

任意の氷況下での波浪特性に関する数値解析

小笠原敏記*・竹中美智子**・堺 茂樹***

オホーツク海や北極海のような季節変動氷海域の波浪特性を解明することは、新たなエネルギー資源を安全に採取・輸送供給するために必要不可欠である。本研究は、任意氷況下の波浪特性の解析を可能にするため、有限要素法と境界要素法を結合した時間領域解析手法を基に、境界条件判定指標を取り入れた数値解析手法を開発する。その結果、氷盤長さや厚さ、弾性率の異なる氷盤群での数値解析値は、模擬氷盤による実験結果と良く一致し、本手法の有効性を実証することができた。さらに、オホーツク海南部の氷海域での画像データを考慮した氷盤条件による波浪解析も試みている。

1. はじめに

豊かな生態系を根底で支える『命の源』が流水である。流水がもたらす栄養分によって植物プランクトンが爆発的に発生し、それを起点に魚類や鳥類、ほ乳類などが海から川、森へと連なる食物連鎖を形成する。このように地球上の生命にとって重要な役割を担っている流水であるが、その形態は様々なものではなく、大小様々な規模として氷盤群で存在している。そのため、流水の存在しない海域に比べ、波浪特性は氷盤の形状や個数によって大きく異なると考えられる。さらに、氷海域での波浪特性が解れば、波力、水力およびこれらの複合作用力を正確に評価でき、船舶の安全性、港湾の耐氷設計あるいはタンカー・パイプラインからの流出油の拡散範囲の推定などに役立つであろう。

しかしながら、多様な複数氷盤が存在する実海域での現地観測や、模型実験によってそのような場を再現することは、経済的・時間的な損失が大きくなると考えられる。一方、数値計算で任意の氷況下を再現し、波浪特性を知ることができれば、より有効な手段と言える。

そこで本研究では、劉・堺 (2000) の提案した境界要素法と有限要素法を結合した時間領域解析手法を基に、任意氷況下での波浪解析を可能にするため、境界条件判別指標を用いたソースコードの開発を行い、模型実験との比較より本手法の有効性を検討する。さらに、実氷海域を想定した波浪特性の解析が可能であることを実証する。

2. 数値解析手法

本計算手法は、図-1 に示すような計算領域 Ω の鉛直二次元数値水槽を定義し、流体運動に境界要素法 (BEM)、氷盤の弾性変形に有限要素法 (FEM) をそれ

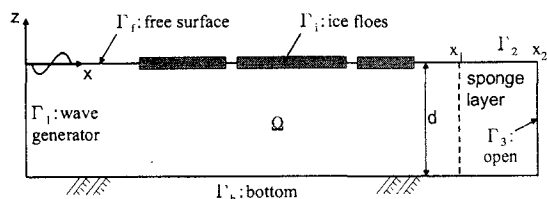


図-1 計算領域と境界面の定義

ぞれ適用させ、流体と氷盤の境界での変位および圧力を接続させることによって、流体と氷盤の動的な干渉の時間発展を計算する。造波境界 Γ_1 で発生した波は氷盤下を伝播し、消波層内 Γ_2 で減衰した後、開境界 Γ_3 から計算領域外へと透過する。このとき、各氷盤は上下に自由運動し、流体と常時密着している。

流体は非圧縮・非粘性の完全流体とし、流体運動は渦なしと仮定すれば、流体内で成立すべき基礎式は、次式の速度ポテンシャル ϕ に関するラプラス方程式となる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad (1)$$

波浪による氷盤の曲げ変形は、断面二次元問題での線形弾性変形の範囲内であると仮定する。したがって、その変形解析の基礎式は、次式の単位幅当たりの弾性板の曲げ振動方程式となる。

$$D \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} = p \quad (2)$$

ここで、曲げ剛性 $D = E_i h_i^3 / 12(1 - \nu^2)$ 、氷盤の弾性係数 E_i 、氷盤厚さ h_i 、ポアソン比 ν 、単位幅当たりの質量 $m = \rho_i h_i$ 、氷盤の密度 ρ_i 、変位 η および圧力 p である。

造波境界 Γ_1 は、水位 $\bar{\eta}$ および底面から自由水面までの水平流速 $\bar{u}(z)$ を与えることによって波を発生させる。

$$\eta = \bar{\eta} \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \quad (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \bar{u}(z) \quad \text{on} \quad \Gamma_1 \quad (4)$$

* 正会員 博(工) 岩手大学助手工学部建設環境工学科
** 正会員 修(工) 日本建設コンサルタンツ(株)
*** 正会員 工博 岩手大学教授工学部建設環境工学科

水槽底面 Γ_b は不透過条件を適用させ、

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on } \Gamma_b \dots \dots \dots (5)$$

自由水面 Γ_f および氷盤と流体の境界での運動学的・力学的条件は、

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\partial \eta}{\partial t} \cos \theta \quad \text{on } \Gamma_f, \Gamma_i \dots \dots \dots (6)$$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right] - g\eta = 0 \quad \text{on } \Gamma_f \dots \dots (7)$$

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right] - g\eta = \frac{p}{\rho} \quad \text{on } \Gamma_i \dots \dots (8)$$

となる。ここで、 s は境界上における接線方向、 θ は鉛直方向 z と法線方向 n とのなす角、 g は重力加速度、 ρ は水の密度である。消波層 Γ_2 には、主に短周期成分を減衰させる大山・灘岡 (1991) の数値消波フィルターを用いる。

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial n} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial s} \right)^2 \right] - g\eta - \mu \phi + \int_{x_1}^{x_2} \left(\phi \frac{\partial \mu}{\partial x} \right) dx = 0$$

on $\Gamma_2 \dots \dots \dots (9)$

消波層 Γ_3 には、長周期波成分を取り除くために Sommerfeld 型放射条件を適用させる。

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = -\frac{1}{\sqrt{gd}} \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \mu \phi + \int_{x_1}^{x_2} \left(\phi \frac{\partial \mu}{\partial x} \right)_{\text{on } \Gamma_2} dx \right)$$

on $\Gamma_3 \dots \dots \dots (10)$

なお、 μ は x に比例して線形分布させた減衰係数である。

式 (1) はグリーンの公式を適用させると境界積分方程式となり、全境界 Γ を空間で離散化することによって、境界要素法で求めることが可能となる。境界積分方程式に運動学的条件の式 (4), (5), (6) および (10) を代入すると、未知数は全境界 Γ 上の節点における ϕ と各境界 Γ_f, Γ_i および Γ_2 上の節点での $\partial \eta / \partial t$ となり、未知数 ϕ と η は力学的条件の式 (7), (8) および (9) を連立して解くことにより求まる。このとき、式 (8) は鉛直と回転を節点変位として、せん断力と曲げモーメントを節点外力として有限要素法より氷盤の応答解析を可能にする。また、水面変動と氷盤応答の時間発展には、Newmark- β 法を用い、時間間隔 Δt での ϕ および η を逐次計算する。

さらに、氷盤の長さ l_i 、厚さ h_i および弾性率 E_i を任意に設定し、様々な氷盤群の条件下において波浪解析を可能にするため、自由水面 Γ_f と氷盤面 Γ_i の表面境界条件 (式 (7) および式 (8)) を計算過程において判別させる指標を各節点に設定する。例えば、図-2 に示すように自由水面の節点にはゼロの指標、氷況条件が異なる3枚の氷盤の節点には1から3までの指標を与える。こ

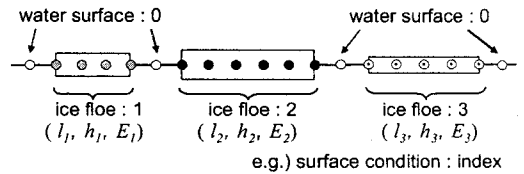


図-2 表面境界条件を判別するための指標

の境界条件判別指標は、入力条件として各節点に設定するので、ランダムな氷況場を容易に形成・変更することができる。

3. モデルの有効性の検証

(1) 検証実験

本解析手法の有効性を検証するため、堺・花井 (2001) の実験結果を参照する。実験は、図-3 に示すような長さ26 m、幅0.8 m、高さ1 mの造波水槽を用いて、水深 $d=60$ cmの水槽中央付近 $X_i=8$ mの範囲に模擬氷盤を浮かせ、その氷海域の鉛直変位を容量式波高計と超音波センサーによって計測したものである。模擬氷盤はポリエチレン (PE)、ポリプロピレン (PP) およびエチレン-ビニルアセテート (EVA) の3種類であり、これらの条件を表-1に示す。なお、表中の b_i は氷盤の幅を表す。

(2) 氷盤厚一定条件での実験結果との比較

図-4は厚さ $h_i=20$ mmで氷盤長 $l_i=2$ m $\times$ 4枚 (全氷盤長 $X_i=8$ m) について、各氷盤下での位相平均によって求めた実験値 C_{exp} と数値解析値 C_{num} の波速を比較したものである。図中の実線は自由水面での波速を表し、横軸は模擬氷海域の先端からの距離 X_i である。このときの入射波条件は、周期 T を1.0~1.6 sまでの0.2秒間

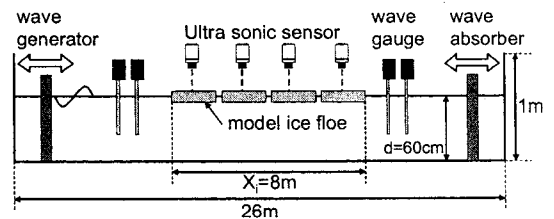


図-3 実験装置

表-1 模擬氷盤の条件

model ice floe	l_i [m]	b_i [cm]	h_i [cm]	E_i [MPa]	ρ_i [kg/m ³]
polyethylen (PE)	0.25, 0.5, 1, 2, 4	78	20	650	914
			5	850	
polypropylen (PP)	2	78	20	3600	960
ethylen-vinyl acetate(EVA)	2		5	420	940

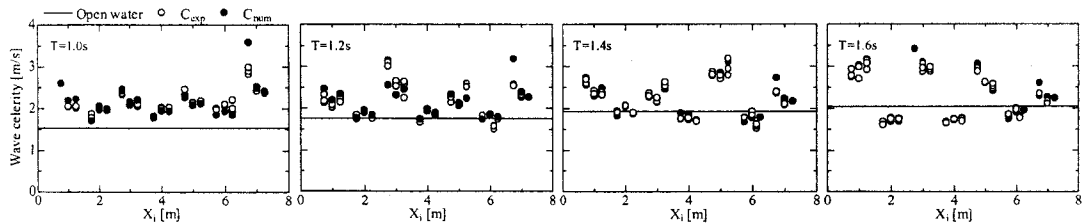


図-4 周期 $T=1.0\sim 1.6$ s の氷盤長さ $l_i=2\text{ m}\times 4$ 枚および厚さ $h_i=20\text{ mm}$ の各氷盤下における実験値と解析値の波速の比較

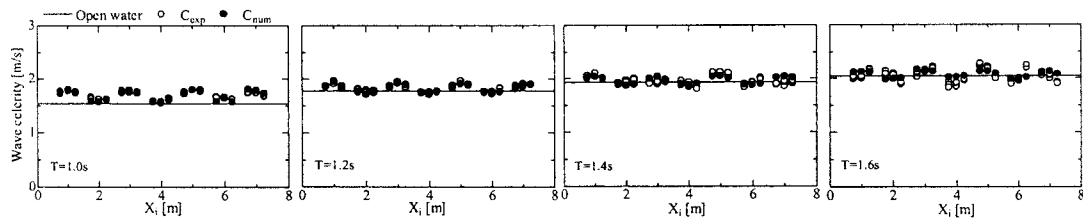


図-5 周期 $T=1.0\sim 1.6$ s の氷盤長さ $l_i=2\text{ m}\times 4$ 枚および厚さ $h_i=5\text{ mm}$ の各氷盤下における実験値と解析値の波速の比較

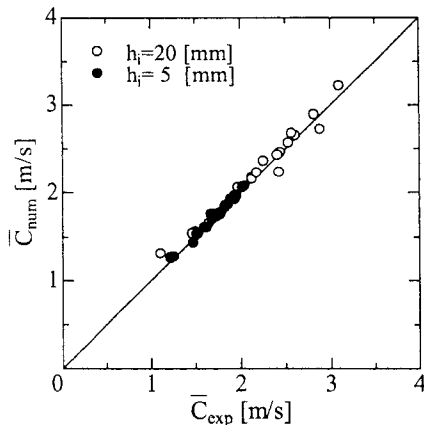


図-6 全氷盤域における実験値と解析値の平均波速の比較

隔の4通りに変化させ、波形勾配 H/L を0.01とし、実験の模擬氷盤にはPEを用いた。個々の氷盤下の数値解析による波速 C_{num} の値は、各周期 T において実験値の波速 C_{exp} と概ね一致している。同様に、図-5は氷盤厚さ $h_i=5\text{ mm}$ の結果について示したものである。氷盤厚 h_i および弾性率 E_i が異なる場合でも、解析値の波速 C_{num} は、いずれの周期 T においても実験値の波速 C_{exp} と良く一致していることがわかる。

図-6は、図-4および図-5で算出した各氷盤下の波速を単純平均して求めた実験値 $\bar{C}_{exp}$ と数値解析値 $\bar{C}_{num}$ の平均波速を比較したものである。氷盤が2枚 ($l_i=4\text{ m}$) から32枚 (同0.25m) まで変化する氷海域においても、 $\bar{C}_{num}$ の値は $\bar{C}_{exp}$ の値に良く対応していることがわかる。これより、本数値解析手法は、氷盤厚一定条件の複数氷盤での波浪解析が可能であると言える。

(3) 氷盤厚の異なる条件での実験結果との比較

ここでは、より任意の氷盤群での波浪解析への適用性を実証するため、厚さ h_i と弾性率 E_i の異なる4種類 ($h_{i-4}=20, 5, 20, 5\text{ mm}$ および $E_{i-4}=630, 420, 3600, 780\text{ MPa}$) の氷盤 (全氷海域 $X_i 8\text{ m}$; $l_{i-4}=2\text{ m}\times 4$ 枚) での実験結果と計算値との比較を行う。

図-7は、波高 $H(=2.7\text{ cm})$ で無次元化した時間波形の比較を示す。このときの入射波条件は周期 $T=1.4$ 秒、波形勾配 $H/L=0.01$ である。図中の破線は実験結果、実線は計算解析値であり、 X_i は全氷盤先端から各氷盤の計測点までの距離を表している。実験値は、模擬氷盤と水の間で摩擦によるエネルギー損失および塑性変形が生じるため、計算値は部分的にわずかに大きくなる。しかし、いずれの氷盤においても数値解は実験結果を良く表現している。

図-8は、各氷盤下で位相平均によって求めた波速を比較したものである。計算値の波速は、実験結果と極めて良く一致していることから、各節点に指標を与えて表面境界条件を判別する本手法は、厚さ h_i や弾性率 E_i の異なる連続した氷盤群においても有効であると言える。また、氷盤全域を伝播する波は、2~3 m/s 程度の波速となり、自由水面の波速よりも速くなる傾向であるが、厚さ h_i と弾性率 E_i によって決定される曲げ剛性 $D(=E_i h_i^3/12(1-\nu^2))$ に一義的に支配されるものではないことが推察される。

さらに、図-9は同条件下での時刻 $t=23.7, 24.1$ および 24.4 s における数値解析による空間波形の時系列変化を示したものである。4種類の各氷盤は周期波の伝播に伴い、周期的な上下運動を繰り返すが、1枚目と3枚目の氷盤は波形変化に関わらず剛体の質点運動に近い変形

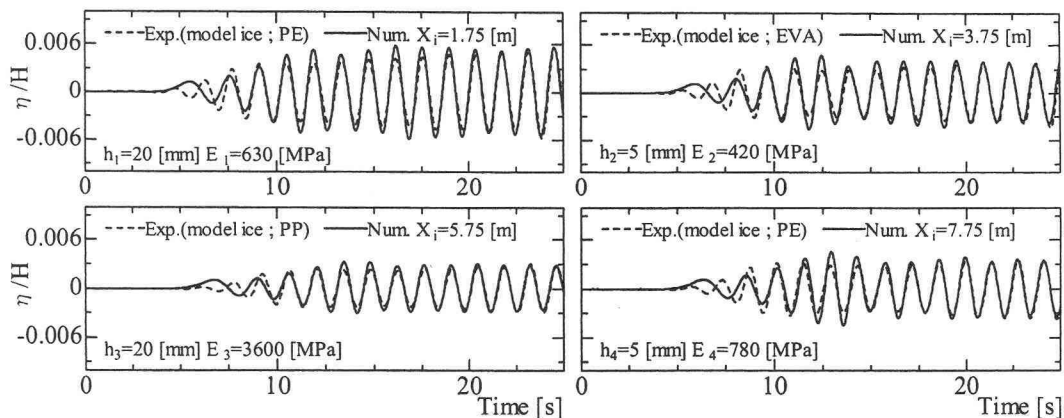


図-7 氷盤厚さ h_i と弾性率 E_i の異なる 4 枚の氷盤群での実験値と解析値による時間波形の比較

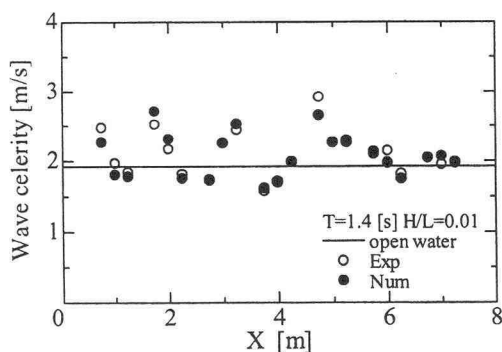


図-8 氷盤厚さ h_i と弾性率 E_i の異なる 4 枚の氷盤群での実験値と解析値による波速の比較

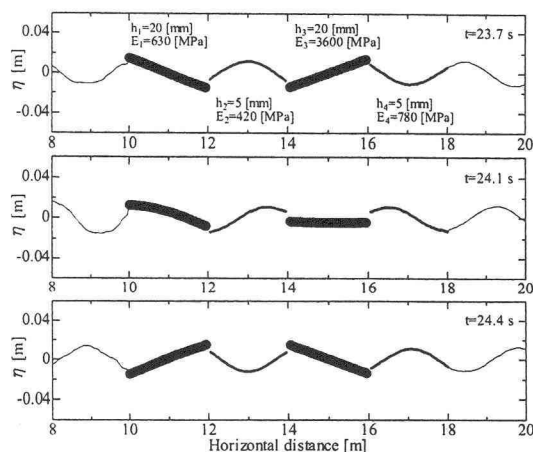


図-9 氷盤厚さ h_i と弾性率 E_i の異なる 4 枚の氷盤群での解析値による空間波形の時系列変化

を、2 枚目と 4 枚目の氷盤は波形変化に追従した弾性変形を示す。すなわち、波が氷海域を伝播する過程において、剛性値 D は個々の氷盤の変形に強く依存することがわかる。

4. オホーツク海南部の氷海域を想定した数値解析

任意氷況下における波浪の特性を数値解析できることを明示してきたが、ここではオホーツク海南部の氷海域を仮定した数値計算を試みる。

オホーツク海や北極海のような季節変動する氷海域は、写真-1 に示すような直径数 10 cm ～ 数 1000 m の大小様々な氷盤が広範囲に分布している。こうした氷盤の分布・形状を調査するためには、衛星画像や航空写真などを用いることが多い。本研究では、Landsat-7 からの衛星画像、ヘリコプターと船舶からのビデオ画像を基に、画像解析によって氷盤の個数と直径の関係を明らかにした高木 (2004) の結果を参照することにした。その結果、1 km² の氷海域に直径 100 m, 200 m, 400 m の氷盤が 4 枚, 2 枚, 1 枚の割合で分布することから、1/100 スケールの計算領域を考え、表-2 に示すような氷盤条件を設定した。なお、表中の氷盤厚さについては、計測の困難さから情報量が少ないため、任意に設定し、氷盤の配置には乱数を用いて決定した。

その結果を示したものが図-10 であり、時刻 $t=10$, 15, 20 および 25 s における全氷盤長 $X_i=12$ m での空間



写真-1 オホーツク海南部における氷盤の分布

表-2 オホーツク海南部の氷盤分布を基にした氷盤条件

model ice floe	1	2	3	4	5	6	7	E_i [MPa]	ρ_i [kg/m ³]
l_i [m]	1	2	1	1	4	1	2	650	914
h_i [mm]	40	20	20	40	20	20	40		
X_i [m]	12								

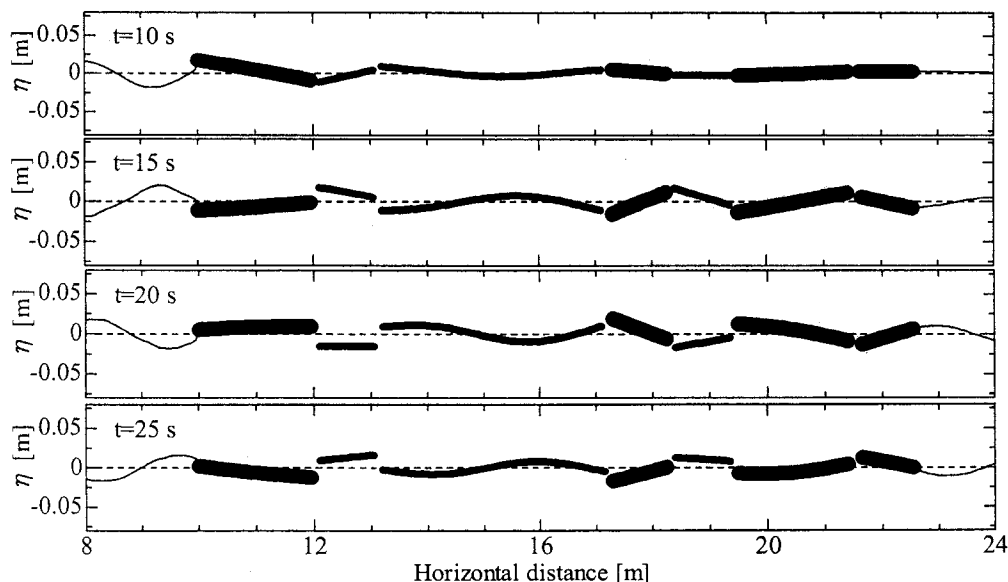


図-10 オホーツク海南部の氷況分布を踏まえた空間波形の時系列変化

波形を示したものである。図中の破線は静水面を表す。氷盤が長く、曲げ剛性の値が小さくなるほど波形変化に似た変形を示すが、氷盤長が1 m 程度になると、曲げ剛性の値に関係なく、質点運動に近づくことがわかる。以上より、任意の氷況下の波浪解析が可能となったが、計算時間を短縮することが大きな課題であり、今後、プログラムコードの最適化を行う必要性が挙げられる。

5. ま と め

数値解析値の波速および時間波形が模擬氷盤実験結果と極めて良く一致することから、本解析手法の有効性を実証することができた。また、波が氷海域を伝播する過程において、氷盤群の変形は個々の氷盤の長さとその曲げ剛性値に強く影響を受けることを明らかにした。さら

に、自由水面および氷盤への境界条件判別指標を節点に設定することによって、単一氷盤から長さや枚数だけでなく、曲げ剛性値の異なる複数氷盤までの波浪特性の数値解析が容易となることを実証した。

参 考 文 献

- 大山 巧・灘岡和夫(1991)：非線型不規則波動場を対象とした数値波動水槽の開発，土木学会論文集，No. 429/ II -15，pp. 77-86.
- 堺 茂樹・花井宏太(2001)：氷海域に於ける波浪の分散関係に関する実験的研究，海岸工学論文集，第48巻，pp. 31-35.
- 高辻慎也(2004)：オホーツク海南部における氷盤分布の特徴，北海道大学大学院修士論文，60pp.
- 劉 曉東・堺 茂樹(2000)：任意波浪場に於ける大型浮体の弾性応答に関する時間領域解析，土木学会論文集，No. 656/ II -52，pp. 157-166.