌跡(a)や(c)にも現れ、それらが時間と共に計算領域全体に渡って広がっている。発生初期のリップルの波長は3~5 cm程度であり、表面張力-重力波で最も遅い波速(23 cm/s)の波の波長(1.7 cm)よりも長い(Crapper, 1984)。

図-3に、吹送距離 $F=0.5$ mにおける水面変位の周波数スペクトルの時間変化を示す。データのサンプリング

図-3 水面変位のスペクトルの時間変化 ($F=0.5$ m)

間隔は $\Delta t=0.01$ s, 1セットのデータ数は各128個を用いてそれぞれのスペクトルを求めている。 $t=1.00-2.28$ s以降のスペクトルの変化から、4 Hzに明瞭なピークが現れており、時間と共に発達していることが分かる。

次に図-2で示した特徴的なリップルの波形の軌跡(a)~(d)から求めた平均的な波速を図-4に示す。いずれの波速も最も遅い表面張力-重力波の波速(23 cm/s)より更に遅い。しかしながら、 $t=2.0$ sの時点での吹送距離に対しては、ほぼ線形関係を示しており、これらの波速が吹送距離の増大と共に発達するという特性を有し

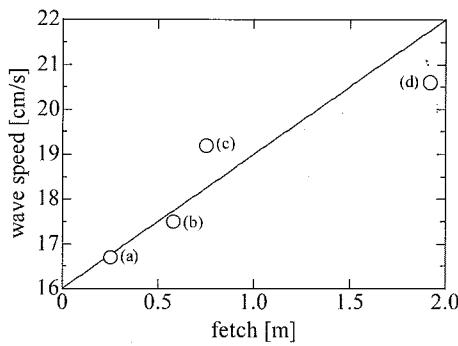


図-4 波形の軌跡から求めた平均波速

ている。

これらの図-2~4を通して考えると、図-3に現れる4Hzのピークは、図-2で示された波長3~5cm程度のリップルが波速17~18cm/sで伝播しているものであると推察でき、このリップルが最も遅い表面張力-重力波より、更に遅い伝播速度を有していることが分かった。

(3) リップルの内部構造について

ここでは、先に示されたリップルの内部構造などについて検討を行う。

図-5は、吹送距離 $F=0.5\sim0.7$ mにおける $t=0.8\sim1.4$ sのリップルが発生する過程の液層側内部流速場の時空間変化である。内部流速場を見ると、水表面近傍に速い吹送流が現れている。 $t=1.0$ sからわずかに水面変動が現れ、水面下の流速場も波頂部の直下ではわずかに上昇する流れが発生している。 $t=1.2$ sでは、波の谷部の直下より風上側にそれぞれのリップルに対応した渦が現れ、 $t=1.4$ sでは図中の全てのリップルに対

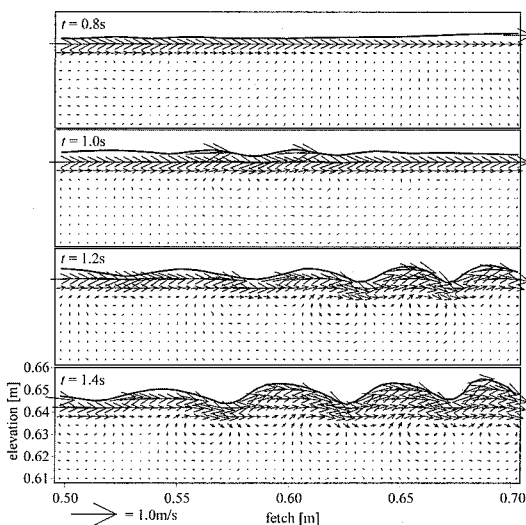


図-5 リップルの発生過程における水面形と内部流速場の時間変化

応して渦が列を成して現れているのが分かる。内部の流速場は渦列のまま発達しており、波動特有の流速場にはなっていない。

Kawai (1979) は、風洞水槽を用いて初期に発達する風波について検討を行っているが、静止した水面に突然風を作用させた場合、最初に長い波長の規則波が発生し、その後、短い波長の不規則波が発生することを示している。

本研究において計算されたリップルについては、Kawai (1979) の実験で確認された‘長い波長の規則波’と考えられ、これが渦列に伴う水面変動であると推察される。また、表面張力-重力波との伝播速度の差異についても、渦列に伴う水面変動であると考えれば、これらのリップルが自由波として伝播していないことによるものと考えられる。しかし、本研究で現れた渦列はこの後も容易には崩壊しない。これについては計算そのものが断面2次元であることから、渦の崩壊に至らないものと思われ、実際の3次元現象とは異なる結果となった。

次にリップルの発生過程における圧力変動について検討した。図-6は、図-5に対応したリップルの発生過程における水面付近の圧力分布を示したものである。水面付近の気圧の変化はわずかであるため、各図中における最低気圧を基準に30 Pa増加するまでを表示している。図中の白い実線は水面を示しており、 $t=0.8$ sの図ではほとんど水面が変動していないことから、気圧分布も空間的にほとんど変化がない。 $t=1.0$ sでは、水面にわずかな凹凸が生じ、それに伴って気圧分布にも変化が生じている。この図において最低気圧を示しているのは、波の

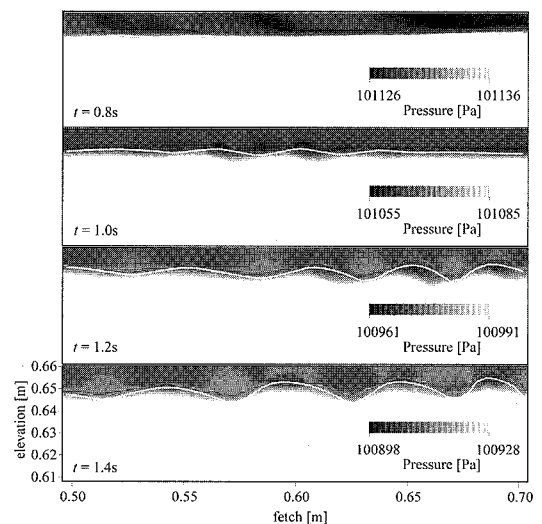


図-6 リップルの発生過程における水面付近の圧力分布

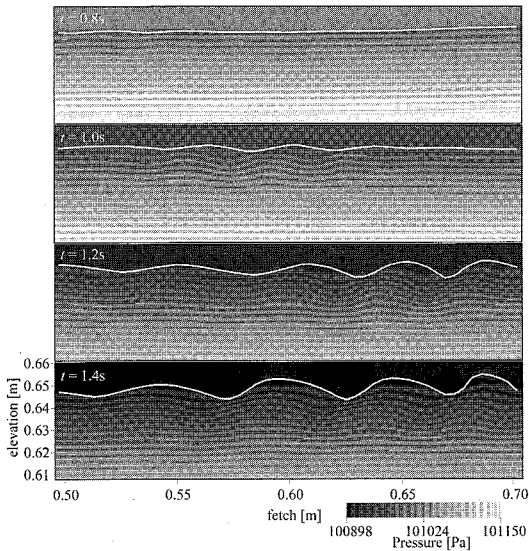


図-7 リップルの発生過程における水圧分布

頂部に位置する部分であり、谷部では頂部に比べて気圧は高い。 $t=1.2, 1.4$ s の図においては、水面の発達と共に気圧の変動も顕著になり、波頂部と谷部では最大で 10 Pa もの圧力差が生じている。

図-7 には、気圧分布に対応した水面下の水圧分布を示す。リップルの発生時より、水面の位相とは逆位相で水圧分布が形成されている。波頂部における水面近傍の圧力は谷部のそれよりも低く、気圧の低下に伴って水面が吸い上げられていることが示唆されている。このような水面と逆位相の水圧の変動が生じている水深は、図-5 において渦列が生じている範囲であり、それ以深においては静止水面に対する静水圧分布となっている。

以上のように、静止水面に風を吹かせた場合、風波の発達の初期過程において発生するリップルを数値計算上で再現することができた。図-8 に示すように、これらのリップルは水面のすぐ下に比較的速い吹送流が分布し、それぞれの波面が渦を伴う水面変動であることが分かっ

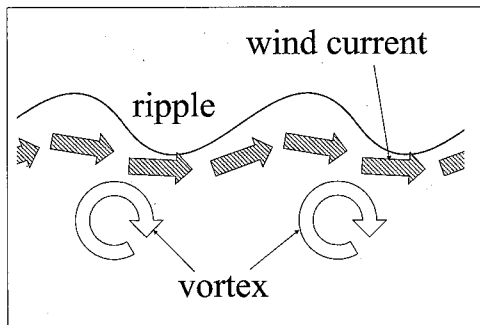


図-8 リップルと渦列の関係

た。また内部流速の分布から、これらのリップルは明確に波動とは言えない状態であり、伝播速度において波動場の理論値とは異なる結果になったものと推察された。

4. 結 語

本研究では、風波の発達過程における様々な物理量の定量化を目指し、断面 2 次元ではあるが Level set-CIP 法を用いて数値風洞水槽の構築を行った。

本研究で得られた結論を以下に示す。

- (1) 静止水面に風を吹かせ始めた時に発生するリップルについては、渦列に伴う水面変動であると考えられ、自由波として伝播していないことが分かった。
- (2) リップルの発生過程における水面形と気圧・水圧分布の時空間特性との関係を明らかにすることができた。

今後の課題として、3 次元スキームへの移行が必要であると考えられるが、計算コストの増大によって、吹送距離が確保できないなど相反する問題もあり、可視化実験などによって現象の確認を進めながら実行していきたいと考えている。

謝辞：本研究を行うにあたって、有益な助言を頂いた大阪市立大学の森 信人氏には感謝の意を表する。また、本研究は大阪産業大学産業研究所分野別研究員組織の援助を受けた。ここに記して謝意を表する。

参 考 文 献

- 阿部陽介・高橋桂子・渡邊智彦・佐藤哲也(2004)：C-CUP 法を用いた気液界面における運動量輸送量の評価－大気海洋界面での交換物理量の評価に向けて－，ながれ，23，pp. 395-407。
- 姫野武洋(2001)：低重力環境における気液二相熱流動の研究，東京大学博士学位論文 p. 204。
- 陸田秀実・河合ひろみ・安田孝志(1998)：C-CUP 法による気液界面の直接数値計算，海岸工学論文集，第 45 巻，pp. 55-59。
- 山本義暢・功刀資彰・佐竹信一(2002)：気液せん断乱流場における界面近傍の乱流特性の直接数値計算，第 16 回数値流体力学シンポジウム講演論文集，E13-3，CD-ROM。
- Crapper, G.D.(1984)：Introduction to water waves, Ellis Horwood Ltd., p. 224。
- Kawai, S.(1979)：Generation of initial wavelets by instability of a coupled shear flow and their evolution to wind waves, J. Fluid Mech., Vol.93, Part 4, pp. 661-703。
- Martin, J.C. and W.J. Moyce(1952)：An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Phil. Trans. Roy. Soc. London A, Vol.244, pp. 312-324。
- Sussman M.M., A.S. Almgren, J.B. Bell, P. Colella, L.H. Howell, and M. Welcome (1999)：An Adaptive Level Set Approach for Incompressible Two-Phase Flows, LBNL Report LBNL-40327, J. Comp. Phys., 148, pp. 81-124。
- Yabe, T. and P. Wang (1991)：Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, J. Phys. Soc. Jpn., Vol.60, No.7, pp. 2105-2108。