

2 次元ポテンシャル流とのアナロジーに基づく 動的安定海浜形状の予測法

宇多高明*・芹沢真澄**・古池 鋼***・三波俊郎***

河川流や離岸流などによる冲向きの土砂移動が生じている海浜は、一種の動的安定状態にあると考えられる。本研究では、これらによる冲向きの土砂輸送の効果を等深線変化モデルに取り込んだ。等深線変化モデルの基礎式において動的安定状態を考えると、海浜変形と 2 次元ポテンシャル流との間に強いアナロジーが成立する。古典流体力学における 2 次元ポテンシャル流との比較により、等深線変化モデルに吸い込み・湧き出しを取り入れることにより動的安定状態の海浜を表すことが可能となる。新たなモデルにより、浜名湖今切口周辺の地形を考察対象とした場合、河口導流堤が河口への土砂の回帰を阻止する機能があることが説明できる。

1. ま え が き

筆者らは、多数の現地海岸で見られる侵食と堆積（宇多，1997，2004）を予測するための実用モデルとして、等深線変化モデル（芹沢ら，2002，2003）の開発を進め、このモデルが 3 次元海浜変形予測に有効利用できることを多くの現地海岸への適用を通じて確認してきた（山本ら，2004；宇多ら，2004a，2004b；清野ら，2004）。この結果、モデルの有効性は確認されたものの、このモデルでは河川流の作用を強く受ける河口部海浜などでの地形変化予測ができないという欠点があり、このためその種の現象の予測が可能なモデルの構築が今後の大きな課題であった。そこで、本研究では河川流や離岸流などによる冲向きの土砂輸送の効果を取り込んだ新しいモデルを開発した。

河川流や離岸流などによる冲向きの土砂移動が生じている海浜は一種の動的安定海浜と考えられるが、ここでは、まず等深線変化モデルの基礎式において動的安定状態を考えることで、海浜変形と 2 次元ポテンシャル流との間に強いアナロジーが成立することを示し、これより等深線変化モデルに吸い込み・湧き出しを取り入れることによる動的安定海浜の変形予測手法を構築する。

2. 等深線変化モデルの基礎式と 2 次元ポテンシャル流との関係

等深線変化モデルは、各等深線が波向と直角となれば安定するという安定化機構と、縦断形の各地点の局所勾配が平衡勾配に達すると安定するという安定化機構を備えている。これは波の作用下で海浜形状が静的安定に向かう特性があることを意味するが、動的安定の場合も考慮すると、2 次元ポテンシャル流とのアナロジーも成立する。

岸向きに x 軸、沿岸方向に y 軸を取り、時間を t とし

て解くべき変数を地盤高 $Z(x, y, t)$ とする。いま、 x - y メッシュ上で記述した等深線変化モデル（芹沢ら，2003）の漂砂量式に関し、波浪場が沿岸方向に一様で、入射波向が x 軸方向と一致し、碎波角 α_b が十分小さく、平衡勾配角 β_c が一定で微小、沿岸・岸沖漂砂量分布が水深方向に一様分布と仮定して線型近似を行うと、漂砂量フラックス (q_x, q_y) は式 (1)，(2) となる。

$$q_x = B_x \left(\tan \beta_c - \frac{\partial Z}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$q_y = -B_y \frac{\partial Z}{\partial y} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、係数 B_x ， B_y は式 (3)，(4) で与えられる。

$$B_x = K_x \frac{(EC_g)_b}{h} \dots (3) \quad B_y = K_y \frac{(EC_g)_b}{h} \dots (4)$$

また、 h は漂砂の移動高 ($h = h_c + h_R$ ， h_c ：波による地形変化の限界水深， h_R ：バーム高)， $(EC_g)_b$ は碎波点での波エネルギーフラックス， K_x ， K_y は岸沖、沿岸漂砂量係数であり、いずれも一定値とする。

式 (1)，(2) を連続式へ代入すると、地盤高 Z の支配方程式として式 (5) の拡散方程式を得る。

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = B_x \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + B_y \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} \dots\dots\dots (5)$$

ここで平衡状態を考えると Z の時間変化は 0 なので、式 (6) となる。

$$B_x \frac{\partial^2 Z}{\partial x^2} + B_y \frac{\partial^2 Z}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (6)$$

さらに、式 (7)，(8) による座標変換 $(x, y) \rightarrow (x', y')$ を行うと、 (x', y') 空間において地盤高 Z は式 (9) の 2 次元ラプラス方程式となる。

$$x' = x / \sqrt{B_x} \dots\dots (7) \quad y' = y / \sqrt{B_y} \dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial^2 Z}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial y'^2} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

一方、同じ 2 次元ラプラス方程式で表される現象に、古典流体力学の 2 次元ポテンシャル流がある。このことは、等深線変化モデルの基礎式で表される平衡状態の海浜地形と、2 次元ポテンシャル流との間に強いアナロ

* 正会員 工博 (財)土木研究センター審議役 なぎさ総合研究室長
** 正会員 海岸研究室(有)
*** 海岸研究室(有)

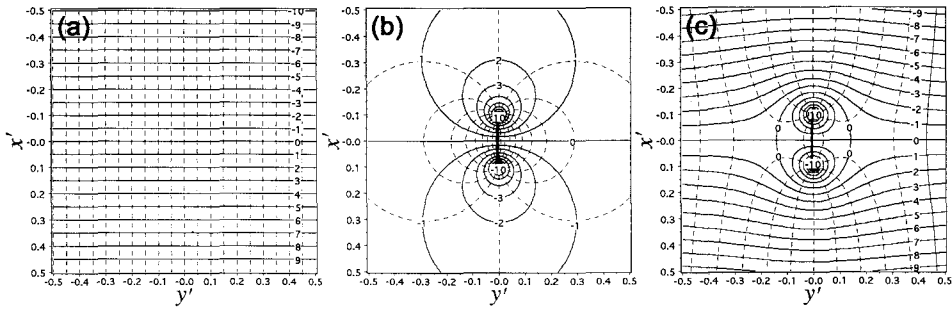


図-1 一様流中の吸い込み・湧き出し流れの等ポテンシャル線と流線

ギーが成立することを意味する。

動的安定状態では、沿岸漂砂と岸沖漂砂が均衡する結果、見かけ上地形変化のない状態が達成される。流体力学(例えば、今井, 1973)に示された流線と等ポテンシャル線の形状は、現地海岸で動的安定状態にあると思われる等深線の形状によく似ている。

例えば、図-1(c)は、一様流中(図-1(a))に置かれた一対の吸い込み・湧き出し流れ(図-1(b))の等ポテンシャル線(実線)と流線(破線)であるが、中心部の閉曲線で囲まれた等ポテンシャル線を除く、外側の緩く湾曲した等ポテンシャル線(実線)は、離岸流発生箇所での深掘れの等深線に似ているし、河口フラッシュ時や、Tidal inletでの入退潮流による深掘れ地形とも似ている。この等ポテンシャル線は一様流中に置かれた渦対の流線と見することもできる。また、平板を過ぎる流れの流線は、突堤先端沖を蛇行する等深線とよく似ている。

これらの例は、いずれも特異点の存在に特徴がある。湧き出し・吸い込み・渦の配置点、構造物の境界線およびその周辺域が特異点・特異領域となっており、ラプラス式の適用ができない点に特徴がある。すなわち、通常の波作用と重力の作用のみで決まる領域ではラプラス式で記述されるとしても、波以外の外力の卓越する領域は特異点または特異領域となる。例えば、離岸流など波以外の外力が強く作用する場所では、漂砂の場合は波とは無関係に流れの作用で決まるはずである。

3. 動的安定海浜と2次元ポテンシャル流とのアナロジー

平衡地形の地盤高 Z を、式(10)のように静的・動的安定成分 Z_0, Z_v の和と置く。地盤高が Z_0 では静的安定状態にあり、全地点とも漂砂フラックスは0となるので式(1)、(2)を0と置くことより、式(11)、(12)が得られる。全地点で縦断勾配は平衡勾配に一致し、等深線は波向と直角となる。これは、各点で、重力による下向きの作用と波による上向きの営力が釣り合い、かつ、沿岸

方向の営力のない平衡状態を意味する。結局、 Z_0 は式(13)の同様勾配斜面となる。

$$Z = Z_0 + Z_v \cdots \cdots (10) \quad \frac{\partial Z_0}{\partial x} = \tan \beta_c \cdots \cdots (11)$$

$$\frac{\partial Z_0}{\partial y} = 0 \cdots \cdots (12) \quad Z_0 = \tan \beta_c \cdot x \cdots \cdots (13)$$

Z_v に関しては、式(10)~(12)の関係より式(14)、(15)が得られ、 Z_v は式(16)で与えられる。 Z_v は、重力による下向きの作用と、波による上向きの営力が釣り合う平衡状態からのずれを表す。

$$q_x = -B_x \frac{\partial Z_v}{\partial x} \cdots (14) \quad q_y = -B_y \frac{\partial Z_v}{\partial y} \cdots (15)$$

$$Z_v = Z - \tan \beta_c \cdot x \cdots \cdots (16)$$

式(14)、(15)より、漂砂は Z_v の勾配によって生じる。等深線間隔が狭ければ沖向き漂砂、広ければ岸向き漂砂となる。また波峰線と等深線とのなす角の符号と大きさによって沿岸漂砂の向きと強さが規定される。また Z_0, Z_v は前記と同様に、式(7)、(8)の座標変換を行えば、 (x', y') 空間でそれぞれラプラス式を満足する。

一方、 (x', y') 空間で2次元ポテンシャル流を考えると、一般に式(17)の複素変数 z' の関数として式(18)の複素速度ポテンシャル $f(z')$ で表される。実部は速度ポテンシャル ϕ を、虚部は流れ関数 ψ を与える。 ϕ の勾配が流速ベクトルを与え、 ϕ と ψ の間にはコーシー・リーマンの関係式が成立し、 ϕ と ψ はそれぞれラプラス式を満足する。

$$z' = x' + iy' \quad (i = \sqrt{-1}) \cdots \cdots (17)$$

$$f(z') = \phi(x', y') + i\psi(x', y') \cdots \cdots (18)$$

実地形を記述する (x, y) 空間と2次元ポテンシャル流を記述する (x', y') 空間とは、式(7)、(8)の座標変換で結ばれるが、これは座標軸の縮尺の縦横比を、式(19)の伸縮率 μ を用いて、 $(x, y) \rightarrow (x', y')$ の変換では $1/\mu$ 倍、 $(x', y') \rightarrow (x, y)$ の変換では μ 倍に伸縮するものである。等深線の幾何的形も同様に伸縮されるが、縦横比が変

わる。伸縮率 μ は式(3)、(4)より岸沖・沿岸漂砂量係数 $K_x \cdot K_y$ の比の平方根に帰着する。

$$\mu = \sqrt{\frac{B_x}{B_y}} = \sqrt{\frac{K_x}{K_y}} \dots\dots\dots (19)$$

いま、ある平衡地形の動的安定成分 Z_v を表す等深線を (x', y') 空間で見たとき、等深線 Z_v が2次元ポテンシャル流の等ポテンシャル線 ϕ と一致している場合、つまり式(20)が成立する場合において、

$$Z_v = \phi \dots\dots\dots (20)$$

式(21)、(22)で定義する漂砂の流れ関数 Ψ_q を求めることを考える。

$$q_x = -\frac{\partial \Psi_q}{\partial y} \dots\dots (21) \quad q_y = -\frac{\partial \Psi_q}{\partial x} \dots\dots (22)$$

Ψ_q は、 (x, y) 空間において、その等値線が漂砂の流れを与える関数である。さらに式(14)、(15)に、 ϕ と ψ に関するコーシー・リーマンの関係式と、式(7)、(8)を用いると、 Ψ_q は式(23)で表される。

$$\Psi_q = -\sqrt{B_x B_y} \phi \dots\dots\dots (23)$$

つまり($Z_v = \phi$)の条件では、流れ関数 ϕ より漂砂の流れ関数 Ψ_q が式(23)より算定される。 Ψ_q を (x, y) 座標上でコンター図として描けば漂砂の流れ線群が得られる。

漂砂の流れ線(Ψ_q の等値線)と動的安定成分 Z_v の等深線はもとの座標系 (x, y) では直交しないが、座標変換された (x', y') 座標系では直交し、 $Z_v - \Psi_q$ は2次元ポテンシャル流の $\phi - \psi$ と同じ関係となる。すなわち、 Z_v の等深線と漂砂流れ線が、等ポテンシャル線と流れ線に対応する。なお、 Z_v は (x, y) 空間では式(14)、(15)で $B_x = B_y$ でなければ厳密には「ポテンシャル」とは呼べないが、本研究では (x', y') 空間で漂砂流れ線と直交する意味でポテンシャルと呼ぶ。一方、等深線 Z_v が、2次元ポテンシャル流の流れ線 ϕ に対応する場合もある。つまり、式(24)が成立する場合であるが、前記と同様にして漂砂の流れ関数 Ψ_q は式(25)で与えられる。

$$Z_v = \phi \dots\dots\dots (24) \quad \Psi_q = \sqrt{B_x B_y} \phi \dots\dots\dots (25)$$

以上のアナロジーを再度図-1の例で考えてみる。図-1(c)は、一樣流中(図-1(a))に置かれた一対の吸い込み・湧き出し流れ(図-1(b))の等ポテンシャル線(実線)と流れ線(破線)である。その複素速度ポテンシャルは式(26)で与えられる。

$$f(z') = Uz' + m \log \left\{ \frac{z' + a}{z' - a} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

この式は、 x 軸に沿う流速 U の一樣流中に、点 $(a, 0)$ および $(-a, 0)$ に強さ m の吸い込みおよび湧き出しを置いた流れを表す、いわゆる「ランキン卵形」であるが、流れ線が卵形になっていないのは吸い込みと湧き出しの符号を通常と反転して与えているためである($U=20$, $a=0.1$, $m=3$)。

図-2は、図-1に対し $B_y=1$, $B_x=0.2$ と与えて $(x', y') \rightarrow (x, y)$ の座標変換を行い、 Z_0 , Z_v , Z , Ψ_q を示したものである。図-2(a)は式(26)の右辺第1項の一樣流に対応するもので静的安定地形 Z_0 (一樣勾配斜面)を表わす。図-2(b)は式(26)の右辺第2項の一対の吸い込み・湧き出しによる流れを表し、動的安定成分 Z_v を表す。図-2(c)は両者の和の安定地形 Z である。図-2(d)は漂砂の流れ関数 Ψ_q である。 Ψ_q より吸い込み、湧き出しを結ぶ線を中心に左右で一対の循環流が形成されることが分かる。安定地形 Z は、岸側の吸い込み点周辺は等深線が岸側に湾入し、沖側の湧き出し点周辺は沖に張り出した等深線形状で安定している。これらは、河口フラッシュ時や離岸流発生箇所の深掘れ領域での地形の特徴を表していると考えられる。また、湧き出し・吸い込みの存在によって動的安定が維持されている点が興味深い。

なお、以上の議論は、数学的に2次元拡散方程式が定常状態のときラプラス方程式に帰着するというもので、これは古くからよく知られた熱伝導学、電磁気学、あるいは土質工学の2次元定常浸透流の扱い(例えば、山口、1984)と同じである。しかし、本研究は波による漂砂による動的安定海浜を対象としている点が異なる。動的安定海浜は、式(19)の岸沖・沿岸の漂砂量係数の比 μ を介して、2次元ポテンシャル流と幾何的に対応付けられる。

4. 等深線変化モデルによる動的安定海浜の数値計算

4.1 計算方法

本研究では、等深線変化モデルの計算にこのアナロジーを応用することで動的安定地形の計算を行う方法を考案するものであり、湧き出し・吸い込みを用いて、河川流のフラッシュや離岸流による深掘れ地形の形成に応用し、動的安定地形が再現できることを確かめる。

以上の式の誘導では、地盤高 Z の変化を計算対象とする $x-y$ メッシュ上で解く等深線変化モデルの基礎式とともに議論したが、海底勾配を介して地盤高変化量と等深線変化量との間に成立する式(27)の幾何学的関係を使えば、等深線距離 Y の変化を解くモデル(芹沢ら、2002)の場合も全く同じ結論が得られる。

$$dz = dY \cdot \tan \beta \approx dY \cdot \tan \beta_c \dots\dots\dots (27)$$

数値計算には、等深線距離 Y の変化を解くモデル(芹沢ら、2002)を用いた。波による岸沖漂砂量 q_x ・沿岸漂砂量 q_y の算定は芹沢ら(2002)と同様であるが、連続式には式(28)のように吸い込み・湧き出しを表す項 S を付加した。河川流の卓越箇所・流速の増大箇所には吸い込み($S < 0$)を、逆に減衰箇所では湧き出し($S > 0$)を与える。ただし、土砂収支を満足させるように S の総和

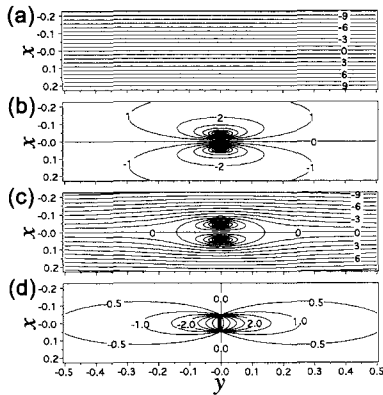
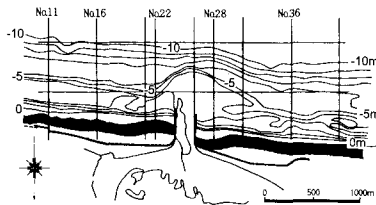
図-2 動的安定海浜の Z_0 , Z_v , Z , Ψ_q の分布

図-3 浜名湖今切口の深浅図

は 0 になるように与える。

$$\frac{\partial Y}{\partial t} = -\frac{\partial q_x}{\partial x} - \frac{\partial q_z}{\partial z} + S \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに、 x は沿岸座標、 z は鉛直座標、 $Y(x, z, t)$ は等深線距離、 q_x は単位深さ当りの沿岸漂砂量、 q_z は沿岸方向単位幅当りの岸沖漂砂量、 S は単位深さ・沿岸方向単位幅当りの湧き出し量である。

4.2 計算結果

河川流による砂州フラッシュでは、沖合に流出した砂は波の作用で河口へ再び戻るが、河口維持のため河口導流堤が建設されると、沖へと流出した土砂は岸に戻りにくくなるはずである。例えば図-3 は、浜名湖今切口導流堤周辺の地形 (宇多, 1997) を示すが、導流堤両側では汀線が張り出しているのに対して河道内の水深は大きい。このような導流堤周辺の海浜変形を想定してこの手法を応用した。

計算は、長さ 600 m、勾配 1/50 のモデル海浜を対象とした。河口中央を切る測線上の 3 m~0 m に吸い込み点を矩形分布で設定する。一方で湧き出し点を -1 m~-6 m に沖向きに減じる三角形分布で設定した。種々の計算条件は表-1 により設定した。

図-4(a) は計算結果である。汀線近くでは凹状の等深線が、沖合では凸状の等深線が形成される。この時の漂砂フラックスは図-4(b) となる。凹凸を有する等深線は動的平衡状態にある。図-5(a) は、図-4(a) の平衡地

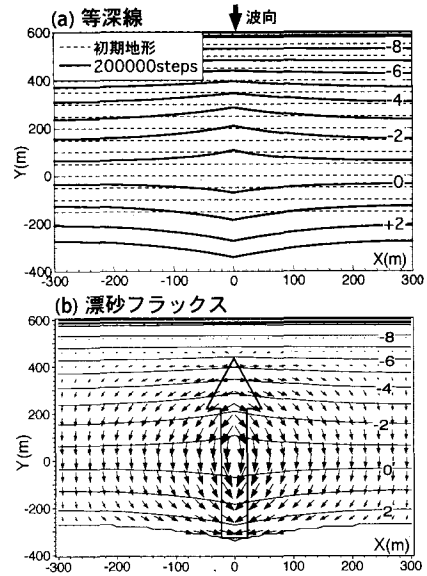


図-4 河川流による動的安定地形

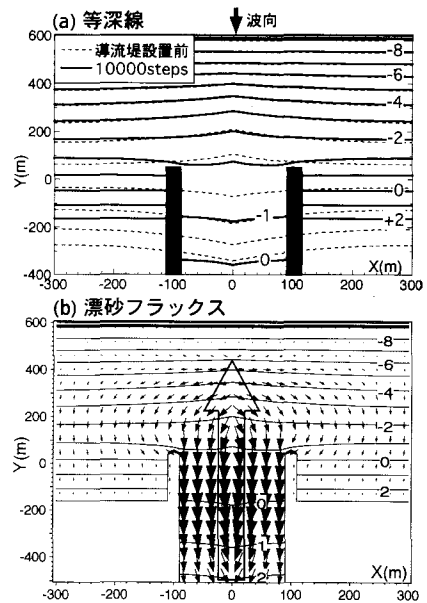


図-5 導流堤設置による地形変化

形に流入する河川の河口を挟んで、間隔を 200 m 開けて平行導流堤を設置した場合の計算結果、図-5(b) はフラックス分布を示すが、河口部から沖向きに運ばれた砂は両側へと振り分けられる。導流堤があるために、導流堤の外側へと運ばれた砂は河道内へと戻ることができず、両側の海浜に堆積する。導流堤の有無で地形変化量の差を求めたのが図-6 であるが、導流堤の設置は河口内の水深を増大させる結果を招くことが分かる。これは図-3 の特徴をうまく説明している。

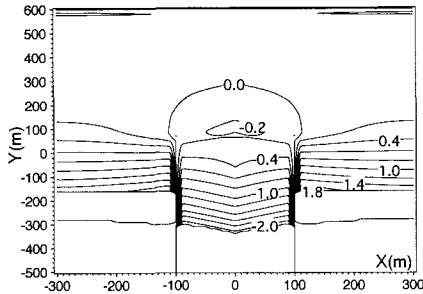


図-6 導流堤の有無による水深変化量

表-1 等深線変化モデルの計算条件

計算ケース	ケース1：河川流による動的安定地形 ケース2：ケース1に突堤を設置した場合の地形変化 ケース3：パー・トラフの複数の離岸流による深堀れ
初期地形	ケース1, 3：直線平行等深線地形 (勾配 1/50) ケース2：ケース1の計算結果
入射波条件	・碎波波高 $H_b=2$ m (ケース1, 2), $H_b=2.1$ m (ケース3) ・入射波向 $\alpha_s=0$ deg
地形変化の水深範囲	・地形変化の限界水深 $h_c=9$ m, パーム高 $h_p=3$ m
漂砂量係数	・沿岸漂砂量係数 $K_a=0.2$, 岸沖漂砂量係数 $K_r=0.2 K_a$
沿岸・岸沖漂砂の水深分布	一様分布
平衡勾配	$\tan \beta_c=1/50$
土砂落ち込みの限界勾配	陸上: 1/2, 水中: 1/3
計算メッシュ	沿岸方向 $\Delta x=10$ m, 鉛直方向 $\Delta z=1$ m
計算時間間隔 Δt	$\Delta t=0.2$ hr
境界条件	左右端: $q_x=0$, 岸沖端: $q_r=0$
湧き出し点・吸い込み点	○ケース1, 2：河道中央測線上で、+3~0 m 等深線に矩形分布の吸い込み点 (各点に $S=-50205$), -1~-6 m に冲向きに減じる三角形分布の湧き出し点 ($S=+60000 \sim +10000$) ○ケース3：パーの3つのギャップ (離岸流発生箇所) の測線上で、-2 m に吸い込み点 (-50000), -4 m に湧き出し点 ($S=+50000$) ※吸い込み量・湧き出し量 S の単位は $m^3/m/year$

図-7(a) は離岸流による等深線変化予測への応用例である。パー・トラフのある場合の地形を想定し、複数並んだ離岸流が発生している場合の結果である。計算条件を表-1に示す。離岸流は碎波線の岸側から沖へと突き抜けて流れるとした。吸い込み点、湧き出し点の設定は単純化し、-3 m の等深線を碎波線と想定し、離岸流発生箇所の測線上にこの碎波線をまたいで-2 m に吸い込み点を、-4 m に湧き出し点を設けて動的安定地形を計算した。図-7(b) はフラックス分布である。離岸流発生箇所両側の漂砂フラックスは循環流を形成し、離岸流が突き抜けて流れる碎波線の岸側の等深線は岸側に湾入している。これは現地海岸でよく見られる特徴を捉えている。しかし、一方で沖側の湧き出し点を中心に等深線が沖へ著しく突出しているが、現地海岸ではここまでの突出は見られないことがほとんどである。このような点については柴崎ら (2004) に示されている。

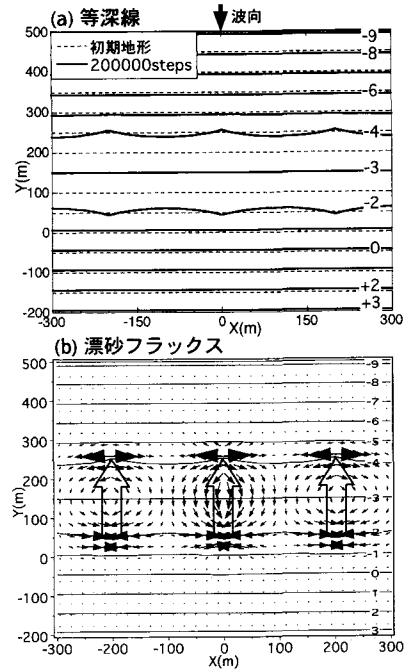


図-7 パー・トラフ地形の離岸流による動的安定地形

参考文献

- 今井 功 (1973): 「流体力学 (前編)」, 裳華房, p. 428.
 宇多高明 (1997): 「日本の海岸侵食」, 山海堂, p. 442.
 宇多高明 (2004): 「海岸侵食の実態と解決策」, 山海堂, p. 304.
 宇多高明・芹沢真澄・高橋 功 (2004a): 等深線変化モデルによるフラッシュ後の河口砂州の復元予測, 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 541-545.
 宇多高明・西隆一郎・山口慶一郎・古池 鋼・堀口敬洋 (2004b): 等深線変化モデルによる波の遮蔽域の周辺における3次元海浜変形予測, 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 431-435.
 柴崎 誠・小林昭男・宇多高明・芹沢真澄・熊田貴之 (2004): 離岸流の発生と窪みの形成・維持機構のモデル化, 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 141-145.
 清野聡子・宇多高明・高橋 功・芹沢真澄・星上幸良 (2004): 千葉県鴨川市海づくり会議での地域資料と数値計算の統合化による海浜環境変化の検討, 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 486-490.
 芹沢真澄・宇多高明・三波俊郎・古池 鋼 (2003): 等深線変化モデルの拡張による $x-y$ メッシュ上の水深変化の計算法, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 476-480.
 芹沢真澄・宇多高明・三波俊郎・古池 鋼・熊田貴之 (2002): 海浜縦断形の安定化機構を組み込んだ等深線変化モデル, 海岸工学論文集, 第49巻, pp. 496-500.
 山口柏樹 (1984): 「土質力学 (全改定) 講義と演習」, 技報堂出版, p. 414.
 山本正司・山形浩一・大森利幸・宇多高明・高橋 功・芹沢真澄 (2004): 等深線変化モデルによる離岸堤・人工リーフ群周辺の海浜変形予測, 海岸工学論文集, 第51巻, pp. 426-430.