

砂粒子の幾何形状特性がシートフロー漂砂の 分級過程へ及ぼす影響

原田英治*・後藤仁志**・中田啓介***

個別要素法を基礎とした粒状体モデルを用いた移動床の数値シミュレーションでは、砂粒子が円形あるいは球形要素としてモデル化されるのが一般的である。しかしながら、実際の移動床は様々な幾何形状の砂粒子から構成されているので、砂粒子の幾何形状が移動床特性に及ぼす影響の検討は重要である。本研究では、大小の円形および四角形の混合要素から構成される 2 次元数値移動床を用いて、振動流場におけるシートフロー漂砂を対象に、幾何形状要素の混在が分級過程に及ぼす影響を計算力学的観点から検討した。

1. はじめに

移動床過程のシミュレーションでは移動床表層の不規則な凹凸性状すなわち底質砂粒子配列が鍵となるが、粒状体モデルは、個々の砂要素間接触力の動力学的プロセスを陽に追跡できるので、有力な計算力学のツールである。粒状体モデルでは、取り扱いの容易さや計算機演算能力の制約から、砂粒子を球形要素（2 次元では円形要素）として取り扱うのが一般的であるが、近年の計算機性能向上に後押しされて非球形あるいは非円形要素を用いた数値シミュレーションも試みられつつある。例えば、坂口ら（1996）は楕円形要素群の排出過程の数値シミュレーションを実施し、流動特性の配向性を示している。また、Latham・Munjiza（2002）は、現実の岩石の表面形状を詳細に表現した要素の衝突過程の追跡に成功している。

ところで、砂粒子を球あるいは円形要素として移動床を表現した既往の研究（例えば、後藤ら、2001a；後藤ら、2002）においても移動床の最も本質的な粒状体としての性質を表現していることには疑念はない。しかしながら、球あるいは円形要素は実際の砂浜域の底質砂の幾何形状と比較して『鈍い（角の取れた）形状』であり、それらを用いて構成された数値移動床は実際の底質砂と比較して流動抵抗が小さくなることは否めない（円形要素を用いる場合には、粒子間の接触抵抗をチューニングして砂層全体の流動性を調整していると解釈できる）。さらに、『角張った形状』の要素の存在がその周囲の粒子配列全体にも影響し、空隙率の変化や偏析に繋がるといった可能性も有り、その影響を見極めることは、砂粒子間接触という移動床の素過程の物理モデルとしての円形（球形）要素モデルの適切性の評価という観点から

も重要である。

そこで本稿では、これまで著者らが用いてきた 2 次元個別要素法をベースにした数値移動床コードの接触判定ルーチン部分に改良を加えて、2 種類の幾何形状（『鈍い形状』の代表としての円形および『角張った形状』の代表としての正方形）要素の混在する状態の計算を可能にし、シートフロー漂砂の鉛直分級を対象に異なる幾何形状要素の混在が分級過程にもたらす影響を計算力学的観点から検討した。

2. シミュレーションモデルの概要

(1) 個体要素のモデル

数値移動床は個別要素法型の粒状体モデルで、個々の要素間の相互作用がバネ・ダッシュボット系で表現され（図-1 参照）、個々の要素の運動が並進・回転の運動方程式

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) V_i \frac{d\mathbf{u}_{pi}}{dt} = \mathbf{F}_{pint} + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_{gr} \dots \dots \dots (1)$$

$$I_i \frac{d\mathbf{w}_{pi}}{dt} = \mathbf{T}_i \dots \dots \dots (2)$$

$$\mathbf{F}_D = \frac{1}{2} \rho C_D S_i |\mathbf{U} - \mathbf{u}_{pi}| (\mathbf{U} - \mathbf{u}_{pi}) \dots \dots \dots (3)$$

$$\mathbf{F}_{gr} = -\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) V_i \mathbf{g} \dots \dots \dots (4)$$

を解いて追跡される。ここに、 $\mathbf{F}_{pint}$ ：要素間相互作用力ベクトル、 $\mathbf{F}_D$ ：抗力ベクトル、 $\mathbf{F}_{gr}$ ：重力ベクトル、 $\mathbf{u}_{pi}$ ：要素 i の移動速度ベクトル、 C_M ：付加質量係数、 $\mathbf{U}$ ：要素 i の近傍流速ベクトル、 V_i ：要素 i の体積、 I_i ：要素 i の慣性モーメント、 S_i ：要素 i の流速方向への投影面積、 $\mathbf{T}_i$ ：要素 i に作用するトルク、 $\mathbf{w}_{pi}$ ：要素 i の角速度、 C_D ：抗力係数、 σ ：要素密度、 ρ ：水の密度である。なお、正方形要素の存在下では、要素間の接触判定条件を近傍要素のカテゴリーに応じて切り換えて計算している（次節参照）。モデル定数（要素接点における接線・法線方向のバネ定数（ k_n , k_s ）および粘性定数

* 正会員 工博 豊田工業高等専門学校講師 環境都市工学科
** 正会員 工博 京都大学助教授 工学研究科都市環境工学専攻
*** 豊田工業高等専門学校環境都市工学科

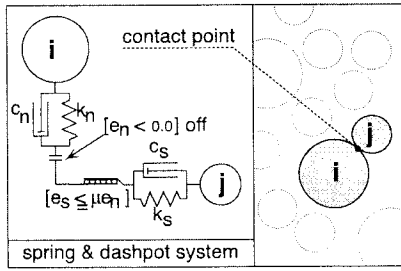


図-1 粘弾性モデル

(c_n , c_s), 接触点の接線方向のせん断抵抗を表現するための摩擦係数 (μ) は均一円形要素のみの場合に、一方向流の作用下における底面せん断力と流砂量の関係が再現できるように設定した。

(2) 要素間接触判定

本稿で用いる要素の幾何形状は、円形と正方形の2種類であり、要素間接触判定では円形-円形要素・円形-正方形要素・正方形-正方形要素の3つの場合を考える必要がある。

円形-円形要素の接触判定は、従来と同様に

$$\frac{d_i + d_j}{2} \geq \sqrt{(x_i - x_j)^2 + (y_i - y_j)^2} \dots \dots \dots (5)$$

の条件を満たすとき接触とした (図-2 参照)。ここに、 d_i , d_j : 要素 i および j の粒径, (x_i, y_i) , (x_j, y_j) : 要素 i および j の中心座標である。

円形-正方形要素の接触判定については、図-3 に示すような正方形要素 i の周囲の幅 $d_j/2$ の領域に円形要素 j の中心座標が含まれる条件, すなわち

$$\left. \begin{aligned} ax_{ij}' + b_1 &\geq y_{ij}' \geq ax_{ij}' - b_1 \quad \text{and} \\ -x_{ij}'/a + b_2 &\geq y_{ij}' \geq -x_{ij}'/a - b_2 \quad \text{and} \dots \dots \dots (6) \\ d_j/2 &\geq \sqrt{(x_i' - x_{ij}')^2 + (y_i' - y_{ij}')^2} \end{aligned} \right\}$$

である場合、接触と判定した。ここに、 (x_{ij}', y_{ij}') : 正方形要素 i の重心座標に対する円形要素 j の相対中心座標, a , b_1 , b_2 : 円形要素と正方形要素の相対位置関係によって決定されるパラメータ, (x_s', y_s') : 正方形要素の四隅の座標である。なお、 x' - y' 系は正方形要素の重心座標を原点とした局所座標系である。

正方形-正方形要素の接触判定については、図-4 に示す正方形要素 i の内部領域に正方形要素 j の四隅の何れかの座標が含まれる条件, すなわち

$$\left. \begin{aligned} a_s x_s' + b_{s1} &\geq y_s' \geq a_s x_s' - b_{s1} \quad \text{and} \\ -x_s'/a_s + b_{s2} &\geq y_s' \geq -x_s'/a_s - b_{s2} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

が満足される時、接触と判定する。ここに、 a_s , b_{s1} , b_{s2} : 円形要素と正方形要素の相対位置関係によって決定されるパラメータである。

(3) 流れ場のモデル化

砂粒子に作用する駆動力を適切に評価するためには、

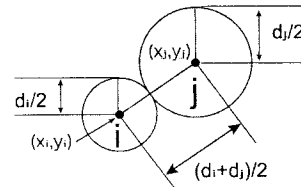


図-2 円形-円形要素の接触判定

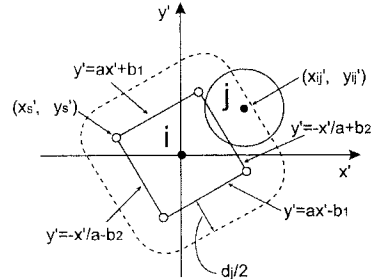


図-3 円形-正方形要素の接触判定

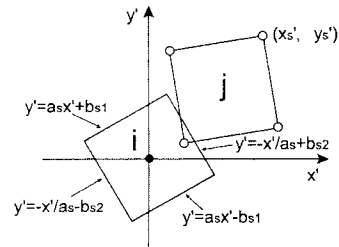


図-4 正方形-正方形要素の接触判定

流れ場のモデルは不可欠である。乱流場の空間的な非一様性や粒子混入による流速場の変化など、流速場の詳細な記述のために検討を要する事項は少なくないが、ここでは、粒子運動の記述に重点を置き、流れ場に関しては簡単な取扱いとして、底面付近の流速場の推定については、単相流を対象とした非定常 $k-\epsilon$ 乱流モデルを用い、解析対象要素の最大径を粗度とした壁法則で壁面境界条件を与えて清水流の流速を計算した。また、粒子に作用する流速の変動成分については、 $k-\epsilon$ 乱流モデルから求められる乱れ強度を用いて単純モンテカルロ法で乱れ場の時系列を模擬することで評価した (原田ら, 2000)。なお、このフレームワークの下で、均一の円形要素のみの数値移動床では Shields 数と漂砂量の関係を広範囲にかつ良好に再現できることは確認している。

3. シートフロー漂砂の分級過程

(1) 計算条件

モデル定数は、個別要素法で用いる計算時間ステップ $\Delta t = 2.0 \times 10^{-4} \text{ s}$ に対して、後藤ら (2001b) の設定法

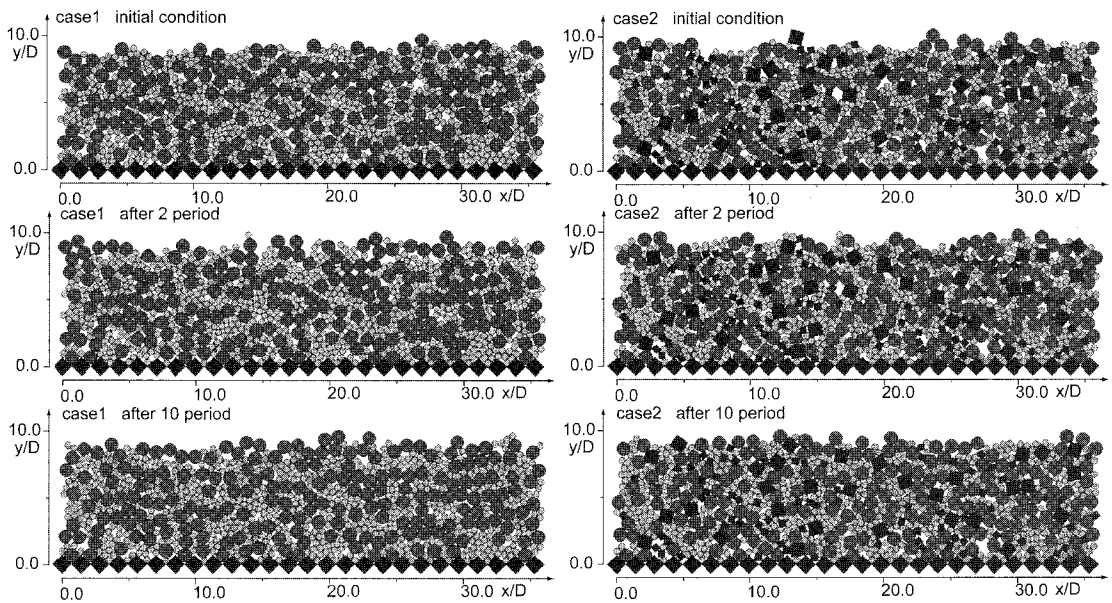


図-5 スナップショット (case 1 vs. case 2)

表-1 計算条件

case No.				
case1	203	547	—	—
case2	172	468	31	79
case3	—	—	153	404

[unit: num.]

を用いて, $k_n = 314.01 \text{ N/m}$, $k_s = 120.77 \text{ N/m}$, $c_n = 0.66 \text{ Ns/m}$, $c_s = 0.41 \text{ Ns/m}$ のように設定した.

計算対象要素は円形および正方形の2種類の幾何形状であり, それぞれ粒径または辺長が D , $L = 1.0 \text{ cm}$, d , $l = 0.5 \text{ cm}$ の大小2クラスのサイズを用意し, 表-1に示す各要素の混合条件について case1, 2, 3を実施した. なお, 表中の数値は各要素数であるが, 各 case の総要素体積が概ね一致するように決定した. また, 要素の比重は全要素共通の $\sigma/\rho = 2.65$ である.

流れ場は, 周期 $T = 4.0 \text{ s}$ の振動流であり, 平均粒径に対する Shields 数は 0.53 である. なお, 移動床の左右は周期境界とし, 振動流の半周期間の作用による表層要素の平均運動距離は計算領域の主流方向の全長を越えないことは確認している.

(2) 非円形要素混在の影響

図-5に case1と case2のスナップショットを示す. 初期状態と10周期後のスナップショットを比較すると, case1では表層から下層に向かう小要素の潜り込み (鉛直分級) が示され, 移動床表層における顕著なアーマ化が確認できる. 一方, case2では, 僅かなアーマ化は確

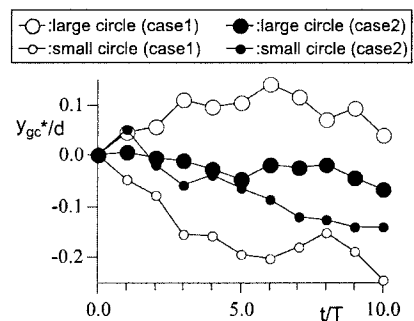


図-6 円形要素の濃度重心時系列

認されるものの, case1のように明瞭ではない. また, 移動層表層付近の要素配列に注目すると, case1では振動周期ごとの変動が大きいが, case2では僅かであり, 正方形要素の混在が移動床表層の流動抵抗を増加させて, 交換層厚の減少に影響していることが理解できる.

正方形要素の混在が鉛直分級に及ぼす影響を定量評価するため, case1と case2の大小円形要素の濃度重心の時系列を図-6に示す. なお, 初期配列を基準とした各 case の円形要素の濃度重心を y_{gc}^*/D とする. case1では, 小要素の濃度重心の減少および大要素の増加傾向が明瞭に示され, 顕著な鉛直分級が窺えるが, case2では大小要素の濃度重心の差が小さく, 分級の進行が case1と比較して不活発で, 正方形要素の混在による分級抑制効果が明確に示されている.

図-7に case1および case2の分級の発達過程 (2周期目) および分級の完全発達過程 (9周期目) における最

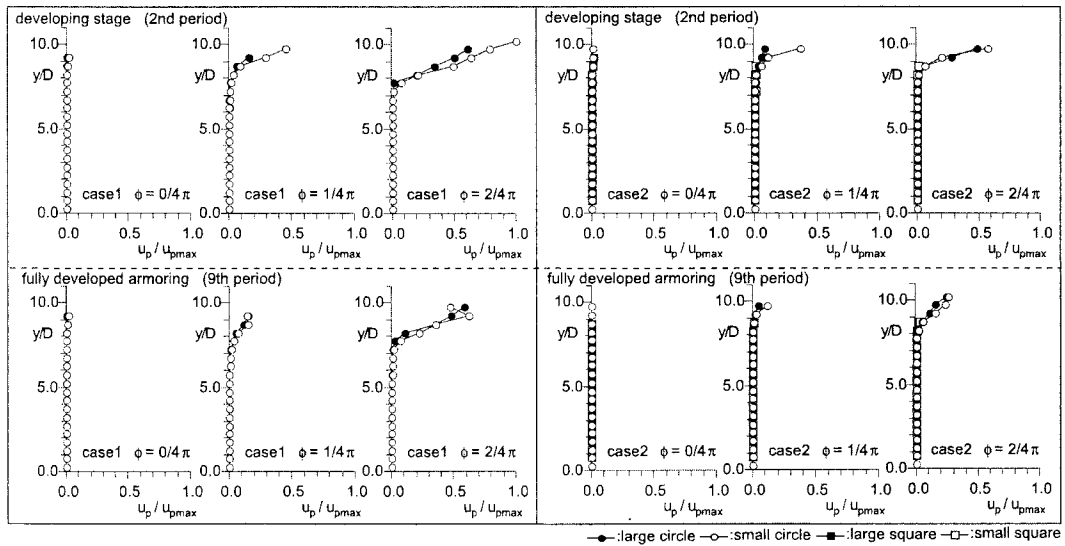


図-7 要素別移動速度分布（上：分級発達過程，下：分級完全発達過程）

大移動速度 u_{pmax} で規格化した要素別移動速度分布を示す。なお、交換層の発達過程に注目して加速位相の移動速度分布のみを示した。

円形要素のみで構成された case1 の分級の発達過程における移動速度分布を見ると、位相 $\phi = 0/4\pi$ では大小円形要素ともに殆ど移動速度しない。位相 $\phi = 1/4\pi$ では振動流に追従し易い小円形要素の移動速度は大円形要素に比べて大きい。さらに、最大流速を与える位相 $\phi = 2/4\pi$ では大小要素ともに大きな移動速度分布を示し、位相 $\phi = 1/4\pi$ と比較して交換層厚も発達している様子が分かる。一方、正方形要素が混在する case2 の各要素の移動速度分布の発達傾向は、case1 と類似しているが case1 と比較して移動速度が小さく、交換層厚も小さい。

分級の完全発達過程における case1 の移動速度分布にも振動流速の増加による大小円形要素の移動速度分布や交換層厚の発達が示されているが、同ケースの発達過程の移動速度分布と比較すると、移動速度の減少が確認され、位相 $\phi = 2/4\pi$ の分布からは交換層厚の減少が確認できる。また、大小円形要素は同程度の移動速度を示しているが、これは分級によって移動床表層を被覆する大粒子の運動に牽引されて小粒子が運動することによると考えられる。case2 の完全発達過程と発達過程の移動速度分布の比較からも、移動速度の減少および交換層厚の減少といった case1 と同様の傾向が示されている。さらに、大要素に小要素が牽引され同程度の移動速度となる傾向も類似している。分級の発達過程と同じく、分級の完全発達過程でも case1 に比べて正方形要素の混在による移動抵抗の増加によって case2 の各要素の移動速度は

小さく、交換層厚も減少する。

以上から、正方形要素の混在は円形要素のみの場合に比べて移動抵抗を増加させ、粒子移動速度の減少や交換層厚の減少に影響していると言える。

(3) 移動床内部構造

case1 と case2 の比較から正方形要素の混在が分級過程に及ぼす影響が示されたが、正方形要素が円形要素と比較して如何に動き難いかを示すために、移動床内部構造を示す一例として図-8 に分級の完全発達過程である 9 周期目の代表的な振動流加速位相の要素間接触力分布を示す。ここでは、正方形要素の運動特性を強調するため、円形要素のみ (case1) と正方形要素のみ (case3) を比較対象とした。要素間接触力は直線 (ストレスチェーン) を用いて表現され、直線の方が接触力の作用方向であり、接触力のレベルは直線の太さに比例する。なお、ストレスチェーンの表示は移動床内部構造を浮き彫りにするため接触力レベルに応じて表示を切替えてあり、比較的大きな接触力は黒色で、小さな接触力は灰色で着色した。

case1 と case3 のストレスチェーンの分布を比較すると、case3 には case1 よりも移動床表層付近に大きなストレスチェーンの領域が示されている。これは、幾何形状の違いによる要素間の噛み合わせ効果の相違による。すなわち、正方形要素は角張った幾何形状であるため、要素間の噛み合わせが強く移動抵抗が大きいので要素運動が活発な交換層の領域が円形要素のみからなる case1 の移動床と比べて狭くなると考えられる。なお、case1 の最大流速位相 $\phi = 2/4\pi$ の分布には case3 と同様に移

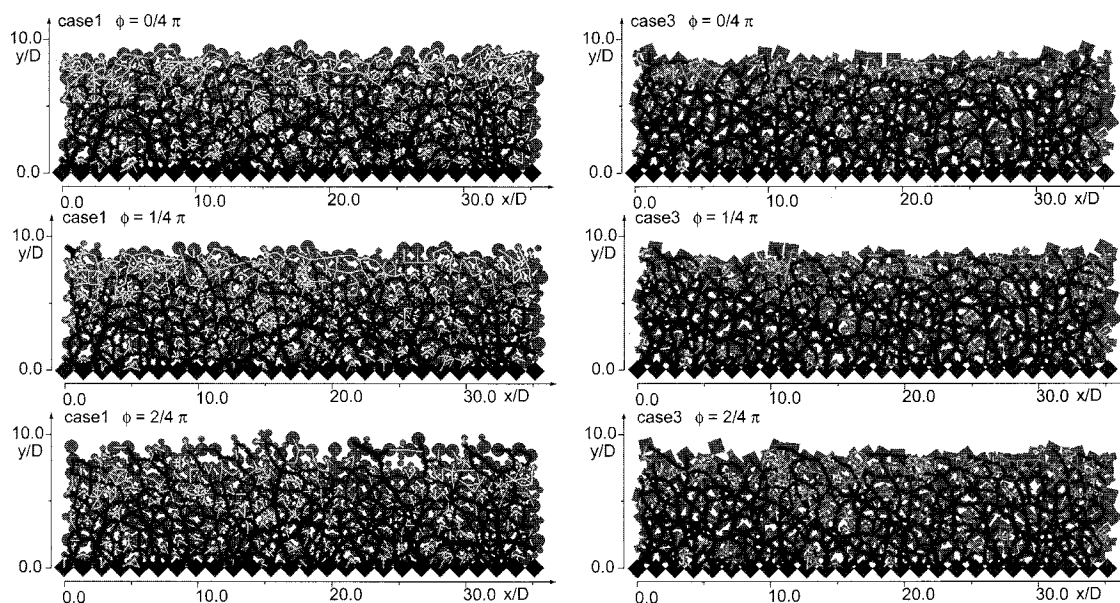


図-8 要素間接触力 (case 1 vs. case 3)

動床表層にも大きな要素間力のパスが示されているが、交換層の要素間衝突の活発化が原因であり、要素間の噛み合わせによるものではない。

4. おわりに

本稿では、2次元個別要素法型粒子コード（数値移動床）の接触判定ルーチン部分を改良して円形および正方形要素の混在する状態の計算を可能にし、シートフロー漂砂の鉛直分級を対象に異なる幾何形状要素の混在が移動床の流動過程にもたらす影響をスナップショット・移動速度分布・要素間力分布から計算力学的に検討した。

シミュレーションの結果、正方形要素混在による分級抑制効果が確認でき、要素幾何形状の重要性が示されたが、海底床を構成する砂粒子形状は多種多様であるため、全ての形状に対してコード化することは困難である。今後、幾何形状を何らかの指標と関連付ける等して、幾何形状が流動過程にもたらす効果を既存の粒子コードで簡単に考慮できるような取り扱いの検討をしたい。

参考文献

- 後藤仁志・原田英治・酒井哲郎(2001a)：混合粒径シートフロー漂砂の鉛直分級過程，土木学会論文集，第691号/II-57，pp. 133-142.
- 後藤仁志・原田英治・酒井哲郎(2001b)：個別要素法に基づく移動床シミュレーターのモデル定数の最適化，土木学会論文集，第691号/II-57，pp. 159-164.
- 後藤仁志・原田英治・酒井哲郎(2002)：3次元数値移動床によるシートフロー層の鉛直分級過程の数値解析，海岸工学論文集，第49巻，pp. 471-475.
- 坂口栄一郎・川上昭太郎・田村 聡・飛田布美子(1996)：離散要素法による穀粒排出現象のシミュレーション，農業機械学会誌，第58巻，pp. 4-9.
- 原田英治・イエガネーバクティアリ・アバス・後藤仁志・酒井哲郎(2000)：粒状体モデルによるシートフロー漂砂の分級過程の数値シミュレーション，海岸工学論文集，第47巻，pp. 491-495.
- Latham, J.P. and A. Munjiza (2002)：Porosity and Packing Simulations of Particles with Any Shape or Size-Dynamic 3D Results, Proc. 28th ICCE, pp. 1424-1435.