

ケーソン護岸連結目地内での流体共振スペクトルおよび共振発生条件

斎藤武久*・國田 治**・G. P. Miao***・石田 啓****

本研究では、ケーソン護岸連結目地内の水面変位に関する流体共振スペクトルを新たに誘導する。さらに、目地幅を変化させて流体共振スペクトルを系統的に計算し、目地幅の変化に伴う流体共振の発生条件を明らかにする。実験結果との比較から、本研究で誘導された流体共振スペクトルを用いて、目地内水位が最大となり、共振が最も顕著となる流体共振の発生を、入射波の波数と連結目地の長さとの積による無次元波数により、良好な精度で予測できることが分かった。また、目地幅の変化に伴う流体共振の発生条件を、1次モードおよび2次モードの流体共振の場合ともに、回帰曲線を用いて定量的に整理することができた。

1. 緒 論

ケーソン護岸背後砂の吸出しの発生メカニズムを明らかにすることは、その対策工法を構築するために必要不可欠であり、これまで多くの議論（例えば、高橋ら、1995；重村ら、2002）が行われてきている。一方で、ケーソン護岸連結目地内の防砂板が破損し、背後砂の流れ出しが主な事故原因と報告された大蔵海岸陥没事故（土木学会海岸工学委員会、2002）を教訓に、連結目地に関連した多くの検討事項が挙げられている。中でも、防砂板に対して主要な外力となる目地内の波力評価は重要な事項であり、再発防止に向けて、連結目地内の流体運動を正確に把握することは重要と考えられる。

これに関連して、著者らは（Saitoh ら、2002；斎藤ら、2003；斎藤ら：2004）、ケーソン防波堤やケーソン護岸連結目地の流体運動に関する室内実験および理論解析から、これらの連結目地内ではケーソン同士の間接効果により、流体共振現象が発生することを示してきている。特に、室内実験では、流体共振発生時の目地内波高が、ケーソン防波堤連結目地内の場合には静穏時の入射波高の7倍、ケーソン護岸連結目地内の場合には10倍を超えるなど、目地内の流体運動に伴う多くの危険性を明らかにしてきた。また、理論解析では、線形ポテンシャル理論の範囲で、漸近接合法を用いて、目地内での流体共振の発生条件を検討し、その第一段階として、目地幅をゼロへ漸近させた場合を対象に、目地内での速度ポテンシャルが無限大へ発散する条件から、連結目地内での流体共振発生条件の漸近解を誘導している。実験結果との比較から、誘導された漸近解は、目地内における流体共振発生条件の指標の1つとなることが分かっている。ただし、目地幅の有限性を考慮した厳密な流体共振の発生条

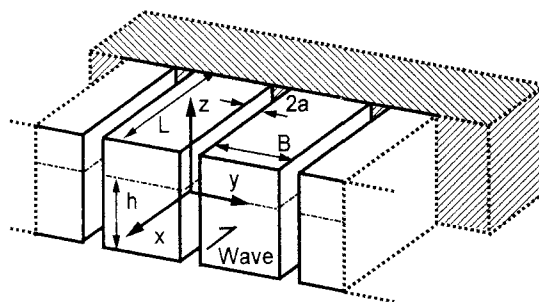


図-1 座標系

件を誘導するには至っていない。

以上の研究背景を踏まえて、本研究では、ケーソン護岸連結目地内の水面変位が最大となり流体共振が最も顕著となる共振発生条件の解明を目的に、上述の理論解析手法を発展させ、任意の目地幅に対応できる目地内水面変位の流体共振スペクトルを新たに誘導する。また、実験結果と誘導された流体共振スペクトルとの比較から本解析手法の妥当性を検討する。さらに、目地幅を変化させて流体共振スペクトルを系統的に計算し、目地幅の変化に伴う流体共振の発生条件を明らかにする。

2. 理論解析手法

本研究では、斎藤ら（2004）にしたがい、図-1に示すケーソン護岸連結目地内の速度ポテンシャルを、線形ポテンシャル理論の範囲で漸近接合法を用いて誘導する。続いて、誘導された速度ポテンシャル中の目地幅を無視することなく有限値として考慮し、目地内任意地点での無次元水面変位と入射波条件との関係、すなわち、流体共振スペクトルを誘導する。連結目地内での速度ポテンシャルの誘導過程は、斎藤ら（2004）に詳しいが、本研究で新たに誘導する流体共振スペクトルは、上述の誘導過程を踏まえて理論展開されるため、その過程も簡潔に示しながら、以下に、理論解析手法を述べる。なお、連結目地内での流体共振の発生条件の特性を解釈するう

* 正会員 博(工) 金沢大学大学院助教授 自然科学研究科

** 正会員 三井共同建設コンサルタント 取締役

*** Ph.D Prof. of Shanghai Jiao Tong University

**** 正会員 工博 金沢大学大学院教授 自然科学研究科

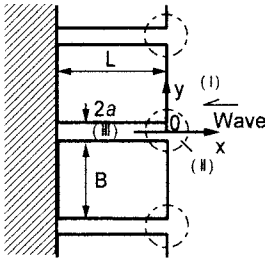


図-2 2次元平面図

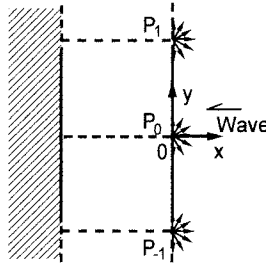


図-3 外部領域の取り扱い

で最も基本となる場合として、一定水深 h 上に、幅 B および目地長さ L の単位ケーソンが目地幅 $2a$ で無限列配置されたケーソン護岸に対し、規則波が直角に入射する場合を想定する。

流体場の速度ポテンシャル ϕ は角振動数 ω の調和運動を仮定し、 $\phi(x, y, z, t) = \hat{\phi}(x, y, z)e^{-i\omega t}$ により記述する。ここで、 $\hat{\phi}(x, y, z)$ は、入射波および壁面からの反射波や目地からの擾乱波による速度ポテンシャルの和であり、入射波は $\hat{\phi}_I(x, y, z)$ 次式で与えられる。

$$\hat{\phi}_I(x, y, z) = \phi_I(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (1)$$

$$\phi_I(x, y) = \bar{A}e^{-ikx} = \frac{i g H}{2\omega} e^{-ikx} \quad (2)$$

式中、 H は振幅、 g は重力加速度、 k は波数、 i は虚数単位 $\sqrt{-1}$ を表す。さらに、入射波以外の速度ポテンシャル $\hat{\phi}_T(x, y, z)$ は、ケーソンの断面が鉛直方向に変化しないことを考慮し、入射波と同様な z 方向への変数分離を用いて次式で定義する。

$$\hat{\phi}_T(x, y, z) = \phi_T(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad (3)$$

このとき、式 (3) は水面および水底の境界条件を満足するため、上述の境界値問題は図-2 に示す 2 次元問題として取り扱うことが可能となる。

次に、図-2 の全領域を、(I) 外部領域、(II) 目地端部領域および (III) 目地内部領域に分割して各領域の速度ポテンシャルを定義し、隣接する他の領域への漸近速度ポテンシャルを誘導する。なお、外部領域 (I) では、連結目地の効果を連続壁面上に配置した点湧き出し (図-3) により考慮する。また、ケーソン壁面が入射波と直交することから、点湧き出しに関して対称性を利用する。さらに、目地端部領域 (II) では、写像変換 (Mei, 1989; 斎藤ら: 2004) を用いて目地端部の流体運動を定義し、目地内部領域 (III) では、流体場の y 方向変化を無視し、流体場の速度ポテンシャルを定義する。この場合、(I) 外部領域の速度ポテンシャルは次式で記述できる。

$$\phi_0 = 2\bar{A} \cos kx + Q \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kr_m) \quad (4)$$

ここに、 Q は図-3 中の点湧き出しの強さ、 $H_0^{(1)}(kr_m)$ は 0 次第一種ハンケル関数、 r_m は P_m から対象点までの距離を表す。また、目地端部領域 (II) の速度ポテンシャルは、写像平面上において対数関数によって記述できる。さらに、目地内部領域 (III) では、速度ポテンシャルは次式で記述できる。

$$\phi_{g-in} = \bar{B}e^{-ikx} + D e^{ikx} \quad (5)$$

ここに、 $\bar{B}$ および D は目地内の流体運動の振幅に関する未知数である。

一方、上述の速度ポテンシャルを隣接する他の領域へ漸近させた漸近速度ポテンシャルは、外部領域 (I) から目地端部領域 $x=0$ へ漸近させた場合が式 (6)、目地端部領域 (II) から目地外部領域 $x>0$ へ漸近させた場合が式 (7)、目地端部領域 (II) から目地内部領域 $x<0$ へ漸近させた場合が式 (8)、目地内部領域 (III) から目地端部領域 $x=0$ へ漸近させた場合が式 (9) のようにそれぞれ誘導される。

$$\phi_0|_{x \rightarrow P_0} = 2\bar{A} + Q \left(1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{\gamma kr}{2} + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} H_0^{(1)}(kmd) \right) \quad (6)$$

$$\phi_g|_{x>0} = M \ln \frac{\pi r}{2a} + C \quad (7)$$

$$\phi_g|_{x<0} = M \frac{\pi x}{2a} - M \ln \frac{e}{2} + C \quad (8)$$

$$\phi_{g-in}|_{x=0} = (\bar{B} + D) + i k (-\bar{B} + D)x + \dots + O(kx)^2 \quad (9)$$

ここに $d = B + 2a$ 、 γ はオイラー一定数を表す。また、 M と C は未知数 (共に実数) である。

ここで、式 (6) と式 (7) および式 (8) と式 (9) をそれぞれ項別に等値して得られる関係式を用いて整理すると、 $\bar{B}$ および D に関する次式の関係が得られる。

$$(1 + ka\hat{R})\bar{B} + (1 - ka\hat{R})D = 2\bar{A} \quad (10)$$

$$\hat{R} = 1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{2\gamma ka}{e\pi} + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} H_0^{(1)}(kmd) \quad (11)$$

これらの $\bar{B}$ および D は、ケーソン護岸岸側端部 $x = -L$ での運動学的境界条件に式 (5) を代入して得られる関係式および式 (10) を連立させることにより既知となり、目地内部領域における速度ポテンシャルが次式のように導かれる。

$$\phi_{g-in} = \frac{2\bar{A} \cos k(x+L)}{\cos kL - iak\hat{R} \sin kL} \quad (12)$$

さらに、目地内部領域の水面変位は、水面における運動学的境界条件式

$$\eta_{g-in} = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi_{g-in}}{\partial t} = \frac{i\omega}{g} \phi_{g-in} \quad (13)$$

に、式 (11) および式 (12) を代入することにより、次式

となる.

$$\frac{\eta_{g-in}}{H} = \cos k(x+L) / [\cos kL - iak \left\{ 1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{2\gamma ka}{e\pi} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} H_0^{(1)}(kmd) \right\} \sin kL] \quad (13)$$

簡単のため, 式 (13) の分母を以下の式 (14) および式 (15) で置き換える. また, 式 (13) 中のハンケル関数は 0 次のベッセル関数 $J_0(kmd)$ および 0 次のノイマン関数 $N_0(kmd)$ を用いて, 実部と虚部に分離する.

$$S = \cos kL + \left(\frac{2ak}{\pi} \ln \frac{2\gamma kr}{\pi e} + 2ak \sum_{m=1}^{\infty} N_0(kmd) \right) \sin kL \quad (14)$$

$$W = ak \sin kL + 2ak \sum_{m=1}^{\infty} J_0(kmd) \sin kL \quad (15)$$

上述の置き換えを行った後に, 関係式の絶対値をとることによって, 任意の目地幅の場合に対応でき, 入射波の無次元波数に対応した目地内の無次元水面変位を表す流体共振スペクトルが次式のように誘導できる.

$$\left| \frac{\eta_{g-in}}{H} \right| = \frac{|\cos k(x+L)|}{\sqrt{S^2 + W^2}} \quad (16)$$

式 (16) 中の目地幅 $2a$ に有限値を与え, 無次元波数 kL を変化させて計算することにより, 目地内の任意位置 x における流体共振スペクトルが算定される. ただし, 式 (16) 中で位置に関する独立変数 x は分子の余弦関数にのみ含まれるため, 発生する流体共振のモードに関わらず, 目地内では, $x = -L$ で水面変位が最大となることが予想される.

なお, 目地幅をゼロ ($ka \rightarrow 0$) とした場合の流体共振の発生条件に関する漸近解は, 式 (12) より, 次式のように誘導されている (斎藤ら, 2004).

$$\cos kL = 0, kL = \frac{(2n+1)\pi}{2}, n=0, 1, 2, \dots \quad (16)$$

3. 実験装置および実験方法

図-4 に実験装置の概要を示す. 入射波には, 波高 $H=0.8 \sim 2.3$ cm, 周期 $T=0.83 \sim 4$ s の規則波を用いた. 目地幅 $2a$ と目地長さ L からなる形状比を $2a/L=0.039 \sim 0.018$ とし, 既往の実験結果 (斎藤ら, 2004) と合わせて合計約200ケースを実験の対象とした. このとき, 本実験装置の目地内部では, 写真-1(a) に示す, 目地岸側端部 $x=-77$ cm で腹, 目地入射波側端部 $x=0$ cm で節に近い 1 次モードの流体共振の発生, さらに, 写真-1(b) に示す, 目地岸側端部および目地入射波側端部から目地内へ $L/3$ の位置で腹, 目地入射波側端部および目地岸側端部から目地内へ $L/3$ の位置で節に近い

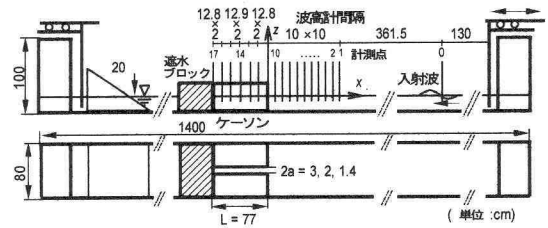
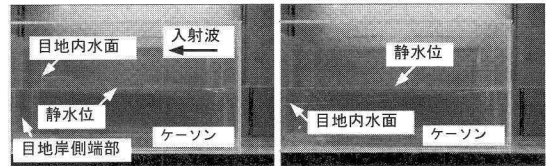
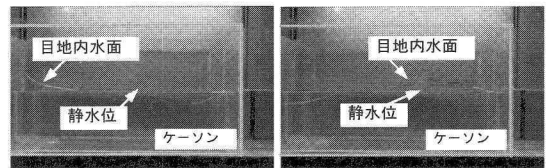


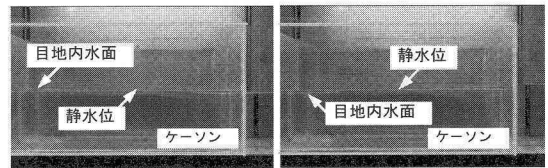
図-4 実験装置



(a) 1 次モードの流体共振の場合 ($T=2.44$ s, $kL=1.45$)



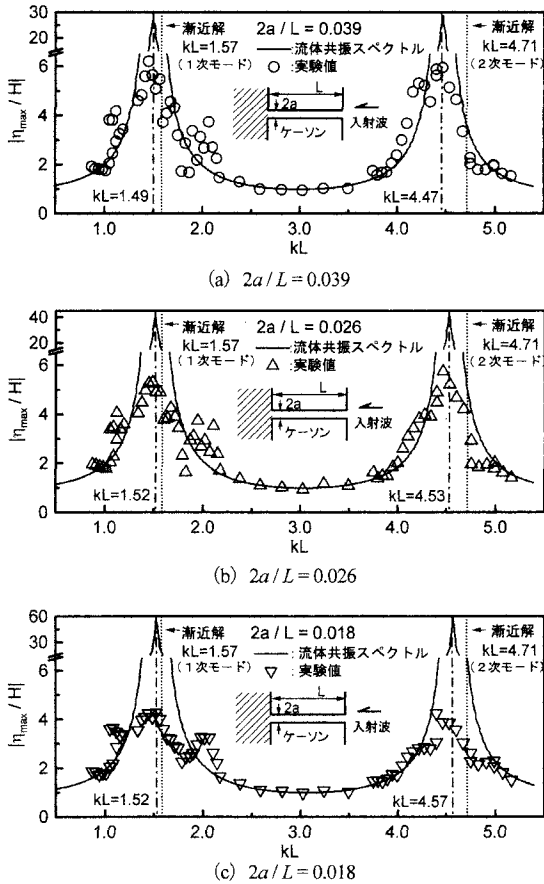
(b) 2 次モードの流体共振の場合 ($T=0.92$ s, $kL=4.46$)



(c) 流体共振が発生しない場合 ($T=1.25$ s, $kL=3.03$)

写真-1 流体共振発生時の目地内水面変位特性 ($2a/L=0.039$, $H=1.2$ cm)

2 次モードの流体共振の発生が確認されている. 一方, 同一の入射波高で上述の場合と異なる多くの入射波周期の場合, 写真-1(c) に示すような, 目地内で静穏な水面変動 (流体共振が発生しない場合) が確認されている (斎藤ら, 2004). なお, 写真の左側は, 目地岸側端部で水位が最大となった場合, 右側は目地岸側端部での水位が最小となった場合の目地内の水面形状を表している. 実験では, 目地内部および目地外部の水位の時間変化を入射波の進行方向に平行な水槽の中心線上で計測した. ただし, 目地内では, 複数の波高計の設置による遮蔽効果など, 目地内水面変動への影響を避けるため, 1 計測点につき 1 つの波高計を設置して計測を行った. また, 計測時の計測時間間隔は 100 Hz とし, 造波開始直後から 160 s 間のデータを取得した. なお, 各計測位置における計測結果の処理には, 目地内および目地外の水面変動が安定した状態となった, 計測開始から 60 s 後の 100 s


 図-5 目地内水面変位の流体共振スペクトル ($x = -77$ cm)

間のデータを用いている。

4. 理論解析結果および実験結果との比較

(1) 流体共振スペクトル

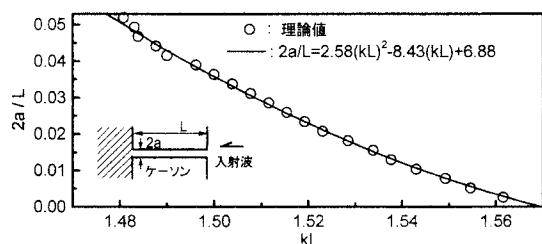
図-5に、式(16)を用いて計算した、目地岸側端部 $x = -77$ cmにおける流体共振スペクトルおよび実験結果を示す。図中において、 $kL = 1.5$ 付近および 4.5 付近における無次元水面変位の極端な増幅は、目地内での1次モードおよび2次モードの流体共振現象の発生に対応する。ところで、流体共振スペクトルの算定に際し、近接無限配列を想定した実験結果と理論解析結果を比較する場合、理論解析においても、ケーソン個数を無限大とし、特殊関数の収束性の議論が必要となる。本研究では、特殊関数の収束性に関する議論を以後の検討課題とし、最も単純な手法として、ケーソン個数の違いによる計算結果の収束性を予備計算によって検討することにより、ケーソン個数として2000を採用した。なお、実験値には、ゼロアップクロス法によって抽出したそれぞれの波における波峰部の最大水面変位の平均値を入射波高 H で無次元化した値を採用している。また、入射波条件である

無次元波数に対応する目地内の無次元水面変位は、全ての実験条件において目地岸側端部で最大となっていた。このため、図中では、 $x = -77$ cmでの無次元水面変位 $|\eta_{g-in}/H|$ を $|\eta_{max}/H|$ として記述している。

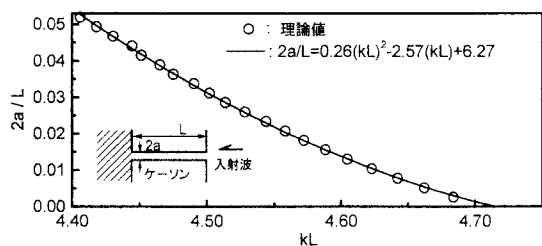
図より、実験で対象とした全ての形状比の場合において、目地内で無次元水面変位が極値となり、流体共振が最も顕著となる無次元波数 kL の理論解析結果は、1次モードの流体共振の場合、 $kL = 1.49$ ($2a/L = 0.039$)、 $kL = 1.52$ ($2a/L = 0.026$) および $kL = 1.52$ ($2a/L = 0.018$) であり、実験結果 $kL = 1.45$ ($2a/L = 0.039$)、 $kL = 1.49$ ($2a/L = 0.026$) および $kL = 1.52$ ($2a/L = 0.018$) と良好に一致していることが分かる。また、2次モードの流体共振の場合、目地内で無次元水面変位が極値となる無次元波数の値は、 $kL = 4.47$ ($2a/L = 0.039$)、 $kL = 4.53$ ($2a/L = 0.026$) および $kL = 4.57$ ($2a/L = 0.018$) であり、1次モードの流体共振の場合と同様に、実験結果 $kL = 4.46$ ($2a/L = 0.039$)、 $kL = 4.46$ ($2a/L = 0.026$) および $kL = 4.40$ ($2a/L = 0.018$) と極めて良く一致した。以上の結果は、目地内で水面変位が最大となり、最も顕著な流体共振現象が発生する kL の値が、本研究で誘導した流体共振スペクトルを用いて特定できることを示している。

次に、既往の漸近解と本解析結果との比較を行うため、既往の漸近解(1次モードの場合 $kL = 1.57$ 、2次モードの場合 $kL = 4.71$)を図中に点線で示すが、本解析手法によって得られた理論解析結果は、形状比をゼロに漸近させた漸近解を格段に改善していることが分かる。特に、既往の漸近解では、最も顕著な2次モードの流体共振が発生する無次元波数の実験結果との差異が1次モードの流体共振の場合に比べて大きく評価されていたが、本解析手法では、1次モードおよび2次モードの場合ともに、極めて良好な精度で、流体共振の発生を評価していることが分かる。

一方、目地内の無次元水面変位の値が比較的小さい場合、無次元波数に対応した無次元水面変位の理論解析結果と実験結果は良好に一致するが、流体共振が最も顕著となる場合の目地内の無次元水面変位を本研究で提示した理論解析結果では再現できていない。これは、線形ポテンシャル理論に基づいた本解析手法の適用限界を示すもので、本研究で示した共振点付近における目地内での無次元水面変位の算定値は、実験値との比較対象とはなり得ないことを示している。目地内の無次元水面変位が最大となる無次元波数の値を特定することは、本解析手法で十分対応可能となるが、流体共振発生時における目地内水面変位を適切に予測するためには、本研究で示した理論解析手法に、はく離渦などの粘性による減衰効果(Ippen・Goda, 1961)を含めて、さらに理論の構築を



(a) 1次モードの流体共振の場合



(b) 2次モードの流体共振の場合

図-6 形状比の変化に伴う流体共振の発生条件

検討する必要がある。

(2) 形状比の変化に伴う流体共振の発生条件

本研究で誘導した流体共振スペクトルを用いて、目地内での水面変位が最大となり、流体共振が最も顕著となる無次元波数を予測できることが分かった。ここでは、目地内で流体共振が最も顕著となる場合の無次元波数を流体共振の発生条件として、形状比の変化に伴う流体共振の発生条件の変化を整理する。

図-6に、式(16)を用いて、連結目地の形状比を変化させ、流体共振スペクトルが極値となる kL の値を系統的に算定した結果を示す。図は、(a)が1次モードの流体共振の場合、(b)が2次モードの流体共振の発生条件に対応する。既往の実験結果(斎藤ら, 2004)より、形状比の増加に伴って、目地内水位が最大となり、流体共振が最も顕著となる無次元波数は、1次モードおよび2次モードの流体共振の発生の場合ともに、低周波側へシフトする定性的な傾向は示されているが、今回の理論解析結果によっても同様の傾向が図より確認できる。

さらに、上述の定性的な傾向を定量的に評価するため、図中の無次元波数と形状比との関係を回帰曲線により整理した結果を同図に示す。形状比の変化に伴う1次モードの流体共振の発生条件を回帰曲線により定量的に評価した場合、その関係は、 $2a/L = 2.58 kL^2 - 8.43 kL + 6.88$ となり、共振発生条件は、2次曲線に沿った変化特性を示すことが明らかになった。同様に、2次モードの流体共振の発生条件は回帰曲線により、 $2a/L = 0.26 kL^2 - 2.57 kL + 6.27$ として整理され、ともに、形状比の変化に対する流体共振発生時の無次元波数の変

化は、2次曲線に沿った変化特性となることが分かった。

5. 結 論

本研究では、ケーソン護岸連結目地内の水面変位が最大となり流体共振が最も顕著となる共振発生条件を理論的および実験的に考究した。その主要な結論は以下のようによまとめられる。

- 1) 漸近接合法を用いた既往の理論解析手法を発展させ、任意の目地幅に対応できる目地内水面変位の流体共振スペクトルを新たに誘導した。
- 2) 理論解析結果と実験結果との比較から、本研究で誘導された流体共振スペクトルを用いて、目地内水位が最大となり、流体共振が最も顕著となる流体共振の発生を、入射波の波数と連結目地の長さとの積による無次元波数により、良好な精度で予測できることが分かった。
- 3) 目地幅を変化させて流体共振スペクトルを系統的に計算し、目地内で発生する1次モードおよび2次モードの流体共振に関して、目地幅の変化に伴う流体共振の発生条件を、回帰曲線を用いて定量的に整理することができた。

最後に本研究を行うに際し、実験およびデータの整理に終始助力を惜しまなかった金沢大学大学院生の藤井誠氏、国土交通省北陸地方整備局の北村秀之氏(当時、金沢大学学部生)、和歌山県庁の畠山和也氏(当時、金沢大学学部生)に厚く謝意を表す。

参 考 文 献

- 高橋重雄・鈴木高二朗・徳淵克正・岡村知光・下迫健一郎・善功企・山崎浩之(1995): 護岸の吸出しに関する水理実験, 港研報告, 35巻, 2号, pp. 3-63.
- 重村利幸・滝口和男・多田 毅・林建二郎・藤間功司(2002): 防波護岸背後からの土砂吸出しに関する基礎的研究, 海岸工学論文集, 第49巻, pp. 871-875.
- 斎藤武久・荒木孝之・G.P. Miao・石田 啓(2003): ケーソン連結目地内での流体共振特性とその発生条件, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 786-790.
- 斎藤武久・稲田春野・G.P. Miao・石田 啓(2004): ケーソン護岸連結目地内での流体共振特性とその発生条件, 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 716-720.
- 土木学会海岸工学委員会(2002): 大蔵海岸陥没事故調査報告書, 土木学会海岸工学委員会, p. 125.
- Ippen, A.T. and Goda, Y. (1963): Wave induced oscillations in Harbors: The solution for a rectangular harbor connected to the open-sea. Massachusetts Institute of Technology Hydrodynamics Laboratory Report, No. 59, p.90.
- Mei, C.C. (1989): The applied dynamics of ocean surface waves, World Scientific, Singapore, pp. 199-206.
- Saitoh, T., G.P. Miao and H. Ishida (2002): Experimental study on resonant phenomena in a narrow open channel under waves, Proc. of the 12th Int. Offshore and Polar Engineering Conf., pp. 622-627.