

適応格子を利用した沿岸域での高精度シミュレーションの実現

古山彰一¹・堀達明²・作道真紀³・青木伸一⁴

本研究では、沿岸域における複雑地形を考慮しつつ高精度な数値シミュレーションを実現するために適応格子法を用いた計算手法を検討した。この中で、富山県射水市内を流れる内川水路の水位と浜名湖における水位を対象とし、最小格子サイズを数メートルとしながらも比較的沖合いのエリアでは粗い格子を生成することで格子数を大幅に削減しつつ高精度な数値シミュレーションを実現した。また実際に現地調査結果との比較・検討も行ない適応格子法の有意性を示すこともできた。特に浜名湖においては、動的に陸域形状が変動する干潟モデルを本手法に取り込む事で、より実現象に近い数値シミュレーションを実現した。

1. はじめに

沿岸海域の流動場を数値シミュレーションにより解析する場合、計算対象スケールに対して相対的に微細な人工構造物などを詳細に取り込んだ数値モデルを考える必要がある。例えば浜名湖は総面積 65 km² を有する湖であるが、有田・青木(2004)によると 200 m 幅の海洋との接続部において、壁面固定化工事や導流堤の設置を行なうことにより内湾の水環境が大きく変化したといわれており、さらに後藤(2004)によってこのような変化が漁獲高にも大きなインパクトを与えている事が示されている。また、高潮や津波に関する防災を考えた場合に数値シミュレーションは有効な手段ではあるが、沿岸域における細い水路や複雑な地形を考慮する事が災害範囲を詳細に予測するためには無視できない。さらに、数百 m 規模の河口域から数 m 規模の水路までを連続的に考慮する必要があるため、効率の良い数値計算を行なう事は容易ではない。このような背景のもとで、沿岸域における高精度な数値シミュレーションは有限要素法が複雑形状を再現する部分で優れた手法でありこれまで幅広く利用されてきた(例えば Kashiya ら, 1997 など)。しかしながら、有限差分法などと比較すると、格子数が同じであれば比較的計算コストが高い手法であり、予測や長期シミュレーションを考えた場合には並列計算をはじめとする大規模化が不可欠で複雑な要素が付加されることとなる。

そこで本研究では、計算コストが比較的低い有限体積法や差分法などをベースとし、効率の良いグリッド生成を行なうことでこれらの問題に対処する適応格子法を用いて沿岸海域での数値シミュレーションを試みる。適応格子法は Berger ら (1984) が提唱した手法で、物理量

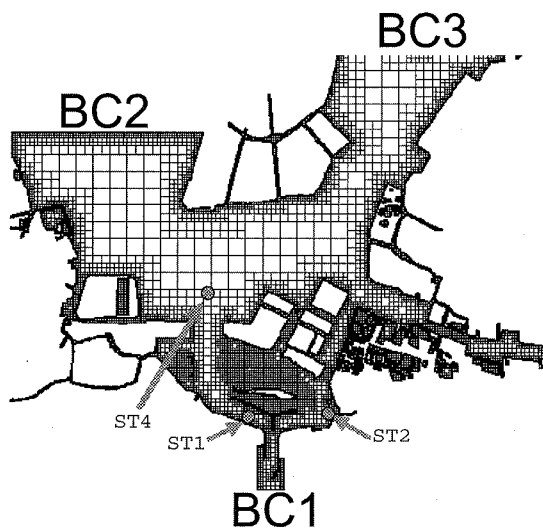


図-1 浜名湖の適応格子図

の勾配や、物体との接触面において計算グリッドを細分化する手法である。図-1 は浜名湖について適応格子を生成したもので、最大グリッドサイズが約 250 m で最小グリッドサイズが約 10 m となっており、陸と接している地域では詳細なグリッドが生成され、比較的沖合いで地形が単調な地域では粗い格子が生成されている様子がわかる。一般的に複雑な地形を有する沿岸海域では、このようなグリッドを用いて計算を行なうことで計算の高精度化と効率化が期待できる。

本研究では、富山県射水市内を流れる内川水路に関する水位と、浜名湖の水位について適応格子法を利用した数値シミュレーションを行ない、現地調査の結果と比較しながらその有効性を検討する。

2. 手 法

(1) セル生成方法

計算領域全体を覆う正方形を Level0 セルとし、その

1 博(情) 富山商船高等専門学校講師情報工学科
2 豊橋技術科学大学エコロジー工学科
3 ソニー EMCS 美濃加茂テック
4 正会員 工博 豊橋技術科学大学教授建設工学科

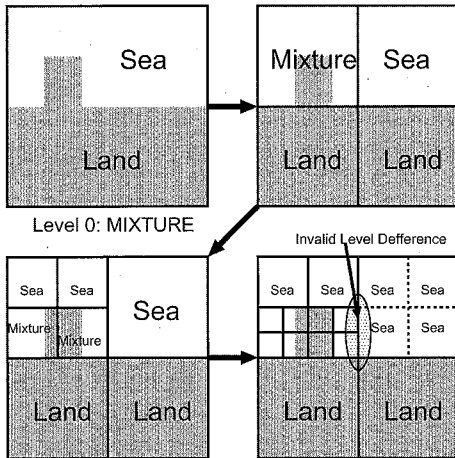
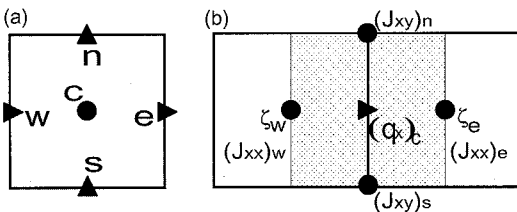


図-2 適応格子の生成方法

図-3 物理量の定義点。(a)は水位 ζ を、(b)は運動量 q_x を計算する場合のコントロールボリュームを表す。

セルを等面積に4分割したそれぞれのセルをLevel1セルとする。さらに再帰的に分割を行ない、設定された細分化レベルまでセルの細分化を行なう。セルは、地図画像データなどから陸域と水域で二値化（黒と白など）したビットマップ画像データから作成する。セル分割の方針は、対象セルが陸域と水域の両方を持っている場合は再分割対象とする。図-2でその概略を示した。まず始めに、計算領域全体を覆うLevel0セルでは、一般的に陸域と水域が混在しているため細分化対象セルとなり、計算領域を4分割する（上段、左図から右図へのプロセス）。新たに生成されたlevel1のセルのうち、左上段のセルのみが陸水域混在セルとなるため、そのセルのみを細分化対象とする。このようにしてセルの細分化を任意の細分化レベルまで再帰的に行なう。セル細分化に関しては、隣接するセルとの細分化レベル差を最大1までと制限するため右下段で楕円で囲んだ様な状況の場合は、隣接する大きい方のセルを再分割する事で、レベル差の条件を満たすこととする（図中、Seaエリアを点線の様に分割する）。

また、生成されたセルのデータに関しては1次元配列を用いてそれらを4分木によって結合し管理を行なう。詳細についてはBorthwickら(2001)に従う。

(2) 数 式

浅水近似に基づく以下の方程式を利用した (Borthwickら, 2001; Falconer, 1994)。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} q_i = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial q_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} J_{ij} + gD \frac{\partial}{\partial x_i} \zeta + S_i = 0 \quad (2)$$

ここで t は時間、 ζ は水位、 g は重力加速度を表し、 q_i は深さ平均での流速を考慮した流束を表す。また、 x_i は各方向の成分を意味し、 $i=1$ の場合は x 方向、 $i=2$ の場合は y 方向を表す。 D は水深と水位の和を表し、 h をその地点の水深とした場合に $D=h+\zeta$ で表される。湧き出し項 S_i は

$$S_i = \epsilon_{ij} f_c q_j - \frac{\tau_{wi}}{\rho} + \frac{\tau_{bi}}{\rho} \quad (3)$$

で定義される。 ϵ_{ij} は、 $(i, j) = (1, 2)$ の時 $\epsilon_{ij} = -1$ 、 $(i, j) = (2, 1)$ の時 $\epsilon_{ij} = 1$ 、 $i=j$ の時 $\epsilon_{ij} = 0$ となる。また、 f_c はコリオリパラメータ、 ρ は水の密度を表す。 τ_{wi} と τ_{bi} はそれぞれ海表面での応力成分、海底での応力成分を表すが、今回の検討では風を考慮に入れなかったため海底での応力成分のみを以下で述べる（ y 方向成分については省略）。

$$\tau_{bx} = \frac{1}{2} \rho C_d U \sqrt{U^2 + V^2} \quad (4)$$

ここで U と V は流速を意味し、 C_d は海底摩擦係数で、 $C_d = 2g/C^2$ で示され、 C はChézy係数を表す。また、 J_{ij} は以下のように表される。

$$J_{ij} = \beta U_j q_i - \bar{v}_i \frac{\partial}{\partial x_j} q_i \quad (5)$$

ここで β は鉛直方向速度のプロファイルに依存する値で、 $\bar{v}_i$ は深度平均での渦動粘性係数を表す。

計算グリッドは図-3(a)で示したようにスタッガード格子を利用し、コントロールボリュームの中心を c 、そこを基準として上下左右方向を n, s, w, e で表す。これらの定義に基づく式(1)は以下のように離散化できる。

$$\zeta_c^{n+1} - \zeta_c^n + \frac{1}{\Delta x} (Q_e - Q_w) + \frac{1}{\Delta y} (Q_n - Q_s) = 0 \quad (6)$$

ここで、

$$Q_w \simeq \frac{\Delta t}{m} \sum_{k=1}^m [(q_x)_w]_k, Q_s \simeq \frac{\Delta t}{m} \sum_{k=1}^m [(q_y)_s]_k \quad (7)$$

である（ Q_e, Q_n は省略）。 k は隣接する格子が一方方向に対し2つある場合（すなわち隣接格子のサイズが半分の場合）にそれぞれの格子の運動量に対するラベルである。このことより隣接格子のサイズが半分の場合は $m=2$ となり、同サイズの場合は $m=1$ となる。

運動量に関する方程式は、水位（ ζ ）を計算する場合とは半格子分ずらして図-3(b)の点線で囲んだ部分をコ

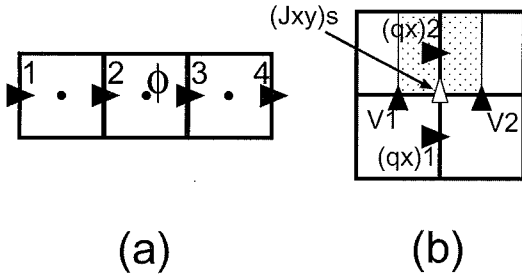


図-4 (a): ϕ の評価に関する運動量との位置関係.
(b): j_{xy} の評価に関する運動量, 速度との位置関係

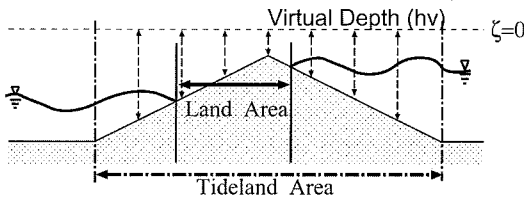


図-5 干潟モデル

ントロールボリュームとした配置で離散化する (q_y は省略).

$$\begin{aligned} & (q_x)_c^{n+1} - (q_x)_c^n \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta x} [(J_{xx})_c^n - (J_{xx})_w^n] + \frac{\Delta t}{\Delta y} [(J_{xy})_c^n - (J_{xy})_s^n] \\ & + \frac{\Delta t}{\Delta x} gD [\zeta_c^n - \zeta_w^n] + \Delta t S_x^n = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで J_{xx} は以下のように表される.

$$J_{xx} = \beta\phi - \tilde{v}_t \left(\frac{(q_x)_3 - (q_x)_2}{\Delta x} \right) \quad (9)$$

式 (9) で q_x に関する下付きの数字は図-4(a)で数字で示した位置と対応している. また ϕ については, 図-4(a)の2の位置での流向により以下のように評価する.

if $U_2 \geq 0$

$$\begin{aligned} \phi &= U_2(q_x)_2 + \frac{1+\gamma}{4} [U_3(q_x)_3 - U_2(q_x)_2] \\ &+ \frac{1-\gamma}{4} [U_2(q_x)_2 - U_1(q_x)_1] \end{aligned} \quad (10)$$

if $U_2 < 0$

$$\begin{aligned} \phi &= U_3(q_x)_3 + \frac{1+\gamma}{4} [U_2(q_x)_2 - U_3(q_x)_3] \\ &+ \frac{1-\gamma}{4} [U_3(q_x)_3 - U_4(q_x)_4] \end{aligned} \quad (11)$$

ここで $\gamma=1/3$ とする事で QUICKEST スキームによって ϕ の値を評価する. また, $(J_{xy})_s$ は以下のように表される.

$$(J_{xy})_s = \frac{1}{4}\beta(V_1 + V_2)[(q_x)_1 + (q_x)_2]$$

表-1 数値計算に利用したパラメータの値

パラメータ	内川水路	浜名湖
f_c	$8.67 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$	$8.26 \times 10^{-6} \text{ s}^{-1}$
$\tilde{v}_t$	$30 \text{ m}^2/\text{s}$	$3 \text{ m}^2/\text{s}$
ρ	$1,025 \text{ kg/m}^3$	
g	9.8 m/s^2	
C_d	0.00784	
C	$50.0 \text{ m}^{1/2}/\text{s}$	
β	1.0	

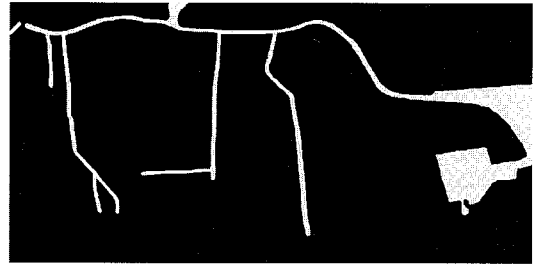


図-6 内川水路で, 陸域を黒, 水域を白で表した地形図

$$-\tilde{v}_t \left(\frac{(q_x)_2 - (q_x)_1}{\Delta y} \right) \quad (12)$$

なお, 式 (12) で利用されている運動量や速度の位置関係は図-4(b)で示したとおりである.

(3) 干潟モデルについて

本研究では, 干潟エリアに仮想的な水深データを付加することにより, 水位により冠水する部分と露出する部分を計算し簡易的な干潟モデルを実現する. 図-5はその模式図である. この中で Tideland Area と示した干潟エリアにおいて仮想的な水深 (h_v) を与える. 水位 ζ の計算を行なった後に, その地点での水深 h_v と水位 ζ との比較を行ない, $|h_v| + \zeta < 0$ となった場合にその地点を陸域とみなし (図中, Land Area), 次タイムステップではその地点の境界条件を陸域と同じ取り扱いとする. なお, 干潟域での水深は, 仮想的に中央部を浅くし周辺部で深くすることにより, ある地点で干潟の露出が起きた場合に, その地点から干潟部の最も浅い地点までの間も同様に干潟が露出することとする. このような水深データを与える事により, 干潟の冠水は干潟地域の周辺から徐々に中心部に向かって起こり, 露出の場合は干潟中央部から周辺に広がっていく事を仮定する.

3. 結 果

適応格子法を用いる事により, 富山県射水市内を流れる内川水路と, 静岡県浜名湖について数値計算を行なった. 両計算に必要なパラメータを表-1のように設定した.

(1) 内川水路の潮位シミュレーション

内川水路は, 富山県射水市内を流れる幅数メートルの

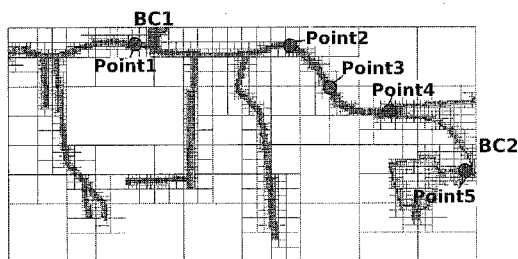


図-7 図-6を基に作成した内川水路の適応格子図

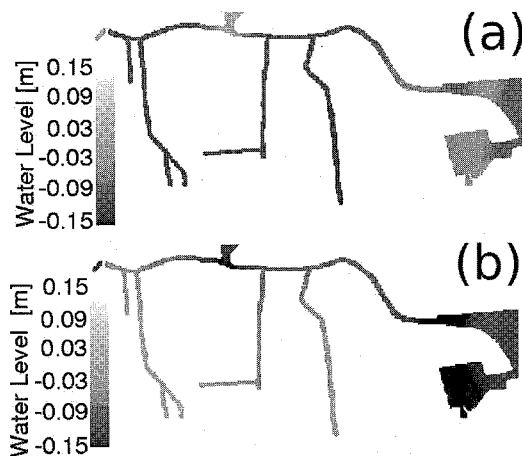


図-8 内川水路における水位シミュレーションの結果。(a)は満潮時の水位、(b)は干潮時の水位で、明暗は水位の高低を表している。

水路で、東西方向に約3kmの長さを持ち、北側と東側が海に接続している。2004年8月から9月にかけて高潮による冠水被害が発生しており、本水域での詳細な水位変動の傾向を知る事は今後の防災を考える上で非常に重要な課題である。

図-6は、内川水路周辺の陸地部分を黒色で表し、水路部分を白色で表したものである。図中、上部と右部が海に接続されており、そこから潮汐の影響を受ける。この画像をもとに作成した適応格子図が図-7である。総格子点数は42,928点で、最小格子サイズは約3mとなり、高い精度で地形を再現しつつ計算コストを非常に低く抑えている。本検討を行なうにあたり、図-7でBC1, BC2と記述されている部分に水位の現地観測データを取り入れ、それから得られた計算結果を図-8で示した。明暗は水位の高低を表しており図-8(a)が満潮の場合を表し、図-8(b)が干潮の場合を示している。この結果を見ると、内川水路は高々3km長程度であるにも関わらず比較的複雑な水位分布がある事がわかる。これは、日本海側であることから水位変動がもともと小さく、一般的に卓越する M_2 分潮などの波長成分以外にもさらに周期の短い波が水位変動に大きな影響を及ぼしている事が理由であると考えられる。また図-9では、図-7で示し

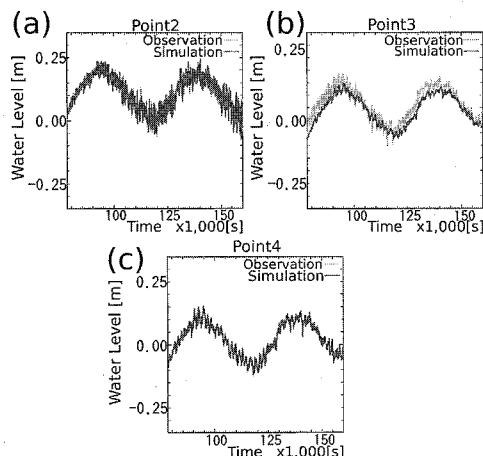


図-9 内川水路での水位観測の結果(灰色)とシミュレーション結果(黒色)。(a)は図-7で示されたPoint2での結果。(b),(c)はそれぞれPoint3, Point4での結果。

た各Pointにおける水位観測の結果と、本手法により導出された数値シミュレーションの結果を比較したグラフを示した。横軸は時間(秒)を示し、縦軸は水位変動を示しており、灰色の線で水位観測の結果を示し、黒色で数値シミュレーションの結果を示した。Point2とPoint4においては観測結果と数値シミュレーション結果がほとんど一致しており、非常に精度の高いシミュレーションが実現されている事がわかる。

(2) 浜名湖の潮位シミュレーション

図-1で示した適応格子を用いて(格子点数33,793点)、浜名湖における干潟を考慮した水位変動のシミュレーションを行なった。計算に必要な境界条件は、観測から得られた水位の値を図-1のBC1, BC2, BC3の場所で与え、また干潟モデルにおける干潟中央部の最浅部水深は0.5mと設定した。図-10(a)では干潮時、図-10(b)では満潮時の水位の様子を示しているが、干潮時には湖南部において陸地の面積が増えており、干潟を考慮したシミュレーションが実現されている様子がわかる。またこの結果から、湖西部よりも湖東部の方が潮汐の伝搬がやや早い事がわかる。これは実際の観測データからも10分程度の差でそのことが確認されており、このことから本手法を利用する事で高精度な数値シミュレーションが実現できている事がわかる。次に図-1で示したST1, ST2, ST4の地点で行なった水位観測データと本手法によって得られた水位について比較検討を行なう。図-11はこれらの比較で、横軸は時間を示し縦軸は水深を表す。図中で灰色線が観測値、点線が干潟モデルなしの数値計算結果、黒の実線が干潟モデルを用いた数値計算結果を示している。これらの結果からST1, ST2については干潟モデルを適用する事で非常に再現性の高い

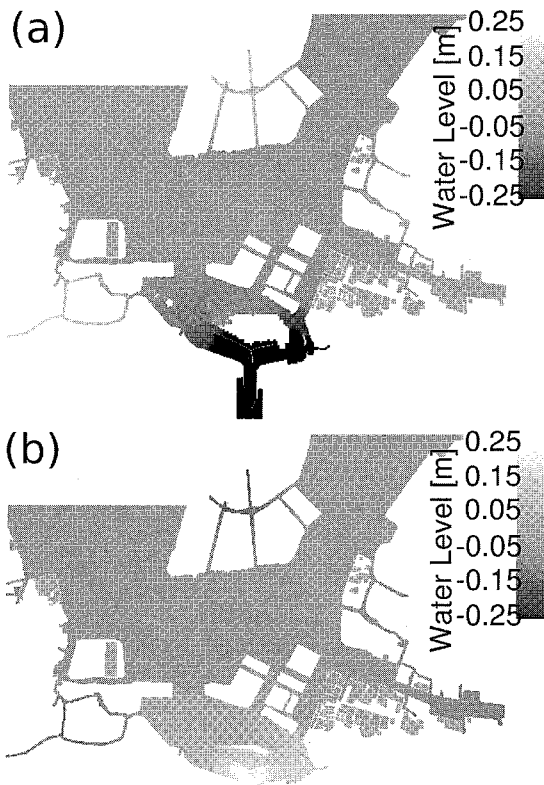


図-10 数値シミュレーションによる水位の結果。(a)は干潮時の水位,(b)は満潮時の水位。

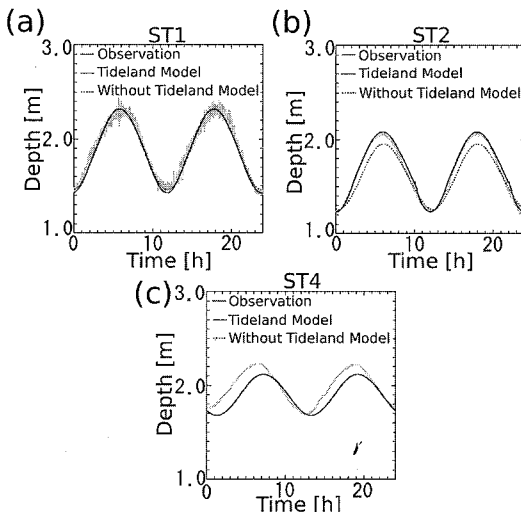


図-11 浜名湖での水位観測の結果(灰色)と干潟モデルを用いたシミュレーション結果(黒実線)。黒点線は干潟モデル無しの結果。(a)は図-1で示されたST1での結果。(b),(c)はそれぞれST2, ST4での結果。

数値シミュレーションが実現されている事がわかる。しかしながらST4については、やや再現性が欠けている。これはST2のポイントで干潟を考慮しなかった場合の傾向と良く似ており、今後ST4付近に広がる干潟エリアを湖南部同様に考慮すれば、浜名湖全域でさらに高精度なシミュレーションを実現できると考えている。

4. おわりに

本研究では、適応格子法を用いることにより、幅数m程度の細かい水路の再現や導流堤などの相対的に微細な沿岸構造物を考慮したシミュレーションを実現し、さらに動的に地形が変化する干潟を考慮したシミュレーションを実現した。これらの検討からは実測データとほぼ一致した結果が得られ、適応格子法が沿岸域の数値シミュレーションにおいて高精度でかつ効率の良い手法である事を示すことができた。

本手法のメリットは、高精度なシミュレーションを効率良く実現する事が可能で、さらに干潟モデルなどの動的に計算格子の状況が変化する問題も実装しやすいことである。この手法を応用する事で、高潮や高波などによる冠水被害の予測シミュレーションや、さらには、動的に陸海境界が変動するような漂砂などのシミュレーションも視野に入れる事が可能となる。また、3次元化を行なう事で、塩淡水フロントの詳細な検討や、鉛直方向における水塊構造の数値シミュレーションなども可能になると考えられ、将来的に各種環境問題に対して有効な計算手法となり得る事を示す事ができた。

最後に、本研究は平成17年度科学研究費補助金(基盤研究(B))「流域・内湾・外洋系の長期的環境変化からみた内湾環境問題の構造—浜名湖を対象として(課題番号:17360234)」により行なわれたことを記して謝意を表する。

参考文献

- 有田守・青木伸一(2004): 浜名湖における潮汐特性の経年変化に関する研究, 海洋開発論文集, 第51巻, 土木学会, pp. 1073-1078.
- 後藤裕康(2004): 獲量変動からみた浜名湖の漁場環境の変化, 静岡県水産試験場研究報告, No. 39.
- Berger, M.J. and J.Oliger(1984): Adaptive Mesh Refinement for Hyperbolic Partial Differential Equations, J. of Comp.Phys., Vol. 53, pp. 484-512.
- Borthwick, A.G.L., S. Cruz León and J.Józsa(2001): The shallow ow equations solved on adaptive quadtree grids, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 37, pp. 691-719.
- Falconer RA.(1994): An Introduction to nearly-horizontalows, Chapter 2. In Coastal, Estuarial and Harbour Engineers' Reference Book, pp. 27-36.
- Kashiyaama, K., K.Saitoh, M.Behr and T. Tezduyar(1997): Parallel finite element methods for largescale computation of storm surge and tidal ows, International Journal for Numerical Methods in Fluids, 24, pp. 1371-1390.