

# 底質比重による海浜断面変形の差異に関する研究

本田 隆英\*・本多 弘明\*\*・佐藤 慎司\*\*\*  
渡辺 晃\*\*\*\*・磯部 雅彦\*\*\*\*\*

本研究では、養浜砂の物理的特性量のひとつである比重に着目し、比重が異なる海浜縦断面の変形特性を解明することを目的とした。シリカ砂・カンラン岩砂という比重の異なる2種の底質を用いて海浜縦断面変形実験を行った。断面形状変化を汀線移動量・土砂移動総量・断面の重心移動量を用いて評価し、侵食・堆積の指標であるC値に等価粒径を導入したC'値との相関性を調べた結果、比重の大きなカンラン岩砂海浜では波浪外力に対して安定傾向になることが分かった。また、二相流モデルによる数値実験を行ったところ、流速波形特性のうち正味漂砂量に与える比重の影響には流速加速度が大きく寄与していることが明らかとなった。

## 1. はじめに

海岸保全事業として、自然と共生し親水性の高い養浜工が近年注目されている。養浜砂の物理的特性量には粒度・比重・空隙率(粒子形状)が挙げられるが、効果的な養浜を行うためには、これら特性量ごとの漂砂に対する影響を再整理する必要がある。粒度の影響については豊富な研究例があるので、本研究では底質比重に着目し、まずは海浜縦断面の変形特性を解明することを目的とした。既往の研究には、野田(1966)、堀川・佐々木(1970)、Nayak (1970)、田中・新保(1973)などが挙げられる。これらでは、比重の小さな底質を用いることで、縮尺効果の小さな模型実験が可能であるとしている。特に田中・新保(1973)は、これら一連の研究結果について比較考察を行い、移動床実験に用いる底質材料は石炭粉が良いと結論づけ、モデルビーチとした鹿島海浜に対する石炭粉模型海浜の再現性について考察している。その結果、石炭粉海浜は移動限界水深や前浜勾配については再現性が良いが、水路内の微妙な流体運動や反射波の影響を受けて大きく地形が変化し、その侵食・堆積の傾向は現地結果と整合しないことを指摘している。また、横木ら(2003)は近年侵食が激しい阿字ヶ浦海岸で前浜に砂利が堆積していることを報告しており、換言すれば比重の大きな底質を用いた養浜の有効性が示唆される。実際に富士海岸においては1996年からこれまでに約30万m<sup>3</sup>の礫養浜が行われており、そのうち約半分の養浜礫は投入地点に残存している(佐藤ら, 1999)。そこで本研究では、比重が大きな底質としてカンラン岩砂を用い、底質比重による海浜の断面変形機構の違いを解明すること

を目的とした。また、流体運動と底質移動を同時に数理的に記述できる二相流理論をベースに、正味漂砂量に与える比重の影響について数値実験を行い、得られた知見と海浜変形実験結果との関係を考察する。

## 2. 実験概要

中央粒径  $d_{50}$ ・淘汰係数  $S_0$ ・粒子形状はほぼ共通で比重  $s$ のみが異なる底質として、シリカ砂 ( $s=2.64$ ,  $d_{50}=0.33$  mm,  $S_0=1.14$ ) とカンラン岩砂 ( $s=3.29$ ,  $d_{50}=0.35$  mm,  $S_0=1.18$ ) を用いた。厚さ 1 cm のアクリル板で二分した長さ 30 m, 幅 0.6 m, 深さ 0.8 m の二次元造波水路にこれらの底質を敷き均し、規則波を入射させ、初期海浜形状および 3 時間後の海浜形状をレーザー式砂面計を用いて計測した。また 3 時間後に底面近傍流速を、途中 1 時間にごとに碎波波高・位置を測定し、流況・碎波形態・漂砂形態を観察した。規則波は、初期底面勾配を  $\tan \beta=1/10$ ,  $1/20$ ,  $1/30$ , 入射波周期を  $T=1.0$ ,  $1.5$ ,  $2.0$  s, 換算冲波波高を  $H_0=6\sim13$  cm で 3 段階の全 27 ケースを設定した。底面勾配によらず冲合一樣水深は 35 cm である。渡辺ら(1979)は 1 時間の波作用時間で侵食・堆積の判定が可能であるとしているが、ここでは比重の大きなカンラン岩砂を用いるため、海浜変形のスピードが遅くなることを考慮し、波作用時間は 3 時間とした。岸沖座標  $X$  は、静水汀線位置を原点として岸向きを正にとる。

## 3. 実験結果

実験結果の一例を図-1 に示す。同一波を作成させたにもかかわらず、このケースではカンラン岩砂海浜にシリカ砂海浜では見られないバーが発達している。異なる底質比重により変形海浜断面に顕著な差異が現れることが分かる。

### (1) 観察結果

まず観察から得られた所見を述べる。漂砂形態は、全体的には砂連上の掃流・砂連浮遊漂砂が卓越していたが、移動限界付近で掃流漂砂が、沖向き流速時のバー頂

\* 正会員 修(工) 東京大学助手 大学院工学系研究科社会基盤学専攻

\*\* 学生会員 学(工) 東京大学 大学院工学系研究科社会基盤学専攻

\*\*\* 正会員 工博 東京大学教授 大学院工学系研究科社会基盤学専攻

\*\*\*\* 正会員 工博 (株)アイ・エヌ・エー 技術顧問

\*\*\*\*\* フェロー 工博 東京大学教授 大学院新領域創成科学研究所 環境学専攻

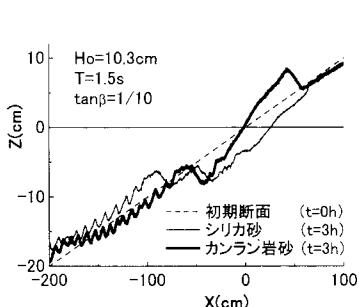


図-1 実験結果の一例

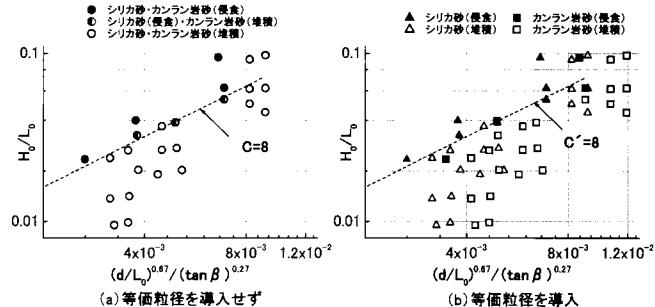


図-2 汀線前進型・汀線後退型海浜の分類

部でシートフロー漂砂が見られた。シリカ砂海浜に比べて、カンラン岩砂海浜の沖側での移動限界・砂漣発生限界点は岸側に、岸側での浮遊漂砂から掃流漂砂への遷移点は沖側に位置しており、カンラン岩砂海浜の浮遊漂砂領域が狭い。また、シリカ砂に比べてカンラン岩砂は舞上がり高が低く、沖向き流速時の底質移動量が少ない。さらに、両底質海浜の断面形状については、バーの発生位置や発生時の規模は同程度であったが、カンラン岩砂海浜では発達したバーの岸沖移動速度が遅れていた。以上から、全体的なカンラン岩砂海浜の土砂移動つまり海浜変形の程度はシリカ砂海浜に比べて低いといえる。

## (2) 等価粒径を導入した $C'$ 値

Sunamura・Horikawa (1974) は長時間波作用後の海浜形状を侵食・中間・堆積型および汀線前進・後退型に分類し、次式で定義される  $C$  値を用いて整理している。

$$C = (H_0/L_0) \cdot (\tan \beta)^{0.27} \cdot (d_{50}/L_0)^{-0.67} \quad \dots \dots \dots (1)$$

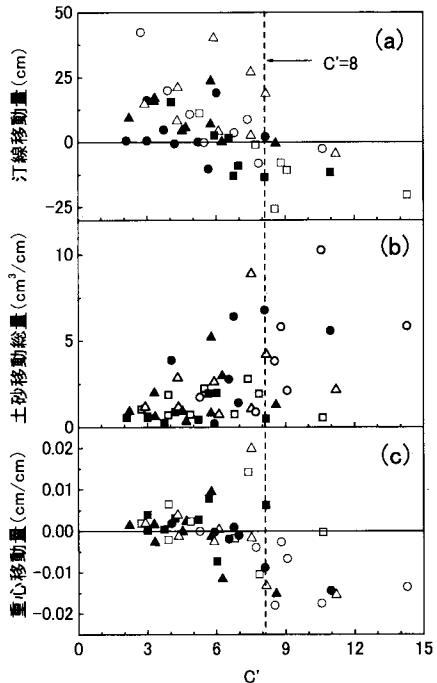
ここで、 $L_0$  は冲波波長である。本実験結果を侵食・中間・堆積型に分類することは多少困難であったため、汀線の前進・後退の観点から図-2(a)に整理した。汀線前進型・後退型海浜の閾値はおよそ  $C = 8$  であり、Sunamura・Horikawa の  $C = 8$  とおおむね一致している。

図-1 で示されたように比重が異なると断面形状も変化するが、式(1)には比重が含まれていない。ここで比重の異なる底質に対して、底面流速振幅および波による摩擦係数が同一の下で無次元底面摩擦応力（シールズ数）を等価にする粒径を「等価粒径」として導入する。具体的には、本研究におけるシリカ砂に対するカンラン岩砂の等価粒径  $d_{eq}$  は、カンラン岩砂粒径  $d_{50}$ 、カンラン岩砂比重  $s_{oi}$ 、シリカ砂比重  $s_{si}$  を用いて次式で表される。

$$d_{eq} = d_{50} \cdot (s_{oi} - 1) / (s_{si} - 1) \quad \dots \dots \dots (2)$$

$d_{eq}$  を式(1)に代入して  $C'$  値と定義した。等価粒径を導入することで、比重の異なる底質海浜に対して統一的な海浜分類が可能になり、図-2(b)ならびに次節で検討する海浜断面形状に関する指標との相関性が従来の  $C$  値

□ シリカ砂 ( $\tan \beta = 1/10$ )  
△ シリカ砂 ( $\tan \beta = 1/20$ )  
○ シリカ砂 ( $\tan \beta = 1/30$ )  
■ カンラン岩砂 ( $\tan \beta = 1/10$ )  
▲ カンラン岩砂 ( $\tan \beta = 1/20$ )  
● カンラン岩砂 ( $\tan \beta = 1/30$ )

図-3  $C'$  値による海浜断面形状の整理

に比べて高いことを確認した。そこで、以降の結果の整理には、比重の影響を等価粒径に導入した  $C'$  値を用いることとする。

## (3) 海浜断面形状の整理

シリカ砂・カンラン岩砂海浜の安定性の比較のため、海浜断面形状に関する量化指標として汀線移動量・土砂移動総量・海浜断面形状の重心移動量に着目し、 $C'$  値を用いて図-3 のように整理した。

### a) 汀線移動量

3 時間後の汀線移動量（岸向きを正）と  $C'$  値を比較する。 $C'$  値が大きな侵食領域ではシリカ砂・カンラン岩砂

海浜とともに汀線が後退している。また、 $C'$ 値によらずシリカ砂海浜の汀線はカンラン岩砂海浜に比べて大きく、移動しやすいことが分かる。これより汀線移動の観点からするとカンラン岩砂海浜が相対的に安定傾向にあることが分かるが、 $6 < C' < 8$ ではカンラン岩砂汀線は後退傾向でシリカ砂汀線は前進傾向にあるデータも存在する。

### b) 土砂移動総量

碎波帯外から遡上域にまで及ぶ海浜の全体的な底質の動きやすさを示す指標として、二乗した砂面変化高を  $X=100\text{ cm}$  から水深  $35\text{ cm}$  地点 ( $X=-35/\tan\beta\text{ cm}$ ) まで岸沖方向に積分し、岸沖距離で除したものを土砂移動総量と定義し、 $C'$  値と比較する。

初期底面勾配によるばらつきが大きいが、全体的に  $C'$  値が大きくなると土砂移動総量は増加する傾向にある。また、底面勾配が比較的緩やかな条件では、カンラン岩砂海浜はシリカ砂海浜よりも土砂移動総量が少ないことが分かる。これは実験における観察結果の内容と整合している。

### c) 重心移動量

次に、土砂の岸沖移動方向まで含めた量的議論を進めため、変形海浜断面の重心移動量の検討を行った。鉛直方向には初期砂面厚  $20\text{ cm}$ 、岸沖方向には  $X=100\text{ cm}$  から水深  $35\text{ cm}$  地点までを対象にした海浜断面に対して 3 時間の重心移動距離を算出し、岸沖距離で除したものを重心移動量と定義し、 $C'$  値との対応を調べた。

全体としてみると予想されるように、重心移動は侵食側で沖向き傾向となることが明瞭に現れており、その境は  $C'=8$  付近である。a), b) の結果と併せると、 $C'$  値の大きな侵食側では汀線が大きく後退し土砂は沖向きに移動しやすく、また  $C' > 8$  にはシリカ砂海浜が多く分布している。したがって、比重の大きなカンラン岩砂を用いた養浜は、侵食型波浪に対して特に有効であることが期待される。

## 4. 二相流モデルによる数値実験

### (1) 二相流モデル

海浜変形に及ぼす底質比重の影響を数値実験により検討する。数値実験には、液相・固相の質量保存式と運動量方程式から成り立ち、流体運動と底質移動を同時に数理的に記述できる二相流モデルを用いた。正味漂砂量は底面流速の速度非対称度  $V_a$ 、加速度非対称度  $A_a$ 、平均流速  $U_c$ 、あるいは碎波に伴う乱れや底面勾配などにより生じると考えられる。ただし、実験における海浜形状には砂漣が多く観察されたが、現段階で碎波に伴う乱れ、底面勾配および砂漣の影響を二相流モデルで取り扱うこととは困難があるので、ここでは岸沖方向に一様な振動流場での流速波形特性の影響の比較として  $V_a$ ,  $A_a$ ,  $U_c$  を

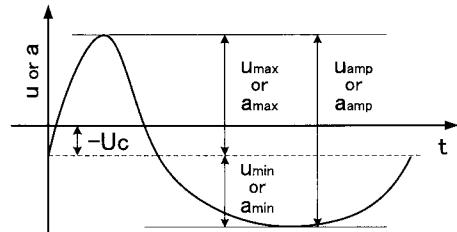


図-4 流速(加速度)非対称波形

計算条件に与えて数値実験を行う。 $V_a$ ,  $A_a$  は図-4 を参考に次式で定義される。

$$V_a = u_{\max}/u_{\text{amp}}, \quad A_a = a_{\max}/a_{\text{amp}} \quad \dots \quad (3)$$

Dong・Zhang (2002) を参考に、振動流場に対する二相流モデルは次式で表される。

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial c w_s}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z} \left( K_z \frac{\partial c}{\partial z} \right) \quad \dots \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho(1-c)u}{\partial t} = -(1-c) \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial T_{xz}}{\partial z} - cf_x \quad \dots \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho_s c u_s}{\partial t} = -c \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial z} + cf_x \quad \dots \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_s c w_s}{\partial t} = & \frac{c}{1-c} \frac{\partial \rho(1-c)w}{\partial t} - \rho g(s-1)c \\ & + \frac{c}{1-c} f_x - \frac{\partial \gamma_{zz}}{\partial z} - \frac{c}{c_{\max}} \frac{\partial N}{\partial z} \end{aligned} \quad \dots \quad (7)$$

$$w = -c/(1-c) \cdot w_s \quad \dots \quad (8)$$

ここで、 $t$  は時間、 $x$  は岸沖座標、 $z$  は鉛直座標、 $c$  は底質の体積率(濃度)、 $u$  は水平流速、 $w$  は鉛直流速、 $p$  は圧力、 $K_z$  は底質の鉛直拡散係数、 $T$  は乱流応力テンソル、 $f$  は固液相間の抗力、 $\gamma$  は粒子間応力テンソル、 $\rho$  は密度、 $s$  は底質比重、 $g$  は重力加速度である。また、 $u$ ,  $w$ ,  $\rho$  について添字のないものは液相を、添字  $s$  は固相を示す。鉛直方向の力学的平衡条件を満たすため、ここで式(7)中に底面からの垂直応力  $N$  を加えている。 $N$ ,  $T_{xz}$ ,  $f_x$ ,  $f_z$ ,  $\gamma_{xz}$ ,  $\gamma_{zz}$  は次のように表される。

$$N = (\rho_s - \rho) g \int_z^{\infty} c dz \quad \dots \quad (9)$$

$$T_{xz} = \rho(1-c) l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial z} \right| \left| \frac{\partial u_m}{\partial z} \right| \quad \dots \quad (10)$$

$$l = k \int_{-\infty}^z \frac{c_{\max} - c}{c_{\max}} dz \quad \dots \quad (11)$$

$$u_m = (1-c)u + cu_s \quad \dots \quad (12)$$

$$f_x = 3C_D/4d_{50} \cdot \rho \sqrt{u_r^2 + w_r^2} \cdot u_r \quad \dots \quad (13)$$

$$f_z = 3C_D/4d_{50} \cdot \rho \sqrt{u_r^2 + w_r^2} \cdot w_r \quad \dots \dots \dots \quad (14)$$

$$C_p = 24/Re + 2 \quad \dots \dots \dots \quad (15)$$

$$\gamma_{xz} = 1.2 \lambda^2 \rho \nu \frac{\partial u_s}{\partial z} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

$$\gamma_{zz} = 1.2 \lambda^2 \rho \nu \left| \frac{\partial u_s}{\partial z} \right| \frac{1}{\tan \phi} \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

ここで、 $c_{\max}$ は底質の最大体積率、 $\kappa$ はカルマン定数( $=0.4$ )、 $\nu$ は水の動粘性係数、 $\phi$ は砂の内部摩擦角である。ここでは、 $c_{\max}=0.62$ 、 $\tan \phi=0.6$ とした。また、 $\rho$ 、 $K_0$ は Mina (2003) にならって以下のように与えた。

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \left[ 1 - \left( \frac{c}{c_{\max}} \right)^4 \right] \frac{\partial u_{in}}{\partial t} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

$$K_z = \alpha \kappa l^2 \left| \frac{\partial u_m}{\partial z} \right| \left( 1 - 4 \beta_K \frac{u_{in}}{u_{amp}} \frac{a_{in}}{a_{amp}} \right) + w_0 \cdot d_{50}$$

..... (22)

$$\alpha_K = \left[ 2 - 0.4 \operatorname{sech} \left( 1000 \frac{U_C}{U_{\max}} \right) \right] \cdot \frac{|a_{\max}|}{|a_{\max}| + |a_{\min}|} \quad \dots \quad (23)$$

ここで、 $u_{in}$  は境界層上端での水平流速、 $a_{in}$  は  $u_{in}$  に対する加速度、 $\beta_k$  は周期を独立変数に持つ関数、 $w_0$  は静水中の単一砂粒子の沈降速度である。

## (2) 数値実験結果

さまざまな流速波形ならびに広範な条件を対象とした数値モデルの検証も重要であるが、ここでは今後のモデル構築の効率化を重視し、正味漂砂量に及ぼす流速非対称度  $Va$ 、加速度非対称度  $Aa$ 、平均流速  $Uc$  の影響度を単純化した条件で検討することにした。実験から得られた底面近傍流速波形を参考に、数値実験の条件は表-1、2 のように設定した。Case V, A, U の流速波形は、正弦波形に  $Va$ ,  $Aa$ ,  $Uc$  の影響をそれぞれ組み込んだものである。表-2 で、si, oli はシリカ砂、カンラン岩砂そのものの特性値を持つ底質、oli-d'は等価粒径を考慮した底質で、比重はシリカ砂のものと同一であるが粒径は式(2)から算出している。その他の計算条件は、 $u_{max} = 0, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2 \text{ m/s}$ ,  $T = 2.0 \text{ s}$ ,  $\Delta t = 0.0001 \text{ s}$ ,  $\Delta z = 0.5 \text{ mm}$  である。計算領域は鉛直方向に 6 cm とし、c の初期鉛直分布は砂粒子が全て沈降したとき  $z = 3 \text{ cm}$  を砂面高とする  $\tanh$  型関数で与えた。入力流速は 2 周期かけて徐々に増大させ、収束判定は 1 周期前後の無次元漂砂量の絶対誤差が 0.01 以下とした。

二相流モデルから算出した無次元漂砂量を、高地ら

(2002)による局所漂砂量モデルによる計算結果とともに図-5に示す。二相流モデルによる漂砂量は局所漂砂量モデルで算出した漂砂量に比べて過小評価しているが、両モデルの  $u_{max}$  に対する漂砂量の定性的な挙動は一致している。定量的な検討は今後の課題とし、ここでの数値実験の目的は流速波形特性 ( $V_a$ ,  $Aa$ ,  $U_c$ ) の影響の比較であるため、二相流モデルから算出した正味漂砂量について検討を進める。

全ケースにおいて  $oli$  と  $oli-d'$  の漂砂量は同程度の値が得られていることから、等価粒径の概念を用いて比重の異なる底質の流速波形特性による正味漂砂量を算出することが可能であることが数値実験でも確かめられた。

次に, Case ごとの si と oli の正味漂砂量の違いについて考察を行う。Case V, U では si と oli の漂砂量は同程度であるが, Case A では oli の漂砂量が少ない。つまり、比重や粒径の違いによって生じる正味漂砂量の差異は、流速波形特性の中でも特に  $Aa$  に起因していると言える。特に流速が増大するほど、その差異が顕著に現れる。

表-1 流速波形条件

	$Vx$	$Ax$	$Uc(\text{m/s})$
Case V	0.6	0.5	0
Case A	0.5	0.7	0
Case U	0.5	0.5	-0.1

表—2 底質条件

	<i>s</i>	<i>d</i> <sub>50</sub> (mm)	<i>w</i> <sub>0</sub> (cm/s)
シリカ砂 si	2.64	0.33	4.86
カンラン岩砂 oli	3.29	0.35	5.17
カンラン岩砂 (等価粒径) oli-d'	2.64	0.49	7.07

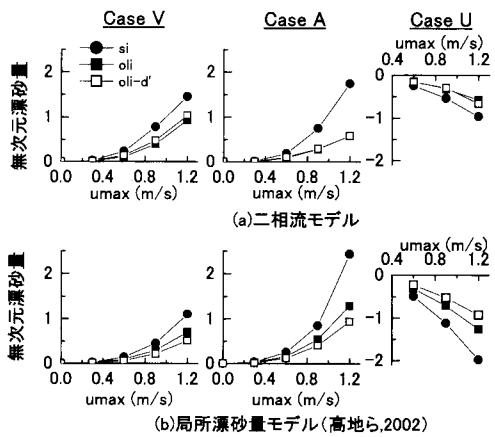
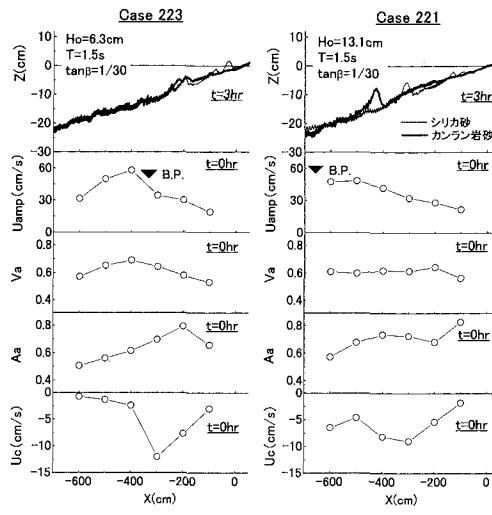


図-5  $V_a$ ,  $A_a$ ,  $U_c$  による正味漂砂量

図-6 変形海浜断面と  $U_{amp}$ ,  $V_a$ ,  $A_a$ ,  $U_c$ 

ことが分かる。

### (3) 海浜断面変形の差異に関する考察

前節で得られた知見を、海浜変形実験の結果を用いて確認する。図-6に、 $t=3\text{ h}$  の変形海浜断面、 $t=0\text{ h}$  に計測した底面近傍流速データの同位相平均流速波形から得た  $U_{amp}$ ,  $V_a$ ,  $A_a$ ,  $U_c$  を 2 ケースに対して示す。実験条件は、いずれも  $T=1.5\text{ s}$ ,  $\tan \beta=1/30$  で、Case 223 では  $H_0=6.3\text{ cm}$ , Case 221 では  $H_0=13.1\text{ cm}$  と  $H_0$  のみが異なる。変形海浜断面を見ると Case 223 ではシリカ砂海浜とカンラン岩砂海浜はほぼ同じ形状であるのに対し、Case 221 ではいずれの海浜断面にもバーが発達し、シリカ砂海浜のバーが岸側に位置している。全般的な観察結果によると、いずれの海浜においてもバーの発生はほぼ同位置だが、カンラン岩砂海浜の発達したバーの移動速度は遅い。ここで Case 223 と Case 221 の流速特性を比較すると、海浜形状に顕著な違いが見られた Case 221 の特にバー形成位置付近 ( $-500\text{ cm} < X < -300\text{ cm}$ ) で、 $A_a$  が相対的に大きいことが確認できる。

## 5. 結 論

本実験の海浜断面形状の分析に用いた定量化指標および観察結果から、比重の大きな底質で構成された海浜では、底質移動が抑制され、波浪外力に対して安定傾向になることが定量的に再確認された。また二相流モデルを

用いた数値計算より比重や粒径の違いによって生じる正味漂砂量の差異は、流速波形特性の中でも特に加速度の非対称性に起因していることが示された。等価粒径を導入した  $C'$  値は、比重の異なる底質においても侵食・堆積型海浜の判別指標として用いることが可能で、等価粒径の概念を用いることの妥当性が数値実験からも示された。

ただし実験および計算は極めて限られた条件で行われたため、今後はより多くのケースで検討する必要がある。また、海浜変形実験において底質比重が異なることで移動限界や掃流・浮遊漂砂の遷移点に違いが確認されたことを受け、振動流装置を用いて漂砂機構に関する研究を二相流モデルの検証も含めて今後行う予定である。

**謝辞：**本論文はみらい建設工業(株)および東邦オリビン工業(株)と東京大学が共同で実施した研究成果の一部である。さまざまな面で援助を頂いた関係諸氏に謝意を表する。

## 参 考 文 献

- 高地 潤・佐藤慎司・渡辺 晃 (2002): 前傾化した波と流れによるシートフロー漂砂量, 海工論文集, 第 49 卷, pp. 426-430.
- 佐藤慎司・山本幸次・桜井 亘・村野幸宏・高木利光・厚坂裕次 (1999): 富士海岸における侵食対策としての動的養浜の効果, 海工論文集, 第 46 卷, pp. 676-680.
- 田中則男・新保 修 (1973): 移動床模型実験用底質材料としての石炭粉の特性について, 港湾技研報告, 第 12 卷, 第 1 号, pp. 3-58.
- 野田英明 (1966): ぐみ崎漁港の漂砂に関する実験(その 1), 京大防災研年報, 第 9 号, pp. 371-395.
- 堀川清司・佐々木民雄 (1970): 養浜工に関する基礎実験, 第 17 回海講論文集, pp. 241-249.
- 横木裕宗・南 陽介・信岡尚道 (2003): 阿字ヶ浦海岸における最近の急激な海岸侵食の実態解明, 海工論文集, 第 50 卷, pp. 526-530.
- 渡辺 晃・利穂吉彦・堀川清司 (1979): 二次元海浜変形と岸沖漂砂分布量, 第 26 回海講論文集, pp. 172-176.
- Dong, P. and K. Zhang (2002): Intense near-bed sediment motions in waves and currents, Coastal Engineering, Vol. 45, pp. 75-87.
- Mina, K. M. (2003): A transport model for the sheetflow based on the two-phase flow concept, Doctoral Dissertation, Univ. of Tokyo, 203 p.
- Nayak, I. V. (1970): Equilibrium profiles of model beaches, University of California Technical Report, HEL-2-25.
- Sunamura, T. and K. Horikawa (1974): Two-dimensional beach transformation due to waves, Proc. 14th ICCE, pp. 920-938.