

植生域氾濫流の基礎式と植生樹幹部の相似則

松 富 英 夫*・大沼康太郎**・今井健太郎***

津波や洪水の氾濫流のように長波近似が可能な流れを対象として、既往のものに比べて正確な植生域氾濫流の基礎式を誘導している。本基礎式は既往のものを包含しており、両者の違いが論じられている。また、氾濫流かつ樹幹部に適用が限定されるが、植生模型選定のための簡単な相似則を誘導している。具体的な樹幹部模型の検討例や模型実験を通して、本相似則の有用性を確かめている。本相似則は同じ樹種の模型を否定し、特に枝葉有りの模型に対して有用である。

1. はじめに

植生が絡んだ流れの研究が盛んに行われている。著者ら (2001, 2003) も津波対策の一つである防潮林の津波減勢効果などを明らかにするため、植生 (樹木) 模型を用いた実験的研究を行ってきた。

その際、先ず悩んだのが対象樹種をどのように模型化すればよいかということである。著者らのこれまでは、現有的実験装置に由来する制約 (縮尺) と見た目から植生模型を選択してきたと言わざるを得ない。この状況は既往の同種の実験においても同じであろうし、改善されなければならない。その一改善策として、対象の流れと樹種に応じた植生模型の相似則の誘導が考えられる。

次に悩んだのが流れの基礎式である。既往の植生域氾濫流の基礎式 (例えば、原田, 2003; 平石・岩瀬, 2003) は抗力項と慣性力項を取り入れていることを除けば、植生の存在を無視している。防潮林を津波減勢対策などに取り入れる場合、事前・事後の評価が必須で、植生の影響をより正確に表現した基礎式の誘導は重要である。

本研究は津波や洪水の氾濫流のように長波近似が可能な流れを対象として、植生域氾濫流の基礎式と黒松などの樹幹部に適用できる相似則を誘導し、既往の基礎式との比較や具体的な樹幹部模型の検討例、模型実験を通して本基礎式と相似則の有用性を確かめるものである。

2. 植生域氾濫流の基礎式

長波 (静水圧) 近似が可能な氾濫流を対象とし、簡単のため二次元 (x 軸) で議論を進める。本議論の平面二次元 (x, y) への拡張は容易である。図-1 に植生域氾濫流場のモデルと記号の定義を示す。 u は水深平均の氾濫流速、 h は浸水深、 $d(h)$ は浸水植生と同浸水深・同浸水体積 (表面積は非保存) を有する換算円柱直径、 $d_0 (= d(0))$ は植生根元の換算円柱直径、 Δx と Δy は植生 1 本当たりの植生域の長さ (x 軸方向) と幅 (y 軸方向) で

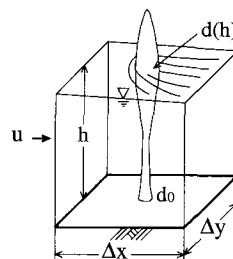


図-1 植生域氾濫流場のモデルと記号の定義

ある。

(1) 連続式

$\Delta x \Delta y$ 領域への Δt 時間における質量の流入量と流出量の差によって本領域に貯まる質量は、

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho q) \Delta x \Delta y \Delta t. \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 ρ は流体密度、 $q (= hu)$ は単位幅流量である。

一方、本領域における Δt 時間あたりの質量の変化は、

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho h \left(\Delta x \Delta y - \frac{\pi}{4} d^2 \right) \right\} \Delta t. \dots\dots\dots (2)$$

式 (1) は式 (2) の原因である。よって、式 (1) と (2) は等値で、非圧縮とすれば、連続式として次式を得る。

$$\left\{ 1 - \frac{\kappa(h)}{50} - \frac{\kappa(h)}{50} \frac{h}{d} \frac{dd}{dh} \right\} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0. \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\kappa(h) (= \pi d^2 / 4 \Delta x \Delta y)$ は植生密度 (%) で、一般に数%以下である。式 (3) には dd/dh 項がある。これまでに著者ら (2001, 2003) が実験で用いた植生模型の換算円柱直径 $d(h)$ と dd/dh の分布例を図-2 に示す。

植生が無い場合や非定常項中の植生補正項が無視できる場合、式 (3) は既往の式となる (式 (16) 参照)。

(2) 運動方程式

$\Delta x \Delta y$ 領域への Δt 時間における運動量の流入量と流出量の差によって本領域に貯まる運動量は、

$$-\frac{\partial}{\partial x}(\rho q u) \Delta x \Delta y \Delta t. \dots\dots\dots (4)$$

また、本領域への圧力による正味の力積は

* 正 会 員 工 博 秋田大学助教授 工学資源学部土木環境工学科
** 西武造園株式会社
*** 学生会員 修(工) 秋田大学大学院工学資源学研究所

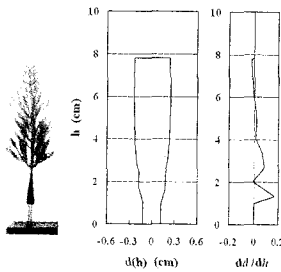


図-2 植生模型とその換算円柱直径例

$$-\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} (\rho g h^2) \Delta x \Delta y \Delta t. \quad (5)$$

ここで、 g は重力加速度である。

重力による力積は

$$-\rho \left(\Delta x \Delta y - \frac{\pi}{4} d^2 \right) i g h \Delta t. \quad (6)$$

ここで、 i は底面勾配で、上りが正である。

底面せん断応力 τ_0 による力積は

$$-\tau_0 \left(\Delta x \Delta y - \frac{\pi}{4} d^2 \right) \Delta t. \quad (7)$$

植生の抗力と慣性力による力積は

$$-\frac{1}{2} \rho C_D u |u| dh \Delta t, \quad (8)$$

$$-\frac{\pi}{4} \rho C_M d^2 h \frac{\partial u}{\partial t} \Delta t. \quad (9)$$

ここで、 C_D は抗力係数、 C_M は質量係数である。

さらに、例えば植生の揺動に伴う線形造波抵抗力（今井ら, 2003）による力積は

$$-\frac{\pi}{2} \rho \theta' dh u \Delta t. \quad (10)$$

ここで、 θ' は線形造波抵抗係数である。

以上の結果として、本領域の運動量は Δt 時間に次の量だけ変化する。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho q \left(\Delta x \Delta y - \frac{\pi}{4} d^2 \right) \right\} \Delta t. \quad (11)$$

よって、非圧縮の場合の運動方程式は次式となる。

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 - \frac{\kappa(h)}{100} \right\} \frac{\partial q}{\partial t} - \frac{\kappa(h)}{50} \frac{q}{d} \frac{dd}{dh} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial x} \\ &= - \left\{ 1 - \frac{\kappa(h)}{100} \right\} i g h - \left\{ 1 - \frac{\kappa(0)}{100} \right\} \frac{\tau_0}{\rho} - \frac{\kappa(h)}{50\pi} C_D \frac{q|q|}{dh} \\ & \quad - \frac{\kappa(h)}{100} C_M h \frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\kappa(h)}{50} \theta' \frac{q}{d}. \end{aligned} \quad (12)$$

式 (12) を次の関係式を用いて書き直す。

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{1}{h} \left(\frac{\partial q}{\partial t} - \frac{q}{h} \frac{\partial h}{\partial t} \right), \quad (13)$$

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \frac{g n_0^2}{h^{7/3}} |q|. \quad (14)$$

ここで、 n_0 は Manning の粗度係数である。そうすると、最終的な運動方程式として次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial x} = - \left\{ 1 - \frac{\kappa(h)}{100} \right\} i g h \\ & - \left\{ 1 - \frac{\kappa(0)}{100} \right\} \frac{g n_0^2}{h^{7/3}} |q| - \frac{\kappa(h)}{50\pi} C_D \frac{q|q|}{dh} + \frac{\kappa(h)}{100} C_M \frac{\partial q}{\partial t} \\ & - \frac{\kappa(h)}{50} \theta' \frac{q}{d} + \frac{\kappa(h)}{50} \left(\frac{q}{d} \frac{dd}{dh} + \frac{1}{2} C_M \frac{q}{h} \right) \frac{\partial h}{\partial t}. \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $C_M (= C_M - 1)$ は付加質量係数である。植生が無い場合や植生の存在が無視できる場合、すなわち $\kappa(h) = \kappa(0) = 0$ の場合、式 (15) は既往の浅水流方程式となる。

(3) 既往の基礎式との比較

植生域氾濫流の基礎式として原田 (2003) のものがある。連続式と運動方程式は各々次式である。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial x} = - i g h - \frac{g n_0^2}{h^{7/3}} |q| \\ & - \frac{1}{2} C_D \frac{A_0}{\Delta x \Delta y} \frac{q|q|}{h^2} - C_M \frac{V_0}{V} \frac{\partial q}{\partial t}. \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、 A_0 は植生浸水部の水平投影面積、 V は植生域における水面下の体積、 V_0 は体積 V 中の植生の体積である。本研究では、 A_0 は dh 、 V は $\Delta x \Delta y h$ 、 V_0 は $\pi d^2 h / 4$ である。よって、式 (17) は次式のように書き換えられる。

$$\begin{aligned} & \frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q^2}{h} \right) + gh \frac{\partial h}{\partial x} = - i g h - \frac{g n_0^2}{h^{7/3}} |q| \\ & - \frac{\kappa(h)}{50\pi} C_D \frac{q|q|}{dh} - \frac{\kappa(h)}{100} C_M \frac{\partial q}{\partial t}. \end{aligned} \quad (18)$$

式 (3) と (16) の違いは一目瞭然である。式 (15) と (18) の違いは式 (15) の右辺第 1 項（重力項）の植生補正項、第 2 項（底面摩擦項）の植生補正項、第 4 項（慣性力項）の係数と第 6 項である（第 5 項の線形造波抵抗力項は議論の対象外とする）。今後、これらの項のどれが実際に有効かなどを検討する必要がある。

3. 植生樹幹部の相似則

(1) 相似則

前章と同様に長波近似が可能な氾濫流を対象とする。植生に作用する氾濫流の各種流体力では抗力が支配的である（今井ら, 2003）。よって、樹幹部が一様円柱と見なせるならば、作用流体力も一様分布と考えられる。

図-3 に示すように氾濫流速を u 、浸水深を h 、樹幹部を直径 d の直円柱とすれば、単位水深あたりの抗力 p は

$$p = \frac{1}{2} \rho C_D u^2 d. \quad (19)$$

また、樹幹部は片持ち梁と見なせ、樹幹高は浸水深よ

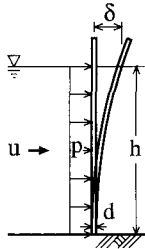


図-3 樹幹部モデルと記号の定義

り大きく、式 (19) の抗力が等分布 (C_D も一定と仮定) するならば、水面での樹幹部の水平変位 (撓み) δ は

$$\delta = \frac{ph^4}{8EI} \quad (20)$$

ここで、 E は樹幹部の曲げ弾性係数、 $I (= \pi d^4/64)$ は樹幹部の断面二次モーメントである。

式 (19) を式 (20) に代入すれば、次式を得る。

$$\frac{C_D}{16} = \frac{EI\delta}{\rho u^2 d h^4} \quad (21)$$

円柱かつ水の場合、Reynolds 数 Re が 10^3 程度を超えると、抗力係数 C_D はほぼ一定 (0.8~1.2) である。よほどの小規模な実験でない限り、 $Re > 10^3$ は満足される。よって、原型と模型の相似則として次式を得る。

$$\left(\frac{EI\delta}{\rho u^2 d h^4} \right)_p = \left(\frac{EI\delta}{\rho u^2 d h^4} \right)_m \quad (22)$$

ここで、添字 p と m は各々原型と模型を示す。樹幹部を円柱と仮定しているので、式 (22) は次式となる。

$$\left(\frac{Ed^3\delta}{\rho u^2 h^4} \right)_p = \left(\frac{Ed^3\delta}{\rho u^2 h^4} \right)_m \quad (23)$$

一般に氾濫流には次の Froude の相似則が適用される。

$$\frac{u_p}{u_m} = \sqrt{\frac{h_p}{h_m}} = \sqrt{\lambda} \quad (24)$$

ここで、 λ は原型と模型の比 (縮尺分母数) である。幾何学的な量 d と h は縮尺を統一すれば相似性が保証される。よって、式 (23) と (24) から次式を得る。

$$\frac{E_p}{E_m} = \frac{\rho_p \delta_m}{\rho_m \delta_p} \lambda^2 \quad (25)$$

水平変位 δ も幾何学的に相似とすれば、式 (25) は

$$\frac{E_p}{E_m} = \frac{\rho_p}{\rho_m} \lambda \quad (26)$$

さらに、原型と同じ流体を用いるとすれば、式 (26) は

$$\frac{E_p}{E_m} = \lambda \quad (27)$$

式 (25) ~ (27) は同じ樹種の模型を否定する。

模型密度に関する相似則がまだ得られていない。一般に円柱 (樹幹部) の自由 (固有) 振動数 f は

表-1 樹幹部模型の検討例

	原型	模型 (1/50)	模型 (1/100)	模型 (1/200)
樹高 (m)	10	0.2	0.1	0.05
樹冠幅 (m)	3	0.06	0.03	0.015
胸高直径 (m)	0.2	0.004	0.002	0.001
浸水深 (m)	7	0.14	0.07	0.035
比重	0.62	1.13	1.13	1.13
弾性係数 (kgf/cm ²)	10×10^4 (9.8 GPa)	2×10^3 (196 MPa)	1×10^3 (98 MPa)	5×10^2 (49 MPa)
流速 (m/s)	5.8	0.82	0.58	0.41
抗力 (kgf/m)	343 (3.36 kN/m)	0.137 (1.34 N/m)	0.034 (0.34 N/m)	0.0086 (0.084 N/m)
水平変位 (m)	1.31	0.026	0.013	0.0066

$$f \approx \sqrt{\frac{EI}{Ml^3}} \approx \sqrt{\frac{Ed^2}{\rho_l l^4}} \quad (28)$$

ここで、 M は樹幹部単位長さあたりの質量、 l は樹幹高、 ρ_l は樹幹部の密度である。式 (25) と (28) から、振動数または振動周期 T の相似則として次式を得る。

$$\frac{f_m}{f_p} = \frac{T_p}{T_m} = \sqrt{\frac{\rho_{tp}}{\rho_{tm}}} \sqrt{\frac{E_m}{E_p} \lambda} = \sqrt{\frac{\rho_{tp}}{\rho_{tm}}} \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_p}} \sqrt{\frac{\delta_p}{\delta_m}} \quad (29)$$

式 (29) は模型密度が大きくなると、模型の振動数が小さくなることを示す。また、Froude の相似則から、

$$\frac{T_p}{T_m} = \sqrt{\lambda} \quad (30)$$

よって、模型密度に関する相似則として次式を得る。

$$\frac{\rho_{tp}}{\rho_{tm}} \frac{\rho_m}{\rho_p} \frac{\delta_p}{\delta_m} = \lambda \quad (31)$$

樹幹部、ひいては植生の揺動をも議論するには、式 (31) の相似則を考慮する必要がある。式 (31) は原型と同じ流体を用い、水平変位も相似とすれば、原型と同じ密度の樹幹部を用いる必要があることを示す。

式 (25) の方が式 (26) に比べて模型材料選択の自由度が大きい。しかし、枝葉が有る場合を考えると、樹幹部の撓みの大小に起因した流体力の問題が生じ (3.3) 参照)、式 (26) が推奨の相似則となる。なお、この種の模型実験では植生の揺動ばかりでなく、①植生に対する乱流 (渦) スケール、②樹冠部の相似則、③植生全体 (樹幹部+樹冠部) の相似則、などの問題も存在する。

(2) 樹幹部模型の検討例

防潮林や防砂林として利用されることが多い黒松を検討対象とする。縮尺は著者が有る実験装置の制約に由来する 1/50, 1/100 と 1/200 の 3 種類とする。原型の植生寸法と浸水深は適当に想定する。

表-1 に検討結果を示す。弾性係数は曲げに基づくもの、相似則は式 (27) を用いている。氾濫流速はこれまでの現地調査における下限の Froude 数 = 0.7 で推定しており (松富ら, 1998, 1999)、 C_D は 1.0 を採用している。

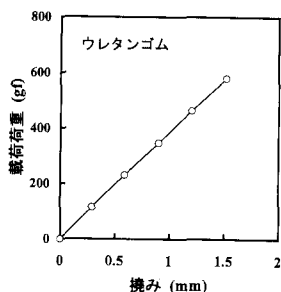


図-4 樹幹部材料の載荷荷重と撓みの関係

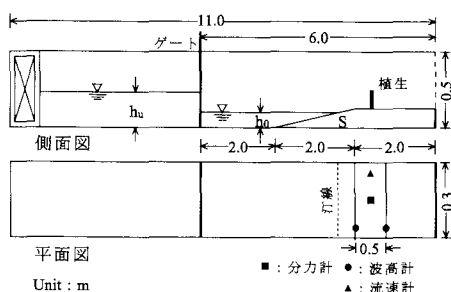


図-5 実験装置の概略と計測機器の配置

表-2 実験条件

貯水深 h_u (cm)	11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18
一様水深 h_0 (cm)	6.7
斜面勾配 S	1/26
樹高 h_H (cm)	8.5
樹幹部直径 d (cm)	0.4
縮尺 $1/\lambda$	1/200
植生模型	アクリル丸棒 : 枝葉無, 有 ウレタンゴム丸棒 : 枝葉無, 有

縮尺 1/200 の曲げ弾性係数は後述の硬度 90° のウレタンゴムのもの ($E \approx 500 \text{ kgf/cm}^2$ (49 MPa), 比重 1.13) と同程度である。これは入手や加工が容易で、本相似則は現実的である。そして、縮尺 1/200, 樹幹部にアクリル丸棒 ($E \approx 32 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2$ (3.14 GPa), 比重 1.18) を用いた著者ら (2001, 2003) の実験は不適切だったと言わざるを得ない。

現在、著者らが縮尺 1/200 の植生域氾濫実験で用いている硬度 90° のウレタンゴムの載荷荷重と撓みの関係を図-4 に示す。供試体寸法は高さ 10 mm, 幅 20 mm, 支間 100 mm で、標準的な試験法で得たものである。曲げ弾性係数は 500 kgf/cm^2 (49 MPa) 程度と評価される。

(3) 検証実験

a) 樹幹部模型

前節の検討結果に基づき、樹幹部模型として硬度 90° のウレタンゴム丸棒を用いる。比較のため、著者ら (2001, 2003) の実験におけるアクリル丸棒も用いる。

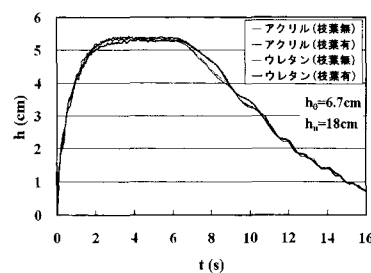
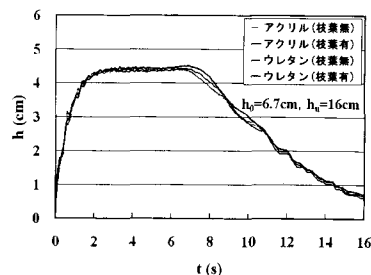
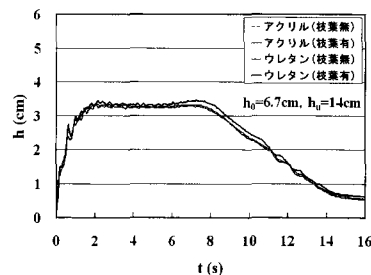
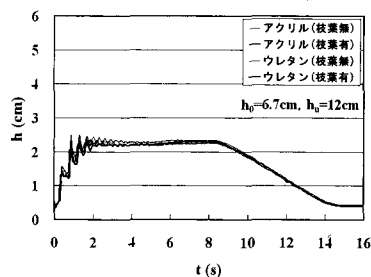


図-6 海側浸水深の経時変化例

b) 実験

氾濫流はゲート急開流れで模擬した。実験水路は貯水部が 5 m, 一様水深部, 一様勾配斜面部 (勾配 $S=1/26$), 平坦な陸上部が各々 2 m で、全長が 11 m の両面ガラス張り鋼製矩形水路である。流体力の測定には水平秤量 500 gf の四分力計を用い (松富ら, 2004), 10 Hz のローパスフィルタで高周波数成分をカットした (浸水深は除く)。実験装置の概略と計測機器の配置を図-5 に示す。

植生模型は樹幹部に既製の枝葉模型 (軟質のポリ塩化ビニール樹脂製, 空隙率約 0.7, 図-2 参照) を取り付けたものと樹幹部のみのものの計 4 種類とした。実験条件を表-2 に示す。実験は各ケース 3 回行った。

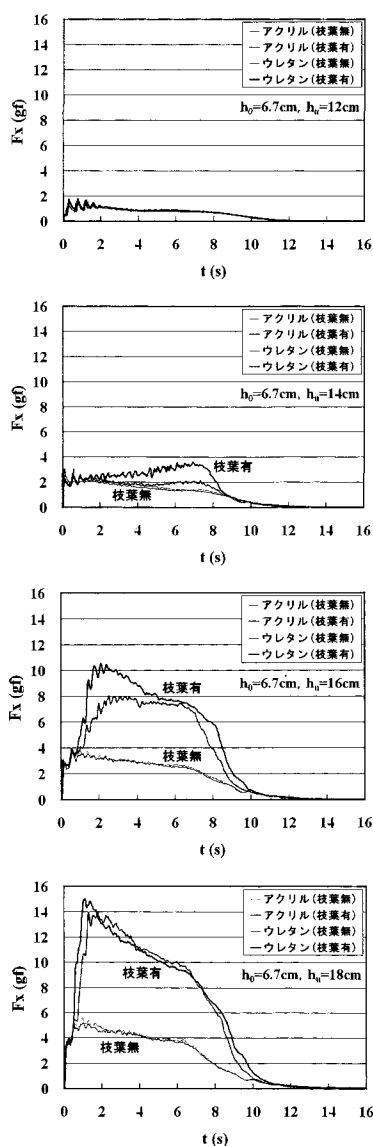


図-7 水平流体力の経時変化例

c) 浸水深と水平流体力の経時変化

海側浸水深 h と流れ方向の水平流体力 F_x の経時変化例を図-6と7に示す。実験値は何れも3回の平均である。

海側浸水深は植生模型の種類に関わらずほぼ同じである。これは、海側浸水深が植生からの反射の影響を受けていないこと、実験の再現性がよいことを示している。

$h_u = 11 \sim 13$ cm のケースは氾濫流が植生模型の枝葉部に触れない場合である。この場合は何れの植生模型もほぼ同じ水平流体力を受けている。この傾向は、枝葉無しであれば、 $h_u \geq 14$ cm のケースにおいても同じである。枝

葉無しの植生模型に対する水平流体力に関しては、樹幹部相似則を導入する意義がほとんどないと言える。

$h_u = 14$ cm のケースから氾濫流が植生模型の枝葉部に触れ始め、枝葉有り無しで水平流体力に顕著な差が現れ始める。同じ枝葉有りでも、ウレタンゴム丸棒とアクリル丸棒で水平流体力に差が生じる。これは、両者の弾性係数が異なり、樹幹部の撓み、ひいては水面下の枝葉部の量に差が生じるためと考えられる。

$h_u = 14 \sim 17$ cm のケースでは、枝葉有りのウレタンゴム丸棒とアクリル丸棒に対する水平流体力の大小関係が同傾向である。弾性係数が小さいウレタンゴム丸棒の方が大きく撓んで、水面下の枝葉部が多く、水平流体力が多い。しかし、 $h_u = 18$ cm のケースではその傾向が逆転する。このケースは植生模型全体が水没する場合で、弾性係数が大きいアクリル丸棒の方が小さく撓んで、流れ方向の水平投影面積が大きいためと考えられる。

4. おわりに

本研究で得られた主な結論は次の通りである。

① 津波や洪水の氾濫流のように長波近似が可能な流れを対象として、既往のものに比べて正確な植生域氾濫流の基礎式(3)と(15)を誘導した。

② 氾濫流かつ樹幹部に適用が限定されるが、植生模型選定のための簡単な相似則、式(26)と(31)を誘導した。

③ 具体的な樹幹部模型の検討例と模型実験から、本相似則が現実的かつ有用であることを確かめた。

④ 本相似則は同じ樹種の模型を否定し、特に枝葉有りの模型に対して有用である。

謝辞：本実験を行うにあたり本学卒研究生 神 昭平君の助力を得た。平成15年度文科省振興調整費(代表：京大教授 河田恵昭)の補助を受けた。感謝の意を表する。

参考文献

- 今井健太郎・松富英夫・高橋智幸 (2003): 津波氾濫流の植生に作用する各種流体力, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 276-280.
 原田賢治 (2003): 防潮林の津波減災効果に関する水理学的研究, 東北大学博士論文, 143 p.
 平石哲也・岩瀬浩之 (2003): 1998年バブアニューギニア津波を対象としたグリーンベルト防災の効果, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 1366-1370.
 松富英夫・飯塚秀則 (1998): 津波の陸上流速とその簡易推定法, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 361-365.
 松富英夫・他 (1999): 1998年バブアニューギニア津波の陸上での流勢と被害, 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 381-385.
 松富英夫・穂積拓哉・今井健太郎 (2001): 砂嘴植生域を越える津波の基礎水理, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 316-320.
 松富英夫・大向達也・今井健太郎 (2004): 津波氾濫流の構造物への流体力, 水工学論文集, 第48巻, pp. 559-564.