

消波ブロックの安定性に対して断面変化形状を考慮した 信頼性設計手法

伊 藤 一 教*・東 江 隆 夫**

消波ブロックの安定性を対象に, 信頼性設計における AFOSM の適用性について検討した。AFOSM は近似解法であるが, 消波ブロックの安定性を確率的に評価する手法として適用性を有することがわかった。確率変数の不確定性が破壊確率に及ぼす影響を考察した結果, 波高の不確定性の影響が顕著であることを定量的に示した。そして, 被災度と破壊確率の関係だけでなく, 供用年数と断面変化形状を評価する手法を提案した。この手法は, 消波ブロック断面の変形モード関数を導入するもので, 構造断面ごとに変形モード関数を評価するところに特徴があり, 今回は確率個別要素法を用いて変形モード関数を評価した。

1. 緒 言

信頼性設計手法は性能設計を実現する有力手法であり, モンテカルロ法による高度設計手法が提案されている (例えば, 高橋ら (1998))。

消波堤を例にとると, 実務では断面形状やブロックサイズ等の組み合わせを多様に変化させて経済的な断面を追求する。そのため, 簡便な信頼性設計手法が求められる。性能設計の観点から消波堤の性能を考える場合, その要求性能は防波堤背後の静穏度確保である。ゆえに, 越波伝達波に直接影響を与える消波ブロックの断面変化形状を確率的に評価する必要がある。しかし, ブロックの安定性に関する研究は被災率や被災度の確率的評価にとどまっており, 断面変化形状に言及できるレベルには至っていない。

そこで, 本研究では消波堤のブロック安定性を対象に, 信頼性設計手法であるレベル 2 手法の適用性について検討する。そして, 被災度と破壊確率の関係に加えて, それに対応した断面変化形状を評価する手法を提案する。

2. 信頼性設計手法の概要

(1) 消波ブロックに対する計算手法

本論では, 性能関数の定義によらず不偏的な信頼性指標 β を算出できる AFOSM (Advanced First Order Second Moment method, 星谷・石井 (1986)) を用いる。基礎式は式 (1) のハドソン式とする。式 (2) は高橋ら (1998) が提案する消波ブロックの安定数である。

$$W = \frac{\gamma H^3}{N_s (S_r - 1)^3} \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$N_s = C_H [a(N_0/N^{0.5})^{0.2} + b] \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで, W はブロックの所要質量, γ はブロックの空中単位体積重量, S_r はブロックの海水に対する比重, N_s は安定数, H は設計に用いる波高である。そして, C_H は碎波の影響を表す係数, a , b は消波ブロックの種類(形

状)や斜面勾配ごとに決まる定数, N_0 は被災度, N は作用波数である。

性能関数 Z は式 (1) と式 (2) より式 (3) として定義する。ただし, F_s は期待値 0 の確率変数である。

$$Z = WC_H^3 [a(N_0/N^{0.5})^{0.2} + b]^3 (S_r - 1)^3 - \gamma_r [H(1 + F_s)]^3 \quad \dots\dots\dots (3)$$

性能関数 Z は式 (1) に基づくため, 式 (1) の左辺が右辺より大きい場合には $Z > 0$ の状態となり安全状態を表し, その逆の場合には $Z < 0$ の状態となり破壊状態を表す。ゆえに, Z の右辺第 1 項は抵抗を, 右辺第 2 項は荷重を意味する。確率変数としては C_H , a , b , N および F_s とし, 全て正規確率変数とする。 β の計算には, AFOSM の手法として知られている Rackwitz の方法 (伊藤ら (1988)) を用いる。

計算の手順を以下に要約する。ただし, 各確率変数について同様の計算を行う場合には, 表記を簡単にするため C_H , a , b , N および F_s を x_1 , x_2 , x_3 , x_4 および x_5 として表記し, ' を付した変数は正規化変数を示す。

① 正規化変数 x'_i を式 (4) により求める。 x_i に対する Z の微係数を式 (5) ~ 式 (9) を用いて計算する。ただし, 一回目の計算では後述の式 (10) で示される α_i を 0 とする。ここで, $\mu(\cdot)$ は平均値を, $\sigma(\cdot)$ は標準偏差を表す。

$$x'_i = (x_i - \mu(x_i)) / \sigma(x_i) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial C_H} = 3WC_H^2 [a(N_0/N^{0.5})^{0.2} + b]^3 (S_r - 1)^3 \sigma(C_H) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial a} = 3WC_H^3 [a(N_0/N^{0.5})^{0.2} + b]^2 \cdot (S_r - 1)^3 (N_0/N^{0.5})^{0.2} \sigma(a) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial b} = 3WC_H^3 [a(N_0/N^{0.5})^{0.2} + b]^2 (S_r - 1)^3 \sigma(b) \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial N} = -0.3WC_H^3 [a(N_0/N^{0.5})^{0.2} + b]^2 \times (S_r - 1)^3 aN_0^{0.2}/N^{1.1} \sigma(N) \quad \dots\dots\dots (8)$$

* 正会員 工修 大成建設(株) 技術センター土木技術研究所
** 正会員 M.S. 大成建設(株) 技術センター土木技術研究所

$$\frac{\partial Z}{\partial F_s} = -3\gamma_r H^3(1+F_s)^2 \sigma(F_s) \quad \dots\dots\dots (9)$$

- ② Z の微係数を用いて、各確率変数 x'_i に対する α_i を式 (10) で計算し、式 (11) を求める。

$$\alpha_i = \left(\frac{\partial Z}{\partial x'_i} \right) / \sqrt{\sum_j \left(\frac{\partial Z}{\partial x'_j} \right)^2} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$x_i = \mu(x_i) - \alpha_i \sigma(x_i) \beta \quad \dots\dots\dots (11)$$

- ③ 式 (11) で求めた x_i を性能関数式 (3) $Z=0$ に代入し、 β を求める。

- ④ ③で算出した α_i および β を用いて、式 (11) から新しい x_i を計算する。

- ⑤ ①から④までを β が収束するまで繰り返す。

(2) 適用性の検討

2. (1) に示した AFOSM の適用性を検討するため、まず性能関数 Z の確率密度関数について考察する。性能関数 $Z=g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ の確率密度関数は、確率変数 $x_1, x_2, \dots, x_n$ が独立である場合に式 (12) となる (伊藤・亀田 (1977))。

$$f_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_{x_1}(g^{-1}) \left| \frac{\partial g^{-1}}{\partial z} \right| f_{x_2}(x_2) \dots f_{x_n}(x_n) dx_2 \dots dx_n \quad \dots\dots\dots (12)$$

式 (3) に示した性能関数に対して逆関数 g^{-1} を式 (13) で定義すると、確率密度関数が式 (14) となる。

$$g^{-1} = g^{-1}(z, x_2, \dots, x_5) \\ = \left\{ \frac{Z + \gamma_r [H(1+x_5)]^3}{W[x_2(N_0/x_3^{0.5})^{0.2} + x_4]^3 (S_r - 1)^3} \right\}^{\frac{1}{3}} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$f_z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{\sigma_{x_1} \dots \sigma_{x_5} (\sqrt{2\pi})^5} \exp[AA] \\ \times |BB\{CC\}^{\frac{2}{3}}| dx_2 \dots dx_5 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$AA = -\frac{1}{2} \left[\left(DD^{\frac{1}{3}} - \frac{\mu_{x_1}}{\sigma_{x_1}} \right)^2 - \left(\frac{x_2 - \mu_{x_2}}{\sigma_{x_2}} \right)^2 \dots \right. \\ \left. - \left(\frac{x_5 - \mu_{x_5}}{\sigma_{x_5}} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$BB = \{3W[x_2(N_0/x_3^{0.5})^{0.2} + x_4]^3 (S_r - 1)^3\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$CC = \frac{Z + \gamma_r [H(1+x_5)]^3}{W[x_2(N_0/x_3^{0.5})^{0.2} + x_4]^3 (S_r - 1)^3} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$DD = \frac{Z + \gamma_r [H(1+x_5)]^3}{\sigma_{x_1}^3 W[x_2(N_0/x_3^{0.5})^{0.2} + x_4]^3 (S_r - 1)^3} \quad \dots\dots\dots (18)$$

AFOSM の適用性の検討は、 β から算定した破壊確率 p_f と式 (14) を $Z < 0$ で数値積分 (以下、数値計算と記す) した破壊確率 p_f を比較した。ただし、この数値積分は計算量が膨大となるため実用的ではない。AFOSM の破壊確率 p_f の算定には Z が正規分布に従うと仮定し $p_f = 1 - \Phi(\beta)$ で算定した。 $\Phi(\cdot)$ は標準正規確率密度関数である。

表-1 は検討に用いた各変数の条件を示す。消波ブロックの質量 W は、被災度 N_0 を 0.3 とした場合に式 (1)

から算定される値が 63.13 tf であることから 65 tf とした。

表-1 変数の設定値

	期待値	標準偏差 [S.D.]	変動係数 [C.V.]	確率分布
C_H	1	0.025, 0.05, 0.1, 0.15	0.025, 0.05, 0.1, 0.15	正規分布
a	2.32	0.058, 0.116, 0.232	0.025, 0.05, 0.1	正規分布
b	1.33	0.033, 0.067, 0.133	0.025, 0.05, 0.1	正規分布
N	3000	600	0.2	正規分布
F_s	0	0.25 m	—	正規分布
S_r	2.23	—	—	—
γ_r	2.3 t/m ³	—	—	—
H	8 m	—	—	—
W	65 t	—	—	—

図-1 は N_0 を変化させて算出した破壊確率を比較した図である。AFOSM と数値計算との差異は小さい。図は省略したが、変動係数が 0.1 の場合は AFOSM と数値計算の差異が増す傾向にあったが、その差異は顕著でなかった。よって本検討範囲で AFOSM は破壊確率の算定に適用性を有すると考えられる。また、この結果は Z に対する正規分布の仮定が妥当性であることを示唆している。

(3) 確率変数が破壊確率に及ぼす影響と問題点

確率変数の不確定性 (ばらつき) が破壊確率に影響を及ぼすことは容易に推測される。よって、確率変数の不確定性が破壊確率に影響を及ぼす影響を考察する。

ハドソン式において、波高や安定数は 3 乗で評価されるため、それらの不確定性が破壊確率に与える影響は大きいと考えられる。そこで、波高の不確定性を表す F_s と安定数に関わる C_H , a , b の変動係数が破壊確率に与える影響に着目し検討する。

図-2 (a) は、碎波の影響を表す C_H の変動係数のみを変化させ、それ以外の確率変数の変動係数を固定したときの破壊確率を比較した図である。(b) は F_s の標準偏差を変化させて波高の変動係数を変化させた結果である。ここで、変動係数を固定したときは、表-1 に示した各確率変数の最も小さな変動係数あるいは標準偏差を採用した。(a) の C_H の場合には、変動係数が 0.025 から 0.15 へ 6 倍大きくなっても破壊確率は 5 % 程度の増加にとどまる。 a や b についても同程度の結果であった。しかし、(b) の波高の場合には、変動係数 0.03 が 0.05 になるだけで破壊確率がおおよそ 10 % 増加する。今、波高 8 m に対して変動係数が 0.03 の場合には標準偏差 0.24 m, 0.05 の場合には標準偏差 0.4 m である。波高 8 m に対して標準偏差 0.24 m から 0.4 m 程度のばらつきは、設計波を決定する際に波浪推算や波浪変形計算などの過

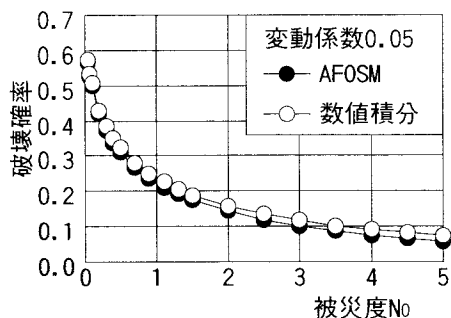
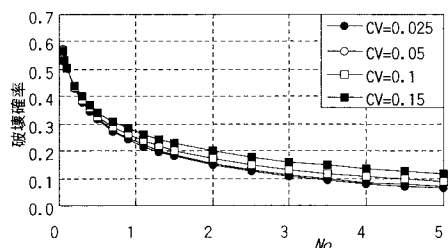
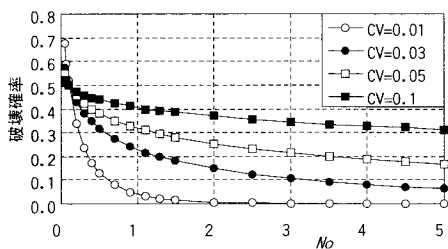


図-1 AFOSM と数値計算による破壊確率の比較

(a) C_H の変動係数が破壊確率に及ぼす影響

(b) 波高の変動係数が破壊確率に及ぼす影響

図-2 確率変数の不確実性が破壊確率に及ぼす影響

程で発生しうと思われる。ゆえに、波高に対する変動性を明らかにすることは、信頼性設計を進める上での重要な課題と言える。

さて、ここまでの議論で破壊確率と断面変化の関係は被災度 N_0 として反映されている。しかし被災度は、単位幅当たりに不安定と判定されたブロックの数であり、被災断面形状を特定するものではない。性能設計の立場からは、例えば破壊確率が高くとも被災断面形状が越波伝達波を増加させない形状ならば要求性能を満足する。つまり、被災断面形状と破壊確率の関係を評価することが、具体的な性能設計を実行するために必要である。そこで、次章以降で断面変形状の算定法と被災断面形状と破壊確率の関係について述べる。

3. 断面変形の数値計算と変形モード

(1) 解析手法の概要と検証

消波堤の消波ブロック断面の変形解析は、伊藤ら

(2002,2003,2004) が提案する確率個別要素法 (Stochastic Distinct Element method: SDEM) を用いた。

SDEM は、確率理論における 1 次近似 2 次モーメント法を個別要素法に適用した手法で、確率変数の期待値と標準偏差を用いる。ここでは、モデルを簡便にする目的で流体力を抗力のみとし、抗力係数のみを確率変数とした。抗力係数の期待値には 0.67 を、変動係数には 0.12 を便宜的に採用した。ブロックの抗力係数は基本的に一定値であるが、確率変数として抗力係数を扱うことは、ブロック相互の噛み合わせの強さを、抗力係数の不確実性に置き換えて表すことを意味する。SDEM では、個々のブロックに対する変位の期待値と標準偏差が算定できるので、変位ベクトルの確率分布を正規分布と仮定し、許容変位量を上回る移動確率を算出した。この移動確率の意味は、水路幅方向のライン上に並んだ消波ブロックに占める移動するブロックの割合である。紙面の都合上、計算方法の詳細は省略するため、参考文献を参照されたい。

図-3 は、凹凸のある床上に消波ブロックが配置され、それに振動流が作用するモデルを考え、変位の期待値と標準偏差を SDEM と個別要素法を用いたモンテカルロ法で比較した図である。図より、近似計算である SEDM は直接計算であるモンテカルロ法と良く一致することがわかる。

(2) 数値計算結果と変形モード

図-4 に示す低天端消波ブロック被覆堤の表層 2 層の消波ブロックに着目し、断面変形を解析した。水深は 20 m で 80 t テトラを設定し、勾配 1 : 4/3 の乱積とした。ブ

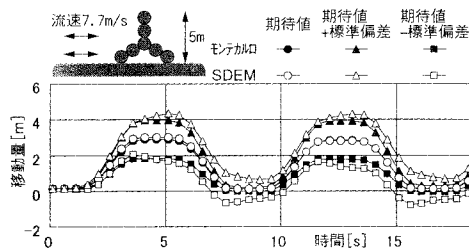


図-3 数値実験による手法の検証

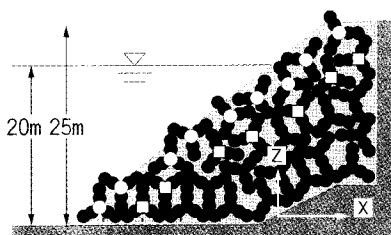


図-4 解析対象断面

ロックの比重は 2.3 t/m^3 とした。波浪条件は有義波高 8 m に対して最大波級の 12 m と 15 m で、周期 20 s の規則波とした。消波ブロックに作用する波浪場の算定は CADMAS-SURF ((財) 沿岸開発技術研究センター (2001)) を用いた。

図-5 は、ここで設定した許容変位 2.5 m を上回る移動確率を示した図である。図は表層(図-4 にて○を付記したブロック)と下層(図-4 にて□を付記したブロック)を対象に、移動確率の鉛直分布を示す。表層のブロックの移動確率は下層のものに比べて大きい。表層・下層ともに静水面近傍から天端にかけての移動確率が大きい。これらの結果は容易に理解できるところであり、本解析が定性的に妥当なものであることを示唆している。ただし、ここでは無視した慣性力などの外力を考慮することや、確率変数の期待値や標準偏差の設定などは、今後の課題と考える。

この移動確率は断面変化が発生する可能性を示す。波浪外力によって断面変化が生じるとき、消波ブロックの動きの規模(ロッキングなど)や移動する数は、移動確率の鉛直分布に対応すると考えられる。例えば、ブロックが転落するような場合には、法先より法肩のほうが転

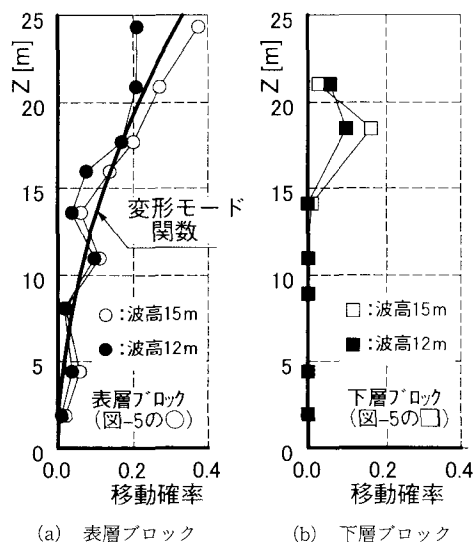


図-5 消波ブロックの移動確率と変形モード関数

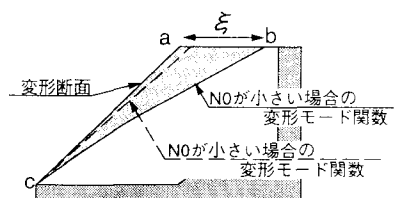


図-6 変形断面形状と変形モード関数の関係

落ブロック数は多く、その数の比率は移動確率に比例するという意味である。ゆえに、移動確率の鉛直分布形状は断面変形モードになりうると考えられる。そこで、表層ブロックの移動確率に対して最小二乗法で近似曲線を求め、これを変形モード関数とする。図-5 に示した変形モード関数 $fm(z)$ は式 (19) である。

$$fm(z) = 0.0005z^2 + 0.0008z, \quad 0 \leq z \leq 25 \quad \dots (19)$$

4. 断面変化を考慮した破壊確率の算定

本論で対象とする消波堤を性能設計の観点から考える場合、供用期間中にどの程度の断面変化が、どの程度の確率で発生するかを把握する必要がある。ここでは、AFOSM と変形モード関数を組み合わせ、供用期間、被災規模および破壊確率を評価する方法を示す。

供用 X 年数間に被災度 N_0 が発生する確率 $p(Z < 0; X)$ は、一年間に N_0 が発生する確率 $p_f(Z < 0; 1)$ を用いて式 (21) で算出できる。

$$p(Z < 0; X) = 1 - (1 - p_f(Z < 0; 1))^X \quad \dots (20)$$

ここで、 $p_f(Z < 0; 1)$ は前述の AFOSM で算出される破壊確率と一致する。

次に、被災度 N_0 は単位幅当りに不安定と判定された消波ブロックの数であるから、変形断面積は N_0 に消波ブロックの断面積を乗算することで算定できる。そして、変形断面積形状は図-6 の a, b, c で囲まれる面積が変形断面積と等しくなるように決定する。このとき、曲線 bc に変形モード関数を適用すれば、天端侵食幅 ξ (断面の変形形状を代表するパラメタ) が一義的にきまる。

図-7 は、式 (21) を用いて算定した $p(Z < 0; X)$ と式 (20) の変形モード関数を用いて N_0 と ξ を関連付けた図である。 $p_f(Z < 0; 1)$ の算定には表-1 の条件を用い、 C_H , a , b の変動係数を 0.05 , N および F_s の標準偏差を 600 と 0.25 とした。対象断面は図-5 で $W = 80 \text{ t}$ とした。図中の ξ が 10 以上については、 ξ が天端幅を上回る点線で示した。この図で $N_0 = 1$, 供用期間 5 年に着目すると、破壊確率は 0.53 を読みとれ、 $N_0 = 1$ に対応する ξ は 1.6 m となる。この $\xi = 1.6 \text{ m}$ は消波ブロックの代

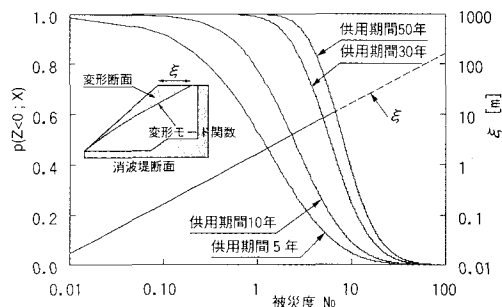


図-7 断面変形を考慮した破壊確率の算定図

表長5mの30%程度と小さくないが、変形モード関数が z に対して2乗で効くので、断面変形（不安定と判定されるブロックの範囲）は法肩に集中する。しかし、 $\xi > 5$ となるような場合を想定すると、法肩部で消波ブロック一個分が不安定になるため、断面変形の範囲は大きい。この図を用いて設計するならば、変形モード関数のラインは不安定な消波ブロックの境界線となるので、図-6のハッチング面積は欠損すると考え照査することになると思われる。

断面変化形状を考慮した本方法は、変形モード関数を個別の構造物断面毎に評価できる利点を持つ。しかし、本論で用いた変形モード関数は定性的なレベルにとどまり、適切な変形モード関数の評価法は今後の課題である。

5. 結 論

本研究では消波堤のブロック安定性を対象に、AFOSM手法の適用性について検討した。そして、被災度と破壊確率の関係に加えて、断面変化形状まで評価する手法を提案した。以下に結論をまとめる。

- ①ハドソン式にAFOSMを適用する近似解法は、本論の検討範囲内で破壊確率の算定に適用性を有する。
- ②破壊確率に及ぼす波高の不確定性の影響は、安定数の不確定性が及ぼす影響より格段に大きい。

- ③変形モード関数を用いることで個々の構造物毎に破壊確率と断面変化形状を評価できる手法を提案した。しかし、変形モード関数の確からしさは定性的なレベルにとまっており、この点の改善が今後の課題として残った。

参 考 文 献

- 伊藤一教・樋口雄一・東江隆夫・勝井秀博 (2002): 確率理論に基づく個別要素法の拡張, 海工論文集, vol.49, pp. 771-775.
- 伊藤一教・東江隆夫・勝井秀博 (2003): 被覆石の被災率に対する確率個別要素法の適用性, 海工論文集, vol. 50, pp. 706-710.
- 伊藤一教・東江隆夫 (2004): 消波ブロック被覆堤の断面変形に関する確率シミュレーション, 年講, 第59回, (印刷中).
- 伊藤 学・亀田弘行訳 (1977): 土木・建築のための確率・統計の基礎, 丸善株式会社, p. 188, p. 195.
- 伊藤 学・亀田弘行・黒田勝彦・藤野陽三訳 (1988): 土木・建築のための確率・統計の応用, 丸善株式会社, pp. 383-384.
- (財)沿岸開発技術研究センター (2001): CADMASSURF 数値波動水路の研究・開発 数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会報告書, (財)沿岸開発技術研究センター.
- 高橋重雄・半沢 稔・佐藤弘和・五明美智雄・下迫健一郎・寺内潔・高山知司・谷本勝利 (1998): 期待被災度を考慮した消波ブロックの安定重量, 港湾技術研究所報告, 第37巻, 第1号, pp. 3-32.
- 星谷 勝・石井 清 (1986): 構造物の信頼性設計法, 鹿島出版会, pp. 50-73.