

ケーソン護岸連結目地内での流体共振特性とその発生条件

斎藤 武久*・稲田 春野**・G. P. Miao***・石田 啓****

ケーソン護岸連結目地内における流体共振現象の発生の有無および発生条件を理論解析および室内実験により検討した。漸近接合法を用いた理論解析から、ケーソン護岸へ入射波が直角入射する場合、流体共振の発生条件に関する漸近解が $kL = (2n+1)\pi/2$ ($n=1, 2, \dots, k$: 波数, L : 目地長さ) となることが分かった。さらに、実験から、目地内で流体共振現象が発生することを確認し、目地内の最大波高が入射波高の 5 倍を上回る共振状態は、本研究で対象とした実験範囲において、おおよそ 1 次モードが $kL=1.1\sim 2.0$ の場合、さらに、2 次モードが $kL=4.1\sim 4.8$ の場合に発生することが明らかになった。

1. 緒 論

ケーソン防波堤やケーソン護岸などのケーソン式海岸・海洋構造物は、最小単位となるケーソンの連結により実現されるため、連結部に微小な間隙を伴うことになる。通常、このような連結目地のサイズは構造の代表長さに比べて微小であるため、目地内の流体運動や、目地の存在が周辺の流体場に及ぼす影響がこれまで技術的に論じられることは少なかった。ところが、ケーソン護岸連結目地内の防砂板が破損し、背後砂の流れ出しが主な事故原因と報告された大蔵海岸陥没事故（土木学会海岸工学委員会, 2002）を教訓として、連結目地に関連した多くの検討事項が挙げられている。中でも、防砂板に対して主要な外力となる目地内の波力評価は重要な事項であり、再発防止に向けて、連結目地内の流体運動を正確に把握することは必要不可欠と考えられる。

これに関連して、著者らは (Saitoh ら, 2001; 斎藤ら, 2003)、目地の沖側と岸側の両端が共に開放されるケーソン防波堤連結目地内の流体運動の理論解析および室内実験から、目地内ではケーソン同士の近接効果により、流体共振現象が発生すること示し、さらに、流体共振発生時の目地内波高は極端に増幅され、静穏時の入射波高の 7 倍を超えるなど、目地内の流体運動に伴う多くの危険性を明らかにしてきている。

本研究では、このような連結目地などの微小間隙内における流体共振の発生といった観点から、ケーソン護岸連結目地内での流体運動特性に着目し、流体共振の発生の有無、共振発生時の流体運動特性および流体共振の発生条件を理論的および実験的に考究する。

2. 理論解析

図-1 (a) に座標系を示す。本研究では、水深 h を一定とし、幅 B および目地長さ L の単位ケーソンが目地幅 $2a$ で無限列配置されたケーソン護岸に対して、入射波が

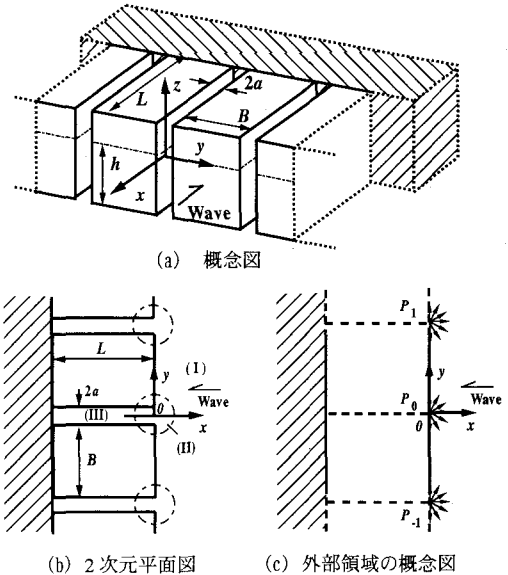


図-1 座標系

直角に入射する場合を想定する。なお、目地内の最も基本的な流体運動を解析し、その特性を把握するため、ここでは、線形ポテンシャル理論を用いる。

このとき、流体場の速度ポテンシャル Φ は角振動数 ω の調和運動を仮定し、 $\Phi(x, y, z, t) = \hat{\phi}(x, y, z)e^{-i\omega t}$ と記述できる。ここで、 $\hat{\phi}(x, y, z)$ は、入射波および壁面からの反射波や目地からの擾乱波による速度ポテンシャルの和であり、入射波 $\hat{\phi}_I(x, y, z)$ は次式で与えられる。

$$\hat{\phi}_I(x, y, z) = \phi_I(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \dots\dots\dots (1)$$

$$\phi_I(x, y) = \bar{A}e^{-ikx}, \bar{A} = \frac{igA}{\omega}, i = \sqrt{-1} \dots\dots (2)$$

式中、 A は振幅、 g は重力加速度、 k は波数を表す。さらに、入射波以外の速度ポテンシャル $\hat{\phi}'(x, y, z)$ は、ケーソンの断面が鉛直方向に変化しないことを考慮し、入射波と同様な z 方向への変数分離を用いて次式で定義する。

$$\hat{\phi}'(x, y, z) = \phi_I(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \dots\dots\dots (3)$$

* 正会員 博(工) 金沢大学大学院助教授 自然科学研究科
** 修(工) 静岡市
*** Ph.D Prof.of Shanghai Jiao Tong University
**** 正会員 工 博 金沢大学大学院教授 自然科学研究科

この場合、式(3)は水面および水底の境界条件を満足するため、上述の境界値問題は図-1(b)に示す2次元問題として取り扱うことが可能となる(斎藤ら, 2003)。

以下では、Mei (1989) および斎藤ら (2003) の解析手法を応用して、まず、図-1(b)の全領域を、(I) 外部領域、(II) 目地端部領域および(III) 目地内部領域に分割し、各領域の速度ポテンシャルを定義する。さらに、隣接する他の領域への漸近速度ポテンシャルを誘導する。

(1) 外部領域の速度ポテンシャル

目地が波動場に及ぼす影響は、目地端部あるいは目地内部で大きく、外部領域では極めて小さくなる。そこで、外部領域では図-1(c)に示すように、目地を取り除いた連続直立壁上に点湧き出しを設けることによって、目地が外部領域に及ぼす影響を考慮する。

このとき、外部領域(I)の速度ポテンシャルは直立壁からの反射波 $\phi_R(x, y)$ および点湧き出し $\phi_S(x, y)$ の和として次式で与えられる。

$$\phi_R + \phi_S = \bar{A}e^{ikx} + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Q_m H_0^{(1)}(kr_m) \dots \dots \dots (4)$$

式中 $H_0^{(1)}(kr_m)$ は0次第一種ハンケル関数を表し、 Q_m は P_m 上の点湧き出しの強さ、 r_m は P_m から対象点までの距離を表す。なお、 $\phi_S(x, y)$ は入射波と直交する壁面上に等間隔に配置される。このため、対称性を利用し、未知数として同一の湧き出し強さ Q を用いると、外部領域の速度ポテンシャル ϕ_o は次式となる。

$$\phi_o = \phi_I + \phi_R + \phi_S = 2\bar{A} \cos kx + Q \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kr_m) \dots \dots \dots (5)$$

さらに、上述の対称性より、 x 軸上の目地のみに着目し、式(5)を P_0 上の湧き出し点へ漸近展開すると、漸近速度ポテンシャルは次式のように誘導できる。

$$\phi_o|_{P-P_0} = 2\bar{A} + Q \left(1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{\gamma k r_0}{2} + 2 \sum_{m=1}^{+\infty} H_0^{(1)}(kmd) \right) \dots \dots \dots (6)$$

式中、 $d=B+2a$ 、 $\ln \gamma$ はオイラー定数 $0.5772157 \dots$ を表す。

(2) 目地端部領域の速度ポテンシャル

目地端部領域の速度ポテンシャルは、図-2に示すシュワルツークリストッフェル変換

$$\begin{aligned} \bar{z} &= \frac{2a}{\pi} \left[-i(\tau^2 - 1)^{\frac{1}{2}} + \ln(\tau(\tau^2 - 1)^{\frac{1}{2}} + i) \right] \\ \bar{z} &= x + iy = re^{i\theta}, \quad i = \sqrt{-1} \end{aligned} \dots \dots \dots (7)$$

を用いて次式で表す。

$$\phi = \text{Re} W(\tau) = \text{Re}(M \ln \tau + C) \dots \dots \dots (8)$$

式(8)の中で、未知数は M と C (共に実数)である。また、 Re は実部をとることを意味する。以下、式(7)

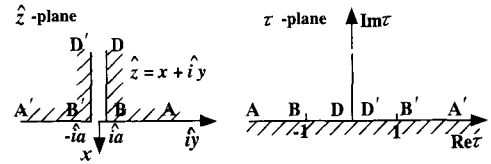


図-2 z 平面と τ 平面に関する写像変換

の関数特性を利用し、 x の負領域、正領域にわけて $x=0$ への漸近速度ポテンシャルを誘導する。

x の負領域($|z|/a$ が大きな値の場合に、 $|\tau|$ が小さな値となる領域)では、式(7)右辺を漸近展開することにより、次式の関係が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\pi \bar{z}}{2a} &= 1 + \ln \tau - \ln 2i + O(\tau^2) = \ln \frac{e\tau}{2i} + O(\tau^2) \\ \tau &= \frac{2i}{e} e^{\frac{\pi \bar{z}}{2a}}, \quad \ln \tau = \frac{\pi \bar{z}}{2a} - \ln \frac{e}{2i} \dots \dots \dots (9) \end{aligned}$$

上式の関係を式(8)へ代入することにより次式の漸近速度ポテンシャルが誘導される。

$$\begin{aligned} \phi_o|_{x<0} &\sim \text{Re} \left(M \left[\frac{\pi \bar{z}}{2a} - \ln \frac{e}{2i} \right] + C \right) \\ &= M \frac{\pi x}{2a} - M \ln \frac{e}{2} + C \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

また、 x の正領域($|z|/a$ が大きな値となる場合に、 $|\tau|$ が大きな値となる領域)では、式(7)右辺を漸近展開することにより、次式の関係が得られる。

$$\bar{z} = \frac{2a}{\pi} \left[-i\tau + O\left(\frac{1}{\tau}\right) \right], \quad -i\tau = \frac{\pi \bar{z}}{2a} \left[1 + O\left(\frac{a}{\bar{z}}\right)^2 \right] \dots \dots \dots (11)$$

x の負領域の場合と同様に、式(8)へ代入することにより次式の漸近速度ポテンシャルが誘導できる。

$$\phi_o|_{x>0} \sim \text{Re} \left(M \ln \frac{i\pi \bar{z}}{2a} + C \right) M \ln \frac{\pi r}{2a} + C \dots \dots (12)$$

(3) 目地内部領域の速度ポテンシャル

目地内部領域の速度ポテンシャルは、 $2a \ll L, B$ より、流体場の y 方向変化を無視し、線形波理論の一般解として次式で与える。

$$\phi_{g-in} = \bar{B}e^{-ikx} + De^{-ikx} \dots \dots \dots (13)$$

式中 $\bar{B}$ および D は目地内の流体運動振幅に関する未知数である。式(13)を $x=0$ へ漸近展開すると、目地内部領域の漸近速度ポテンシャルは次式となる。

$$\phi_{g-in}|_{x=0} = (\bar{B} + D) + ik(-\bar{B} + D)x + \dots + O(kx)^2 \dots \dots \dots (14)$$

(4) 共振発生条件の理論解

目地端部 $x=0$ において、式(6)と式(12)、式(10)と式(14)をそれぞれ項別に等値することにより、次式の関係が導かれる。

$$\bar{B} + D = C - M \ln \frac{e}{2} \dots\dots\dots (15)$$

$$ik(-\bar{B} + D) = \frac{\pi M}{2a} \dots\dots\dots (16)$$

$$2\bar{A} + \left(1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{\gamma k}{2} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} H_0^{(1)}(kmd)\right) Q \\ = C + M \ln \frac{\pi}{2a} \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{2i}{\pi} Q = M \dots\dots\dots (18)$$

以上の式 (15) から式 (18) は、4つの未知係数 $\bar{B}$, D , C と1つの未知な湧き出し強さ Q を含む連立方程式となるが、これらを一意に解くためには、さらに1つの付加条件式が必要となる。そこで、目地端部 $x = -L$ において、壁面における運動学的境界条件 (Mei, 1989), 式 (19) を課す。

$$\left. \frac{\partial \phi_{g-in}}{\partial x} \right|_{x=-L} = 0 \dots\dots\dots (19)$$

式 (19) へ式 (13) を代入することにより、2つ未知係数 $\bar{B}$ および D を、1つの未知係数 E を用いて表現する式 (20) および式 (21) の関係が得られるため、全ての未知数が一意に決定できることになる。

$$\phi_{g-in} = E \cos k(x+L) \dots\dots\dots (20)$$

$$\bar{B} = \frac{E}{2} e^{-ikL}, \quad D = \frac{E}{2} e^{-ikL} \dots\dots\dots (21)$$

ここで、式 (15) から式 (18) を用いて、未知係数 M , C および Q を消去することにより、 $\bar{B}$ および D の関係は式 (22) のように整理できる。

$$(1 + ka\bar{R})\bar{B} + (1 - ka\bar{R})D = 2\bar{A} \dots\dots\dots (22)$$

さらに、式 (22) の $\bar{B}$ および D へ式 (21) の関係式を代入し、未知数 E に関して整理した関係式を式 (20) へ代入することにより、目地内の速度ポテンシャル ϕ_{g-in} は次式として誘導される。

$$\phi_{g-in} = \frac{2\bar{A} \cos k(x+L)}{\cos kL - iak\bar{R} \sin kL} \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 $\bar{R}$ は次式による置き換えを行った。

$$\bar{R} = 1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{2\gamma ka}{e\pi} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} H_0^{(1)}(kmd) \dots\dots\dots (24)$$

式 (23) に関して、最も単純な場合を想定し、目地幅 $2a$ をゼロに漸近した場合を考えると、 ϕ_{g-in} が無限大に発散する条件、つまり、目地内で流体共振が発生する条件として、以下の関係が導かれる。

$$\cos kL = 0, \quad kL = \frac{(2n+1)\pi}{2}, \quad n=0, 1, 2, \dots \dots\dots (25)$$

なお、目地幅 $2a$ が有限値の場合、共振の発生条件は、式 (23) の分母がゼロとなる場合として、式 (25) の条件から多少移動することになる。

3. 実験装置および実験方法

図-3 に実験装置の概要を示す。水槽中央部に長さ $L=77$ cm, 幅 38.5 cm の2つのアクリル製ケーソンを設置し、目地の岸側端部を遮水ブロックで遮水することにより、入射波に対向して無限列となるケーソン護岸の配置を実現した。この際、水槽側面とケーソンとの間にアクリル板を挿入し、目地幅を $2a=3, 2, 1.4$ cm として変化させた。実験では、水深を 20 cm に固定し、入射波周期 $T=0.83 \sim 4.00$ s, 入射波高 $H=1.2 \sim 1.4$ cm とし、合計約 200 ケースの実験を行った。目地内部および目地外部の水位の時間変化は入射波の進行方向に平行な水槽の中心線上の 17 箇所において容量式波高計を用いて計測した。このとき、目地内部では1つ、目地外部では3つの波高計を移動しながら、造波開始直後（厳密には、計測点0の波高計の水位が静水位より 2.5 mm 以上の値を記録してから）に 160 s 間の計測を行うことによって、計測位置の異なる計測データの同期をとった。後述する平均波高の空間分布の算定では、計測された水位の時間変化データの中で、後半の 100 s 間のデータを用いて計算を行った。また、目地内部の水面変動は水槽側面に設置したデジタルビデオカメラで、造波開始後 60 s 経過後から撮影を行った。なお、共振発生域の判定では、 $H=1.2 \sim 1.4$ cm の入射波高に対して、入射波周期を変化（入射波の周波数を 0.01 Hz 間隔で変化）させ、目地内での最大波高が入射波高の 5 倍を上回る入射波周期の範囲を共振発生域とした。

4. 実験結果および考察

写真-1 に目地内の水面形状を例示する。(a) は入射波周期 T が 2.44 s (図の左側 (a)-1 および右側 (a)-2 は、それぞれ目地岸側端部 $x=-77$ cm での水位が最大および最小となった場合を表す)、(b) は入射波周期 T が 0.92 s の場合で、ともに目地幅が 2 cm および入射波高 H が 1.2 cm の場合である。写真より、入射波高が微小にも関わらず、目地内の水面変動は、(a) の場合、目地岸側端部が腹、目地入射波側端部 $x=0$ cm で節に近い1次モード、(b) の場合、目地岸側端部および目地入射波側端部

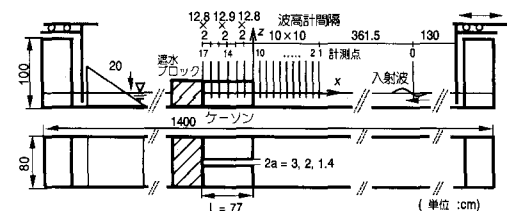


図-3 実験装置

から目地内へ $L/3$ の位置で腹, 目地入射波側端部および目地岸側端部から目地内へ $L/3$ の位置で節に近い 2 次モードの共振現象と考えられる水面変動特性を示していることが分かる。一方, (a) および (b) と同様の入射波高で入射波周期が異なる (c) の場合 ($T=1.25$ s), (a) および (b) に見られるような特異な水面変動特性は確認できない。そこで, 入射波周期と目地内の水面変動特性との関係を明らかにするために, 写真-1 の場合および入射波高が同様で, 入射波周期が異なる他の場合の目地内水位の時間変化特性を図-4 に例示する。図より, $T=2.44$ s (a) の場合) および $T=0.92$ s (b) の場合) の場合, 目地内の波高は極端に大きな値となるが, (a) よりも入射波周期が大きな $T=4$ s の場合, (a) と (b) に挟まれた $T=1.25$ s の場合および (b) よりも入射波周期が小さい $T=0.83$ s の場合では, (a) や (b) で見られる特異な水面変動は発生していないことが分かる。また, 水面変動の周期に着目した場合, 目地内の水面変動周期は, 入射波の周期と一致していることが確認できる。なお, 例示した以外の他の入射波周期の場合でも, 実験結果は上述と同様の傾向を示していた。以上のことは, (a) および (b) の特異な水面変動が, 特定の入射波周期の場合に発生すること意味し, 目地内での流体共振現象の発生を示している。

次に, 目地幅 2 cm の場合の平均波高 H_g の空間分布特性を図-5 に例示する。図中において, $x=-77$ cm $\sim$ 0 cm の位置が目地内部に相当する。図より, $T=2.44$ s および $T=0.92$ s 付近では, 目地岸側端部での波高が入射波高の 10 倍を超え, それぞれ 1 次モードおよび 2 次モードの流体共振現象に近い水面形状を示していることが分かる。さらに, 2 次モードの場合, 目地岸側端部以外に, 目地内部での波高が入射波高の 8 倍に達していることが分かった。

以上より, ケーソン護岸連結目地内での流体共振現象の発生を実験的に確認し, 流体共振発生時における目地内外での波高特性について述べた。続いて, 本研究で対象とした全ての実験条件から, 目地内での流体共振の発生範囲を図-6 に整理する。図中, 横軸 kL は, 入射波周期および水深により線形波理論から求めた波数 k とケーソンの長さ L との積からなる無次元波数であり, 縦軸は, 目地岸側端部での平均波高 H_{m-gl} と入射波高 H との比による波高増幅率を表す。なお, 全ての実験条件において, 目地岸側端部の平均波高が目地内の最大波高となっていた。図より, まず, 1 次モードの流体共振に対応する $kL=1.5$ ($T=2.44$ s の場合が $kL=1.45$) 付近および 2 次モードの場合の $kL=4.5$ ($T=0.92$ s の場合が $kL=4.46$) 付近で, H_{m-gl} が極値をとり目地内で流体共振が最も顕著となることが分かる。さらに, 波高増幅率は 2 次

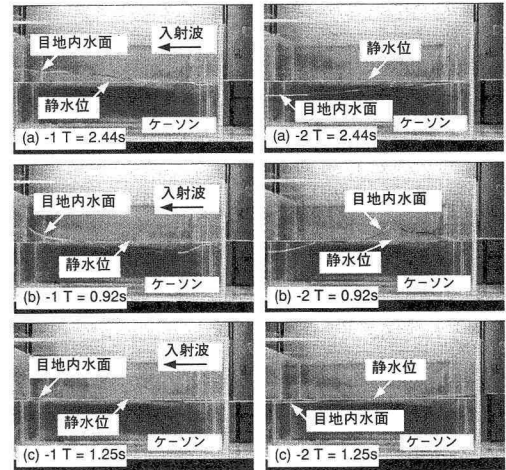


写真-1 共振時の目地内水位変動特性 (目地幅 2 cm, $H=1.2$ cm)

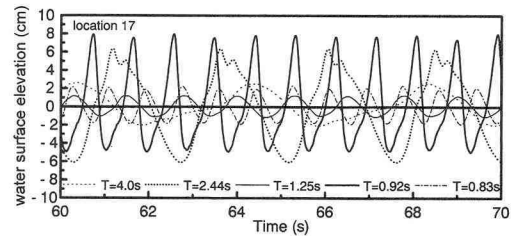


図-4 目地内水位の時間変化 (目地幅 2 cm, $H=1.2$ cm)

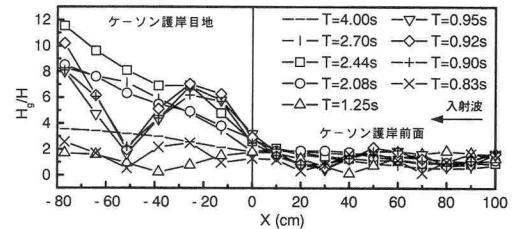


図-5 平均波高の空間分布特性 (目地幅 2 cm)

モードの場合でも 1 次モードの場合に近い大きな値となっている。このことは, 高次モードの流体共振が発生した場合でも, 低次モードの場合に比べて極端に波高増幅率は減少しないことを示している。ところで, 実験の場合, $kL=1.5$ および 4.5 付近前後でも H_{m-gl} は比較的大きな値を示し, 流体共振の発生条件を明確に特定することは困難である。そこで, 本研究では $H_{m-gl}/H > 5$ により流体共振の発生を定義することとしたが, この場合, 本研究で対象とした実験条件の範囲では, 流体共振の発生条件は, $kL=1.1\sim 2.0$ (1 次モード) および $4.1\sim 4.8$ (2 次モード) となることが分かる。なお, $kL=1.5$ 付近および $kL=4.5$ 付近で, 目地内で流体共振が最も顕著となる

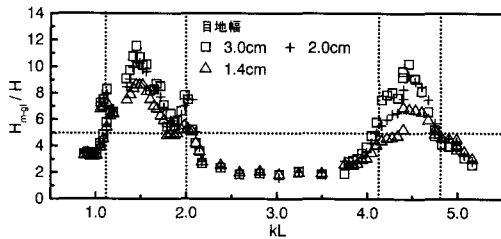


図-6 流体共振の発生条件 (1次および2次モード、目地内の岸側端部 ($x = -77$ cm) での波高を対象)

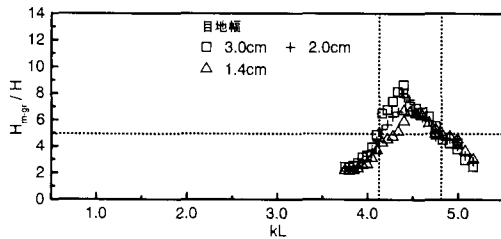


図-7 流体共振の発生条件 (2次モード：目地内の $x = -25.6$ cm) での波高を対象)

実験結果は、漸近接合法を用いた理論解析による目地内での流体共振の発生条件で、目地幅をゼロへ漸近させた場合の漸近解 $kL = (2n+1)\pi/2$ ($n=1, 2, \dots$) とほぼ一致するものであり、本研究で提示した理論解により、目地内における流体共振現象の発生条件を予測できることを示している。ただし、理論解析では、目地内の水面変動が無限大になる条件として流体共振の発生条件を算出しているため、発生規模などの予測には、粘性の影響を考慮した数値解析的な検討が必要となる。

図-7に、目地内での2次モードの流体共振現象の発生範囲付近を対象として、目地内 $x = -25.6$ cm での平均波高 H_{m-gr} と入射波高 H との比による波高増幅率を整理した結果を示す。図より、目地岸側端部とは異なる目地内部の波高に着目した場合でも、 $H_{m-gr}/H > 5$ となる流体共振の発生範囲は、目地岸側端部での波高に着目した場合と同様な範囲となり、さらに、目地内部での波高が目地岸側端部に比べて極端に小さくはないこと

が分かる。

5. 結 論

本研究では、ケーソン護岸連結目地内での流体共振特性および流体共振の発生条件を理論的および実験的に考究した。その主要な結論は以下のようにまとめられる。

1) 漸近接合法を用いた理論解析結果より、入射波がケーソン護岸へ直角入射する場合、ケーソン護岸連結目地内での流体共振の発生条件の漸近解が、 $kL = (2n+1)\pi/2$ ($n=1, 2, \dots$) となることが分かった。

2) ケーソン護岸連結目地内で流体共振現象が発生することを実験的に確認し、目地内の最大波高が入射波高の5倍を上回る共振状態は、本研究で対象とした実験範囲において、1次モードが $kL = 1.1 \sim 2.0$ の場合、さらに、2次モードが $kL = 4.1 \sim 4.8$ の場合に発生することが明らかになった。なお、実験では、 kL が 1.5 と 4.5 付近において、目地内最大波高が最も大きくなったが、このことは、漸近接合法を用いた理論解析結果と非常によく一致した。

最後に、本研究を行うに際し、実験およびデータの整理に終始助力を惜しまなかった金沢大学大学院生の藤井誠氏に厚く謝意を表す。また、本研究の一部は日本学術振興会科学研究費補助金 (若手研究 (B)、課題番号 1676 0405、代表者 斎藤武久) による研究助成によるものであることを記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 斎藤武久・荒木孝之・G. P. Miao・石田 啓 (2003): ケーソン連結目地内での流体共振特性とその発生条件, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 786-790.
- 土木学会海岸工学委員会 (2002): 大蔵海岸陥没事故調査報告書, 土木学会海岸工学委員会, p. 125.
- Mei, C. C. (1989): The applied dynamics of ocean surface waves, World Scientific, Singapore, pp. 199-206.
- Saitoh, T., G. P. Miao and H. Ishida (2002): Experimental study on resonant phenomena in a narrow open channel under waves, Proc. of the 12th Int. Offshore and Polar Engineering Conf., pp. 622-627.