

非線形の波の数値シミュレーションにおける 2 次波の性質 (2)

加藤 始*・信岡尚道**

海洋波の非線形シミュレーションにおいて通常使われる JONSWAP スペクトルは 2 次波に過大な高周波成分を生じさせる (加藤ら, 2004)。本論文では JONSWAP スペクトルに Wallops 型の変換係数 m を組み込んだ新しいスペクトル形を提案する。これを 1 次波のスペクトルとして使うことにより, 風洞水槽で測定した風波のスペクトルが 2 次のシミュレーションで非常によく再現できることを示し, 2 次のスペクトルが波の統計量に及ぼす影響についても検討する。また加藤ら (2004) の 1 方向波による非線形拘束長周期波の計算を多方向シミュレーションに拡張し, 波の方向分散が拘束長周期波の波高に及ぼす影響を明らかにする。

1. 緒 言

海の波には非線形の性質があり, 従来の線形シミュレーションでは解明出来ない波の skewness や波頂高, 波形の頻度分布など非線形性に関係する問題がいくつか残されている。近年ようやく, 沿岸波浪に及ぼす非線形性の影響の研究を目的とした非線形シミュレーションが, Prevosto (1998), Stansberg (1998), Forristall (2000), 小松崎ら (2001) 等によって行われているが, シミュレーションの質を支配するとも言える, 得られた波のスペクトルの妥当性に関してはほとんど検討されていない。

海の波のスペクトルは高周波部が $f^{-5} \sim f^{-4}$ の減衰特性を示すことがよく知られている。このため従来の非線形シミュレーションでは, 例外なく 1 次波のスペクトルとして高周波側が f^{-5} に比例して減衰する JONSWAP スペクトルが使われている。一方 Tayfun (1990) は, 実測された波のスペクトルの高周波部にはすでに非線形性の影響が入っており, 高周波側がこのような減衰特性をもつ波をシミュレーションで得るためには, 1 次波のスペクトルの高周波側は $f^{-9} \sim f^{-8}$ の減衰特性をもつべきことを計算で示している。加藤ら (2004) は 2 次の非線形数値シミュレーションで Tayfun (1990) の指摘が正しいことを示すと共に, 1 次波として JONSWAP スペクトルを使うと 2 次のスペクトルの高周波側が過大となることを示した。これに対して JONSWAP 型を使った上記 Prevosto, Stansberg, Forristall は非常に小さい cut-off 周波数を採用して高周波成分を抑えているが, 同時に計算された波のスペクトルの帯域幅を狭くしている。一方 Kato ら (2004) はピークが尖って広い周波数幅をもつ現地波浪のスペクトルの再現のためには, JONSWAP スペクトルの γ と Wallops スペクトルの係数 m が可変という両方の特性を兼ね備えたスペクトルモデルが必要な

ことを示唆している。

また Tayfun (1986) は Wallops スペクトルを使って, 2 次のスペクトルの和と差の成分, $S^{(2P)}$ と $S^{(2M)}$ の分布形と相対的な大きさが 1 次のスペクトルの帯域幅, すなわち形状係数 m に依存して大きく変ることを解析的に示している。しかし過去に非線形シミュレーションでは $m=5$ の JONSWAP スペクトルしか使われていないため, この Tayfun の成果の影響もこれまで検討されてはいない。これは Wallops スペクトルが風波のスペクトルにあまり適していないことにも関係があると考えられる。

本論文では, 2 次の非線形数値シミュレーションで周波数帯域幅の広いスペクトルを得ることを目的として, 1 次のスペクトルとして JONSWAP スペクトルと Wallops スペクトル両方の特性を持つスペクトルを提案する。さらにそれを使うことにより, 実験室で測定した風波のスペクトルが非常によく表わされることを示し, 同時に 2 次のスペクトルが波の統計量に及ぼす影響についても検討する。また加藤ら (2004) が行った浅海における 2 次の非線形拘束長周期波の波高に関する研究は, 1 方向の波だけに関するものであったが, 本論文ではそれに多方向シミュレーションの結果を追加して, 波の方向分散が拘束長周期波の波高に及ぼす影響を明らかにする。

2. シミュレーション手法

2 次までの非線形性を考慮した表面波形 $\eta(x, t)$ の計算法は加藤ら (2004) と同じで次式のように与えられる。

$$\eta(x, t) = \eta^{(1)}(x, t) + \eta^{(2)}(x, t) \\ = \int_{\mathbf{k}} \int_{\omega} \{dA^{(1)} + dA^{(2)}\} \exp(i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{x} - \omega t)) \quad (1)$$

ここに, $dA^{(1)}$, $dA^{(2)}$ は表面波の 1 次及び 2 次の Fourier-Stieltjes 成分の複素振幅であり, これらは次の式 (2), (3) でそれぞれ計算される。

$$dA^{(1)} = \begin{cases} \sqrt{S^{(1)}(\omega)} d\omega & : \text{(一方向)} \\ \sqrt{S^{(1)}(\omega, \theta)} d\theta d\omega & : \text{(多方向)} \end{cases} \quad \dots (2)$$

$$dA^{(2)}(\mathbf{k}, \omega) = \int_{\mathbf{k}_1} \int_{\omega_1} H(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \omega_1, \omega_2)$$

* 正 会 員 工 博 茨城大学名誉教授

** 正 会 員 博 (工) 茨城大学助手 工学部都市システム工学科

$$\times dA^{(1)}(\mathbf{k}_1, \omega_1) dA^{(1)}(\mathbf{k}_2, \omega_2) \cdots \cdots (3)$$

ここに $S^{(1)}(\omega)$, $S^{(1)}(\omega, \theta)$ は1次の周波数スペクトル及び方向スペクトルである. 式(3)の $H(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \omega_1, \omega_2)$ は表面波の2次非線形核関数であり, 次式で表される.

$$H(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \omega_1, \omega_2) = \frac{1}{2g} \left[2(\omega_1 + \omega_2) D(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \omega_1, \omega_2) - \frac{g^2 \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2}{\omega_1 \omega_2} + \omega_1 \omega_2 + \omega_1^2 + \omega_2^2 \right] \cdots \cdots (4)$$

$$D(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \omega_1, \omega_2) = [2(\omega_1 + \omega_2) \{g^2 \mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2 - (\omega_1 \omega_2)^2\} - \omega_1 \omega_2 (\omega_1^3 + \omega_2^3) + g^2 (k_1^2 \omega_2 + k_2^2 \omega_1)] / [2\omega_1 \omega_2 \{(\omega_1 + \omega_2)^2 - g(|\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2|) \tan h(|\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2| h)\}] \cdots \cdots (5)$$

ここに g は重力加速度, $\mathbf{k}_i$ と ω_i は線形成分波の波数ベクトルと角周波数であり, それらは分散関係式を満たす.

式(1)の2次波成分 $\eta^{(2)}(x, t)$ は次式のように書ける.

$$\eta^{(2)} = \eta^{(2P)} + \eta^{(2M)} \cdots \cdots (6)$$

$\eta^{(2P)}$ と $\eta^{(2M)}$ はいわゆる周波数の和と差の成分で, 本研究ではプログラム上でこれらの計算を行った.

3. 新しいスペクトル形の提案

ここではJONSWAP型のピーク増大係数 γ をもち, Wallops型と同様に高周波数領域では減衰特性が f^{-m} になるスペクトル形を提案する. 合田(1990)の修正式を使うとJONSWAPスペクトルは次式で与えられる.

$$S(f) = \beta_f H_{1/3}^2 T_p^{-4} f^{-5} \exp \left[-\frac{5}{4} (T_p f)^{-4} \right] \times \gamma \exp[-0.5(T_p f - 1)^2 / \sigma^2] \cdots \cdots (7)$$

$$T_p = T_{1/3} / [1 - 0.132(\gamma + 0.2)^{-0.559}] \cdots \cdots (8)$$

ここに β_f は γ の関数として与えられており, $H_{1/3}$ と $T_{1/3}$ は有義波の波高と周期である. 式(7)にWallopsスペクトルの式を組み込むことにより, 新しく提案するスペクトルの式は次のようになる.

$$S_1(f) = \beta_f H_{1/3}^2 T_p^{-4} f^{-5} \exp \left[-\frac{m}{4} (T_p f)^{-4} \right] \times \exp[-B_1(m-5)] \cdot \gamma \exp[-0.5(T_p f - 1)^2 / \sigma^2] \cdots \cdots (9)$$

$$B_1 = 1.82 + 0.1(T_{1/3} - 8.0) \cdots \cdots (10)$$

式(9)の m はWallopsスペクトルの m と同じで, $m=5$ のとき式(9)はJONSWAPの式(7)と一致する. 式(10)の B_1 は合田式を利用した波高の補正係数であり, $T_{1/3}=8.0 \sim 15.0$ sの波に適用できる. ただし次節で述べる実験室規模の波に対してはもう1つ補正係数 K_1 が必要となる. このスペクトル形の例として $m=8$, $\gamma=3.3$ の場合を図-1に示す. なおこの提案したスペクトルを以下においては m -JONSWAPスペクトルと呼ぶことにする.

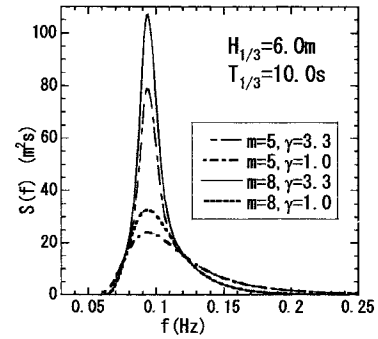


図-1 提案した m -JONSWAPスペクトル

4. 実験室の風波のシミュレーション

発達域にある風波のスペクトルは顕著な2次のピークをもつため, その波形を線形シミュレーションで再現することは不可能である. また発達中の風波のスペクトルのピークは非常に尖っているため, Wallopsスペクトルで表すことも出来ない. ここでは風洞水槽で測定した風波のスペクトルを, 前節で提案した m -JONSWAPスペクトルを使って再現してみる.

データは, 現(独法)港湾空港技術研究所の風洞水槽で1997年に測定したものである. この水槽は幅1.5 m, 高さ1.3 m, 有効吹送距離28.5 mで, 水深は0.5 mとして使用している. 波の測定は吹送距離 $F=10.0, 18.5, 26.0$ mの3点で, 風速は基準風速 $U_a=7.3, 10.6, 13.5$ m/sの3種類で容量式波高計により各ケース4回ずつ, サンプル間隔 $\Delta t=0.02$ s, データ数 $N=8200$ で行っている.

図-2に $F=18.5$ m, $U_a=10.6$ m/sの場合の4回の測定から得られたスペクトルを示す. 2次までのシミュレーション波形のスペクトルとの比較のためには, 主ピークと2次のピークの尖りが少し鈍るが4本平均のスペク

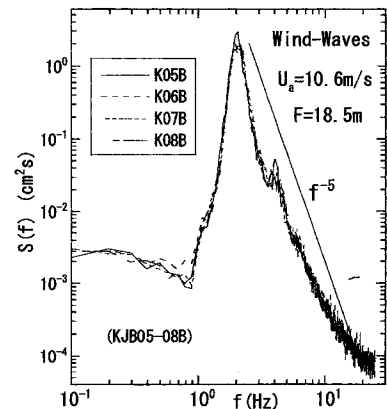


図-2 風洞水槽で測定した風波のスペクトルの例

トルを用いることにする。

この目標スペクトルをもつ2次までの波形のシミュレーションでは、 $H_{1/3}$ と $T_{1/3}$ を与えて1次のスペクトルを式(9)で与える。このときスケールの違いを補正するため、式(9)の S_1 の代わりに次式の S_2 を用いた。

$$S_2(f) = K_1^2 S_1(f), \quad K_1 = (1.993 T_{1/3}^{-0.4656})^{(m-5)} \quad (11)$$

2次までのスペクトル $S^{(1+2)}$ は次式で与えられる。

$$S^{(1+2)} = S^{(1)} + S^{(2P)} + S^{(2M)} \quad (12)$$

これから計算される $H_{1/3}$ と $T_{1/3}$ は当初与えた値とは多少ずれを生じるので、 $H_{1/3}$ は目標値を越えない範囲でなるべく近い値とした。また図-2に示した実測スペクトルの周波数帯域幅を考慮に入れて、シミュレーションの周波数幅は $f_{max} = 10f_p$ (f_p : ピーク周波数) に設定した。

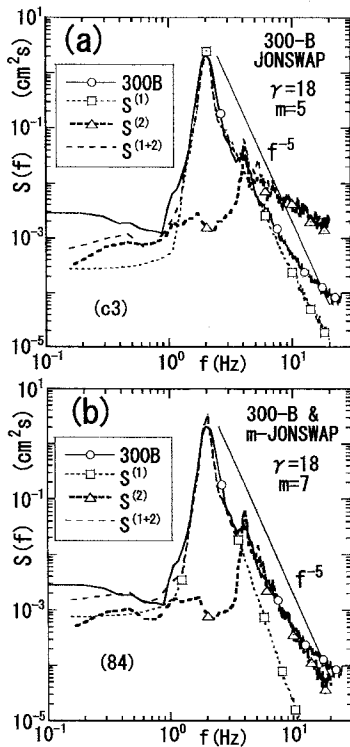


図-3 JONSWAPと m-JONSWAP スペクトルによる結果

図-3(a), (b)には図-2のスペクトルを目標スペクトルとして $\gamma=18$ で1次波に JONSWAP スペクトルを使った場合を(a)に、m-JONSWAP スペクトルで $m=7$ の場合を(b)に示している。(a)の JONSWAP の場合には加藤ら(2004)が指摘したのと同様に2次のスペクトル $S^{(2)}$ が $f > 2f_p$ において異常に大きなパワーを示すため $S^{(1+2)}$ も実測値よりもはるかに大きくなっている。一方、図-3(b)の $m=7$ の場合は $f=f_{max}$ の近くまで実測値と $S^{(1+2)}$ はよく一致している。 $f > 10\text{Hz}$ あたりで実測スペ

クトルの減衰率は鈍り計算値とずれが生じている。この部分の風波のスペクトルの減衰率は f^{-3} に比例するという測定と解析の結果が有力視されているが(光易, 1995), 吹送流の影響も無視できないと考えられる。

図-4(c), (d)には別のケース($F=26.0\text{ m}$, $U_a=13.5\text{ m/s}$)の風波のスペクトルを m-JONSWAP スペクトルを使って計算した結果を比較している。図-4(c)の $m=6$ の場合は高周波部分の計算スペクトルが実測値より大きくなるのに対し、図-4(d)の $m=7$ の場合は図-3(b)と同様に高周波数端に近づくほど実測値は大きくなっている。

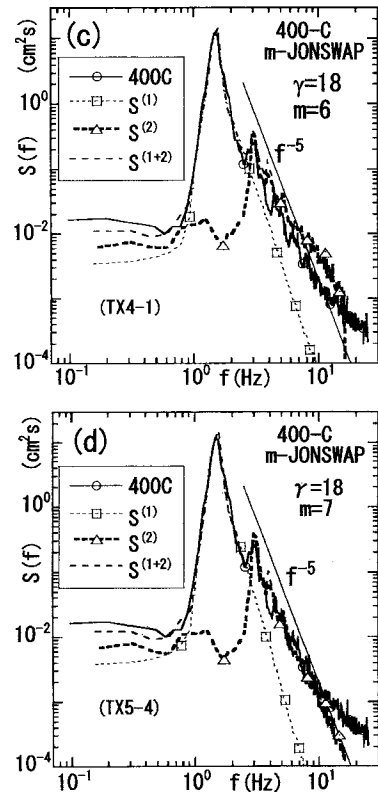


図-4 $F=26.0\text{ m}$, $U_a=13.5\text{ m/s}$ の実測値スペクトルとの比較

図-5はForristall(2000)が用いた $f_{max}=5.0f_p$ の cut-off 周波数の条件で、図-3(a)の JONSWAP スペクトルを用いた場合と同じ計算を行った結果であり、図-3, 4の結果と比較のために示したものである。

表-1には図-3, 4, 5に示したスペクトルから計算される主要な波浪統計量をまとめている。まず波の非線形性の強さと相関が大きいと考えられる skewness (表の skew) は図-3, 4の(a)~(d)のうち2次までのスペクトル $S^{(1+2)}$ が実測値にもっとも近い(b)が実測値の skewness にもっとも近く、次はその次に近い(d)であり、

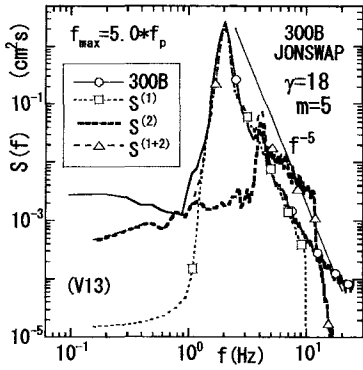
図-5 $m=5$ で $f_{\max}=5.0 f_p$ によるシミュレーション結果

表-1 図-3, 4, 5の計算値の主要な波浪統計量

	300-B	Fig.5	(a)	(b)	400-C	(c)	(d)
m	—	5	5	7	—	6	7
γ	—	18	18	18	—	18	18
$H_{1/3}$	4.20	4.01	3.92	4.18	8.46	8.51	8.48
$T_{1/3}$	0.483	0.478	0.470	0.490	0.648	0.647	0.649
skew	0.371	0.415	0.304	0.360	0.459	0.361	0.383
kurt	2.51	2.98	2.68	2.60	2.68	2.62	2.58
$\Pi_{1/3}$	0.115	0.117	0.113	0.112	0.129	0.130	0.130
Q_p	7.97	2.79	2.60	3.39	8.66	2.83	3.03
$T_{1/3}/T_M$	1.073	1.103	1.178	1.025	1.088	1.047	1.018
T_{02}/T_M	0.934	0.846	0.734	0.907	0.867	0.805	0.879
ε	0.92	0.86	0.95	0.84	0.97	0.93	0.85
ν	0.39	0.50	0.80	0.35	0.54	0.55	0.37

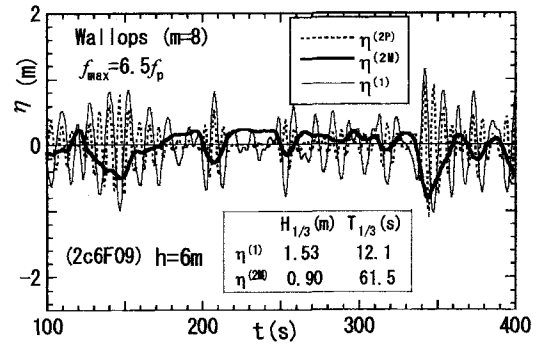
$S^{(1+2)}$ が実測値とまったく異なる(a)の skew = 0.304が実測値0.371からもっとも離れた値をとる理由はよく分からないが注目される。なお図-5の skewnessは実測値より逆に大きくなっている。

表-1の T_{02}/T_M は、線形理論から導かれるいわゆるRiceの法則では1.0となるパラメータで、スペクトルから波の平均周期 T_M を推定する場合に利用される。加藤ら(1999)は沿岸波浪データの解析結果から平均値としては $T_{02}/T_M = 0.95$ であり、あまり波の非線形性とは関係ないと結論づけている。本研究の結果からも T_{02}/T_M が1.0より小さくなるのは、何らかの理由でスペクトルの高周波側の減衰率が f^{-5} より緩やかになるのが原因であることが再確認される。スペクトルのバンド幅パラメータといわれる ε や ν については特に目立った傾向は見られないが、 $T_{1/3}/T_M$ はスペクトルの高周波成分が大きくなるほど大きくなるという傾向が明瞭に現れている。なお kurt は kurtosis であり、 $\Pi_{1/3}$ は非線形度パラメータ、 Q_p はスペクトルのピークの尖鋭度を表すパラメータ(合田, 1990)である。

5. 拘束長周期波の波高に及ぼす方向分散の影響

加藤ら(2004)は $\Delta t = 0.50$ s, $f = 0.0 \sim 6.5 f_p$, 成分波

数256, データ個数 $N = 16384$ の1方向シミュレーションで2次の低周波成分波 $\eta^{(2M)}$ の計算を行った。その波形 $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2P)}$, $\eta^{(2M)}$ の例を新しく図-6に示す。

図-6 拘束長周期波の計算における $\eta^{(1)}$, $\eta^{(2P)}$, $\eta^{(2M)}$ の例

$\eta^{(2M)}$ データからこの低周波数成分の波高 $H_{1/3}^{(M)}$ (以後単に H_3 と書く)を計算し、1次波高 $H_{1/3}$ との比を次式で定義したアーセル数

$$Ur = H_3 L_3^2 / h^3 \quad (L_3: T_{1/3} \text{に対応する波長}) \quad (13)$$

に対してプロットすると、図-7のように Ur の関数として一義的に表されるとを示した。1次波のスペクトルが $m=8$ の Wallops 型の場合の関係は

$$H_3/H_{1/3} = 0.0101 Ur^{0.969} \quad (14)$$

JONSWAP 型の $\gamma=1.0$, $m=5$ の場合に対しては

$$H_3/H_{1/3} = 0.0086 Ur^{1.025} \quad (15)$$

という関係が得られている。これらの式では Ur の指数が1.0にきわめて近いことから、水深と1次波の $T_{1/3}$ が等しいとき、拘束長周期波の波高は1次波の波高の2乗に比例するという結果も得られた。

加藤ら(2004)は波の方向分散が非線形性の効果を弱めることを示したが、拘束長周期波の波高に関して方向分散の効果がどのように現れるかを明らかにするため、多方向のシミュレーションを追加して行った。計算時間が膨大となるため、計算条件は $S_{\max} = 10, 100, 1000$ について、 $\Delta\theta = 7.5^\circ$, $N = 8192$, 成分波数200と少し粗くしたが、 $\Delta t = 0.50$ sは同じである。この多方向シミュレーションで得られた拘束長周期波の波高 H_3 を図-7の1方向シミュレーションの結果と同様に $S_{\max}$ の値ごとにまとめてプロットすると図-8のようになった。各回帰式は

$$S_{\max} = 1000: H_3/H_{1/3} = 0.00897 Ur^{0.992} \quad (16)$$

$$S_{\max} = 100: H_3/H_{1/3} = 0.00527 Ur^{0.972} \quad (17)$$

$$S_{\max} = 10: H_3/H_{1/3} = 0.00295 Ur^{0.995} \quad (18)$$

となる。 $S_{\max} = 1000$ のときは1方向波とかなりよく一致し、 $S_{\max}$ が100, 10と小さくなり方向分散が大きくな

るほど相対波高の直線が下方へ平行移動することがわかる。また波高 H_3 が入射波の波高 H_{3s} の2乗に比例するという関係も1方向の場合と変わらないことが分かる。

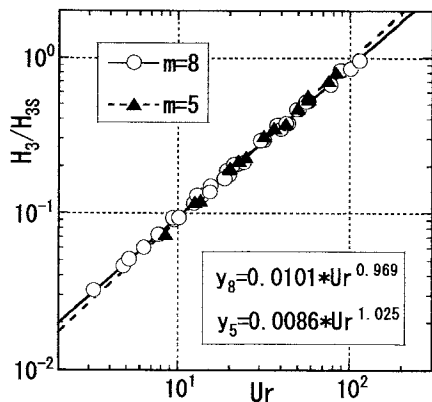


図-7 拘束長周期波の波高と Ur の関係 (1方向波)

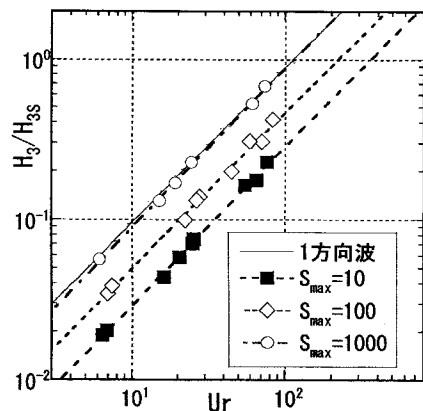


図-8 方向分散があるときの拘束長周期波の波高

6. 結 論

本研究の主要な結論を以下に示す。

(1) 2次の非線形波のシミュレーションで使う1次波のスペクトルとして、ピーク増大係数 γ をもつ JONS-WAP スペクトルと可変指数 m をもつ Wallops スペクトルの両方の特性をもつ新しいスペクトルモデルを提案した。

(2) この提案したスペクトルを1次波として使うと、実験室の風波のスペクトルが $m=7$, $\gamma=18$ の条件でよく再現できることを示した。

(3) 風波の実測値とそれを対象とした非線形のシミュレーションの結果から、スペクトル統計量に及ぼす非線形性の影響について検討した。

(4) 2次の拘束長周期波の波高に及ぼす波の方向分散の影響を多方向シミュレーションにより調べた。その結果方向分散が大きくなるほど拘束長周期波の波高は小さくなるが、拘束波と1次波との波高比がアーセル数の関数となる関係は平行移動的に変ることが分かった。

参 考 文 献

- 加藤 始・小高奈美・松本礼子・信岡尚道・荒田昌潔・永井紀彦 (1999) : 沿岸波浪のスペクトル統計量とそれに及ぼす波の非線形性の影響について, 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 221-225.
- 加藤 始・信岡尚道・小松崎泰光 (2004) : 非線形の波の数値シミュレーションにおける2次波の性質, 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 156-160.
- 合田良實 (1990) : 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, 333p.
- 小松崎泰光・加藤 始・信岡尚道 (2001) : 波の統計量に及ぼす非線形性の影響—主として数値シミュレーションを用いた解析—, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 176-180.
- 光易 恒 (1995) : 海洋波の物理, 岩波書店, 210p.
- Forristall, G. Z. (2000) : Wave crest distributions: Observations and second-order theory. J. Phys. Oceanogr., Vol. 30, pp. 1,931-1,943.
- Kato, H., H. Nobuoka, and Y. Komatsuzaki (2004) : Numerical simulation of the second-order non-linear effects on wave spectra and statistical properties of coastal waves, Proc. 29th ICCE, Lisbon, pp. 195-205.
- Prevosto, M. (1998) : Effect of directional spreading and spectral bandwidth on the nonlinearity of the irregular waves, Proc. 8th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Montreal, PQ, pp. 119-123.
- Stansberg, C.T. (1998) : Non-Gaussian Extremes in Numerically Generated Second-Order Random Waves on Deep Water, Proc. 8th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Montreal, PQ, pp. 103-110.
- Tayfun, M.A. (1986) : On narrow-band representation of ocean waves, I. Theory, J. Geophys. Res., 91(C6), pp. 7743-7752.
- Tayfun, M.A. (1990) : High-wave-number/frequency attenuation of wind-wave spectra, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, Vol.116, No.3, pp. 381-398.