

WAM Cycle 5 のデータ同化における同化変数の選択と 評価関数に関する検討

橋 本 典 明*・松 浦 邦 明**

第三世代波浪モデル WAM Cycle 5 を改良し, 2 種類の同化変数を対象として, 評価関数および同化に用いる観測データの時空間密度を変えて, Adjoint 法によるデータ同化実験を行った。支配方程式中のパラメータを同化変数にする場合には, 背景誤差項を無視しても適切なデータ同化が可能であった。一方, スペクトル境界値を同化変数にする場合には背景誤差項を考慮する必要があるが, 同化後の推定値は観測誤差と背景誤差の比に依存する。一般に観測データの時空間密度が高いほど, データ同化による推定値の時空間変動は滑らかになる。実海域を対象とした検討では, データ同化により推算値は観測値に近づくように修正され, 推算精度は向上した。

1. はじめに

近年, 第三世代波浪推算法が実務で広く用いられるようになってきた。しかし, 実際の波浪推算においては, 未だに推算値と観測値とを照合・検討し, 推算精度が思わしくない場合には, モデルのパラメータや海上風等を試行錯誤によって修正・再計算するのが一般である。

一方, 最近では優れたデータ同化技術が開発され, 各方面で利用され始めた。しかし, データ同化による解析結果は, 同化変数の選択法や, 観測誤差項と背景誤差項とで構成される評価関数の相違, 同化するデータの時空間密度によって差異が生じる。そこで本研究では, 2 種類の同化変数を対象として幾つかの評価関数を設定してデータ同化実験を行い, 波浪推算における同化変数と評価関数の設定法について検討した。

2. データ同化手法

橋本ら (2003) は波浪場の初期条件を同化変数としてデータ同化を行った。しかし, 波浪推算の場合には初期条件の影響は時間と共に急速に小さくなるため, 初期条件を同化変数に選択することは効果が大きいとは言えない。そこで本研究では, Hersbach (1998) の ADWAM と同様に支配方程式に含まれるモデルパラメータを同化変数にする場合および小林ら (2000, 2001) と同様にスペクトル境界値を同化変数にする場合の 2 種類のデータ同化を検討した。

4 次元変分法 (Adjoint 法) は, 基礎方程式の時間発展を拘束条件として, 式 (1) で表される評価関数を最小化する同化変数の最適値を探索するものである。

$$J(x) = \frac{1}{2}(x - x^b)^t B^{-1}(x - x^b) + \frac{1}{2}(Hx - y^0)^t R^{-1}(Hx - y^0) \dots\dots\dots (1)$$

ここに, 右辺第 1 項は背景誤差項, 第 2 項は観測誤差項

で, x は n 個の成分からなる同化変数ベクトル, x^b はその第一推定値からなるベクトル, y^0 は m 個の観測値からなるベクトル, 行列 H は同化変数を観測値に対応する推定値に変換する演算子, B と R は, それぞれ背景誤差共分散行列と観測誤差共分散行列で, 第一推定値の誤差を Δx^b , 観測誤差を Δy^0 とすると, 次式で定義される。

$$B = \langle \Delta x^b (\Delta x^b)^t \rangle, \quad R = \langle \Delta y^0 (\Delta y^0)^t \rangle \dots\dots (2)$$

ここに, $\langle \rangle$ は期待値, 上付き添字 t は転置を表す。

3. モデルパラメータのデータ同化実験

(1) データ同化実験方法

Hersbach (1998) は表-1 に示す WAM Cycle 5 に含まれる 9 個のパラメータを同化変数に設定して ADWAM を開発した。ADWAM では, 同化すべきパラメータ数が少ないため, 観測誤差項のみを考慮した評価関数の最小化によりデータ同化を行っている。ここでは, ADWAM の妥当性を検討するため, データ同化に用いる観測値を意図的に変化させて同化変数の挙動を調べた。数値実験は, 図-1 に示す矩形海域を対象として, 表-2 の 2 ケースのデータ同化を行った。すなわち, 同化期間は 0 時から 12 時までの 12 時間とし, Stn. 1 における 6 時と 12 時の波高を同化した。Case 1 では真値 (196 cm) の 0.9 倍, Case 2 では 1.1 倍の波高を観測値として与えた。波浪推算条件を表-3 に示す。なお, 各パラメータの初期値は表-1 に示す WAM Cycle 5 のデフォルト値とした。

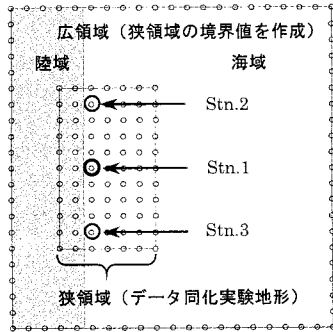
(2) データ同化実験結果

同化実験結果を表-4 に示す。Stn. 1 の同化後の波高推定値は初期値 196 cm から, Case 1 では 176 cm に, Case 2 では 216 cm に変化し, 意図的に変化させた観測値と等しくなった。図-2 はこの様に意図的に観測値を変化させた場合のデータ同化による各パラメータの変化を示している。観測値を小さくした場合と大きくした場合に対応して, Case 1 と 2 で各パラメータが対称に変化した。すなわち, 同化すべき観測値に一致する様に波浪の発達・減衰に関する各パラメータが適切に変化しており,

* 正会員 工博 (独法) 港湾空港技術研究所
** 水修 (財) 日本気象協会首都圏支社

表一 WAM Cycle 5 のモデルパラメータ

通番	変数名	初期値	関係する物理現象
1	CJONSWAP	0.038	海底摩擦によるエネルギー消散
2	NLREF	1	非線形エネルギー輸送の効率
3	DREF	0.5	エネルギー消散
4	CREF	9.4×10^{-5}	エネルギー消散
5	POWER	2	エネルギー消散
6	DBETAMA	1.2	エネルギー消散
7	DZALP	0.011	風によるエネルギー供給
8	DALPHA	0.01	風によるエネルギー供給
9	DKAPPA	0.41	風によるエネルギー供給



図一 矩形海を対象としたデータ同化実験領域

表二 モデルパラメータのデータ同化実験ケース

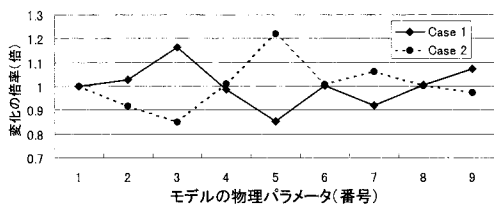
Case	観測地点	観測時刻(時)	観測時間 間隔(時間)	観測波高(cm)	
				6時	12時
1	Stn.1	6, 12	6	176	176
2	Stn.1	6, 12	6	216	216

表三 矩形海を対象とした波浪推算条件

項目	計算諸元	
	広領域	狭領域
計算領域 (格子数)	全体 21×21 海域 16×16	全体 7×11 海域 5×11
格子間隔	0.25°	
積分時間間隔	10 分	
水深	深海条件	
風場	東一様風(10 m/s)	

表四 モデルパラメータのデータ同化結果

Case	初期推定値	観測波高(cm)		最終推定値(cm)	
		6時	12時	6時	12時
1	196	176	176	176	176
2	196	216	216	216	216



図二 モデルパラメータのデータ同化による変化の比較

ADWAM の妥当性が確認できた。前述のように、モデルパラメータを同化変数に設定する場合には、同化すべき変数が少ないため、比較的少数の観測データからでも適切なデータ同化が可能であり、このような場合の推算精度向上に有効な手段であると考えられる。

4. 観測誤差と背景誤差の設定

スペクトル境界値を同化変数にする場合には、同化すべき変数が多いことから、観測誤差項のみの最小化によるデータ同化では変数を適切に特定できず、背景誤差項を含めた評価関数を設定する必要がある。そこで、波浪観測値と推算値を基に、本研究で用いる背景誤差と観測誤差の設定について検討した。検討に際しては、図-3 に示す東北～関東沿岸を対象として、表-5 に示す代表的な気象擾乱 4 例の波浪推算を行い、図-3 の NOW-PHAS 波浪観測 11 地点の観測値との誤差を検討した。波浪推算条件を表-6 に示す。

(1) 観測誤差と背景誤差の分散共分散行列の設定

本研究では、以下の仮定に基づいて背景誤差と観測誤差の分散共分散行列を設定した。

- 背景誤差は対象とする現象の時空間スケールを反映した共分散構造を有する。
- 観測誤差は地点毎、観測毎に互いに独立である。
- 背景誤差と観測誤差は互いに独立である。
- 波浪推算で推算される諸量は、地形条件や、波向特性によって方向に依存した相関特性を有すると考えられるが、観測値と波浪推算の第一推定値の差 (D 値) の相関は、概ね方向によらない分布を示すことから、 D 値の相関は“等方均質”である。

これらの仮定の下に、背景誤差の空間相関としてローレンツ型モデル、時間相関として指数関数モデルを用い、背景誤差の分散共分散 μ_{ij} を次式で与えることとした。

$$\mu_{ij} = \frac{a}{1 + br_{ij}^2} \times c^{\Delta T_{ij}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 r_{ij} は 2 点 i, j 間の距離(km)である。また、 b は誤差相関の及ぶ距離(相関距離)を決定する量で、 $r_{ij} = \sqrt{1/b}$ で共分散が半分になる。 a は背景誤差分散、 c は時間差 ΔT_{ij} に関する背景誤差共分散を表すパラメータである。

詳細は省略するが、上記 a)～d) の仮定の下では、 D 値の分散は真の背景誤差の分散と観測誤差の分散の和である。また、誤差相関を定性的に考えると、空間相関を有する背景誤差が支配的な場合には近隣の D 値の相関が大きくなるため、距離ゼロでの相関は大きく、逆に D 値が空間相関の無い観測誤差で占められていると距離ゼロでの相関は小さくなる。すなわち、統計結果において、相関部分の a が背景誤差の寄与分、残りの $1-a$ は観測誤

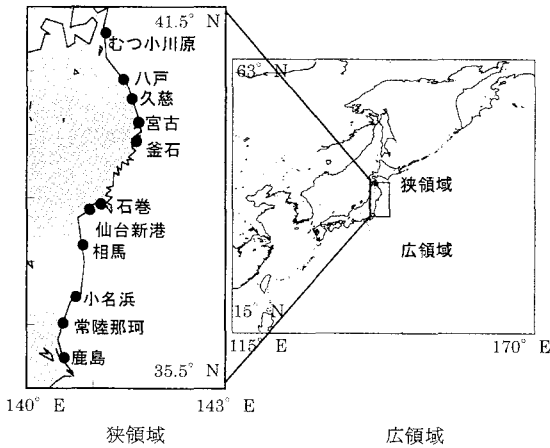


図-3 実海域を対象としたデータ同化実験領域

表-5 実海域を対象とした波浪推算ケース

Case	期間									ピーク			原因
	開始				終了								
	年	月	日	時	年	月	日	時	年	月	日		
1	2000	2	6	0	2000	2	12	0	2000	2	8	低気圧	
2	2000	3	14	0	2000	3	20	0	2000	3	16	低気圧	
3	2000	7	6	0	2000	7	11	0	2000	7	8	台風	
4	2000	8	14	0	2000	8	21	0	2000	8	17	台風	

表-6 実海域を対象とした波浪推算条件

項目	計算諸元	
	広領域	狭領域
計算領域	北緯 15.0°~63.0° 東経 115.0°~170.0°	北緯 35.5°~41.5° 東経 140.0°~143.0°
格子間隔	0.25°	
積分時間間隔	10 分	
水深	深海条件	
風場	ECMWF/TOGA の海上風データ (格子間隔 0.5°)	

差の寄与分に相当する。したがって、

$$\lambda^2 = (1-a)/a \quad (4)$$

で定義される誤差比はデータ同化における観測データの相対的な信頼度を表すものである (気象庁編, 1997)。

(2) 観測誤差と背景誤差の誤差比の検討結果

図-4 は Case 1 の推算結果から得られた同時刻の空間背景誤差と同地点の時間背景誤差の距離と時間に関する相関係数の一例を示したものである。図中の実線は式 (3) の係数 a , b , c を最小自乗法で求め、式 (3) との関係を図示したものである。表-7 は各 Case の推算結果から得られた式 (3) の係数 a , b , c およびそれらの平均値を示しており、 $\bar{a}=0.771$ で誤差比 $\lambda^2=0.406$ となる。Adjoint 法によるデータ同化では、同化変数の推定値は誤差比 λ^2 に依存する。すなわち、観測誤差の分散が背景誤差の分散の約 0.4 倍の条件で同化変数が推定されることになる。

以下の検討では、背景誤差共分散行列にローレンツ型

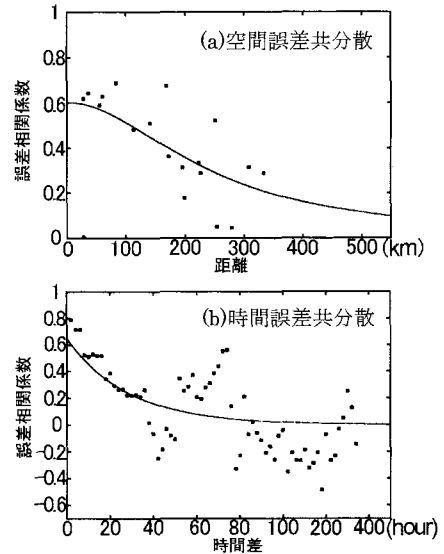


図-4 背景誤差共分散の解析例

表-7 ローレンツ型モデルのパラメータ推定値

Case	係数		
	a	b	c
1	0.602	1.71×10^{-5}	0.967
2	0.731	1.39×10^{-5}	0.986
3	0.793	1.42×10^{-5}	0.979
4	0.717	1.86×10^{-5}	0.974
全体(平均)	0.711	1.60×10^{-5}	0.976

を用いる場合には式 (3) と表-7 の平均値を用い、対角行列を用いる場合には観測誤差と背景誤差の重みを考慮し、単位行列に誤差比 λ^2 を乗じた行列を用いることとした。

5. スペクトル境界値のデータ同化実験

(1) データ同化実験方法

図-1 の狭領域におけるスペクトル境界値を同化変数として、Stn. 1 のみの 1 地点および Stn. 1~3 の 3 地点の有義波高を所与としてデータ同化を行った。波浪推算条件は表-3 と同様であるが、スペクトル境界値の変化のみに着目して検討するため風は無風とした。表-8 に実験条件を示す。ここではデータ同化に用いる観測データの数とその時間間隔および背景誤差共分散行列の種類を変えた 8 ケースの同化実験を行った。本実験では、観測地点での波高 (真値) は 156 cm であるが、データ同化に際しては同化変数であるスペクトル境界値の初期値を意図的に 0.8 倍して実験しており、観測地点における同化前の波高は 147 cm になっている。なお、背景誤差項を無視した評価関数を用いて試験的な同化実験を行ったが、

表-8 スペクトル境界値のデータ同化実験ケース

Case	観測地点	観測時刻	観測時間 間隔	背景誤差共分散 行列の種類
1	Stn. 1	12時	12	L
2a	Stn. 1	6, 12時	6	L
2b	Stn. 1	6, 12時	6	D
3	Stn. 1	4, 8, 12時	4	L
4	Stn. 1	3, 6, 9, 12時	3	L
5	Stn. 1	2, 4, 6, 8, 10, 12時	2	L
6	Stn. 1	2, 4, 6, 8, 10, 12時	2	D
7	Stn. 1, 2, 3	2, 4, 6, 8, 10, 12時	2	L
8	Stn. 1, 2, 3	2, 4, 6, 8, 10, 12時	2	D

Lはローレンツ型, Dは対角行列を示す。

その場合には収束計算が発散し、同化不可であった。

Case 1, 2a, 3, 4, 5では観測地点数は1で共通とし、同化に用いる観測データの数とその時間間隔の相違による影響を検討するための実験で、Case 2a, 2bは背景誤差共分散行列の相違による影響を検討するための実験、また、Case 5, 7および6, 8は観測地点数の相違による影響を検討するために設定した実験条件である。

(2) データ同化実験結果

図-5は表-8のCase 1~4のStn. 1の位置におけるデータ同化された波高の推算値の時系列を示したものである。各Caseともデータ同化時刻における波高の推算精度は向上しており、D値(初期推定値と観測値の差)は9 cmであったが、同化により推算値と観測値の差は1~3 cmに小さくなっている。これは4.で得られた $p^2=0.406$ から推定される変化量にほぼ対応しており、適切なデータ同化が行われたものと推察される。Case 1~4

を比較すると、データ同化に用いる観測データ数が多くなり、その時間間隔が短くなるにつれて推算値はよりスムーズに観測値に近づき、例えばCase 4では同化時刻以外の推算値も同化時刻の推算値と同じ値が推算されている。Case 2a, 2bを比較すると、両者の差は小さいものの、例えば9時の推算値ではCase 2aよりも2bの方が推算値が小さく、背景誤差共分散行列の違いによるものと思われる。

図-6a)~f)は、それぞれ6時の真の波高平面分布図、同化実験のために意図的に変化させた波高平面分布図およびCase 5~8の条件でデータ同化した波高平面分布図を示す。c), d)に見られるように、1地点のみで同化した場合には波高は同化地点近傍で局所的に変化する。一方、e), f)では3地点で同化しているが、この場合には同化地点周辺の広い範囲で波高が変化する。また、c)とd), e)とf)を比較すると、それぞれc), e)の方が変化の局所性がやや小さく、背景誤差項にローレンツ型モデルを用いて空間的な誤差の相関を考慮した影響が見られる。適切なデータ同化を行うためには、ローレンツ型モデルを用いた背景誤差共分散行列の様に非対角成分を考慮する必要があるが、多大な記憶容量と計算時間を要する原因となる。一方、背景誤差共分散行列に対角行列を用いる場合には、記憶容量と計算時間の面で経済的であり、同化に用いる観測データがある程度用意されている場合には、データ同化における収束計算も安定しており、ほぼ適切なデータ同化が可能であることから、状況に応

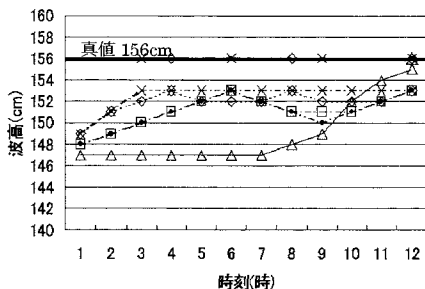
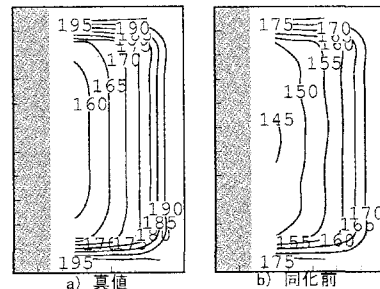


図-5 データ同化による波高時系列の変化の比較(矩形海)



a) 真値

b) 同化前

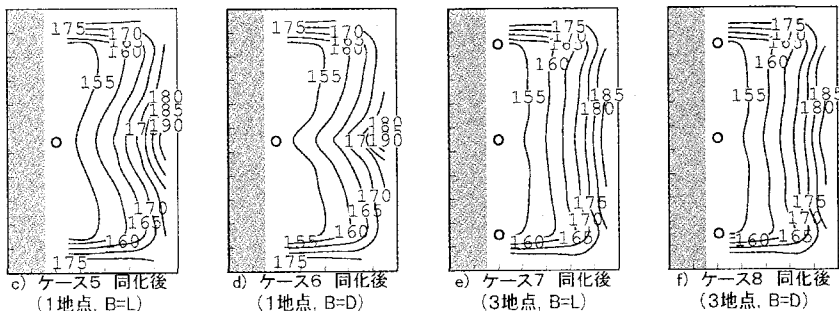
c) ケース5 同化後
(1地点, B=L)d) ケース6 同化後
(1地点, B=D)e) ケース7 同化後
(3地点, B=L)f) ケース8 同化後
(3地点, B=D)

図-6 データ同化による波高平面分布の変化の比較(矩形海)

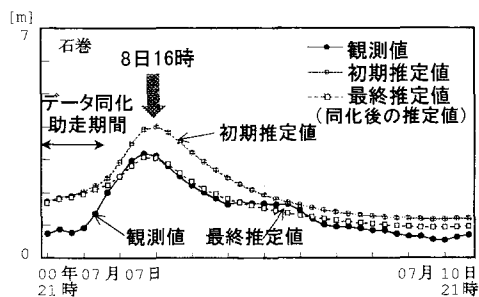


図-7 データ同化による波浪推算の精度向上の例 (石巻)

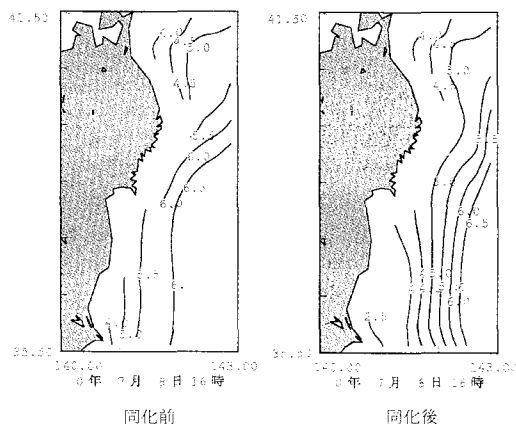


図-8 データ同化による波高平面分布の変化の比較 (実海域)

じて対角行列を用いればよいと思われる。

6. 実海域を対象としたデータ同化実験

(1) データ同化実験方法

図-3に示す東北～関東沿岸を対象として、狭領域におけるスペクトル境界値を同化変数として同化実験を行った。同化実験の検討ケースは表-5、波浪推算条件は表-6であり、NOWPHAS波浪観測11地点の有義波高を同化に用いた。この場合、観測誤差項と背景誤差項を考慮する必要があるが、背景誤差項にローレンツ型モデルを用いると記憶容量が膨大になり計算不能になることから、背景誤差項には対角行列を用いた。

(2) データ同化実験結果

図-7は同化領域中央に位置する石巻港のCase 3の波高の時系列図である。図-8は7月8日16時の波高ピーク時の波高平面分布図である。背景誤差共分散行列に対角成分のみを考慮したが、同化後の推定値は観測値に十分近づいており、波高平面分布も適切に変化していることから、データ同化が適切に行われたものと推察される。

データ同化の効果を評価するためには、 χ^2 検定が有効

表-9 データ同化の効果の評価と比較 (単位: m^2)

Case	V_b	V_a	V_{inc}
1	18.27	15.39	1.10
2	4.03	2.26	1.92
3	16.84	7.32	4.47
4	12.79	4.48	5.43

である。しかし、観測誤差そのものは未知である。そこで、以下に示す初期推定値 x_i^b (同化前の値) と観測値 y_i^o の差の自乗和 V_b 、同化後の推定値 x_i^a と観測値 y_i^o の差の自乗和 V_a および同化後の推定値 x_i^a と初期推定値 x_i^b の差の自乗和 V_{inc} (解析インクリメント) を評価指標としてデータ同化の効果を検討することとした。

$$V_b = \sum_{i=1}^n (y_i^o - x_i^b)^2 / (n-1) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$V_a = \sum_{i=1}^n (y_i^o - x_i^a)^2 / (n-1) \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$V_{inc} = \sum_{i=1}^n (x_i^a - x_i^b)^2 / (n-1) \quad \dots\dots\dots (7)$$

表-9に各Caseの V_b , V_a , V_{inc} を示す。観測値に誤差が含まれていることに注意する必要があるが、各Caseとも V_b に比べて V_a の方が小さく、同化後の推定値は初期推定値に比べて観測値に近づいている。特にCase 3, 4で V_{inc} は大きく、同化の効果が大きいことを示している。

7. おわりに

本研究では、2種類の同化変数を対象としてデータ同化実験を行った。モデルパラメータを同化変数にする場合には、同化変数が少ないため背景誤差項を考慮せずに同化可能であり、波浪モデルのパラメータ・チューニングに有効である。スペクトル境界値を同化変数にする場合は、背景誤差項を考慮する必要がある。この場合、背景誤差行列の非対角成分を適切に考慮することが望ましいが、データ同化に用いる観測データが適切に用意され、安定した収束計算が可能ならば、非対角成分を無視した対角行列の代用も有効であろう。今後、NOWPHAS観測波浪データを用いて種々の検討を行う予定である。

参考文献

- 小林智尚・足立忠行・藤岡康弘・安田孝志 (2000): データ同化を用いた波浪推算開境界条件の推定法, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 266-270.
- 小林智尚・藤岡康弘・山口幸司・足立忠行・安田孝志 (2001): データ同化による波浪推算の高精度化, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 211-215.
- 気象庁編 (1997): データ同化の現状と展望, 気象業務支援センター, 166 p.
- 橋本典明・川口浩二・松浦邦明・宇都宮好博 (2003): Adjoint WAM (Cycle 5) のデータ同化における評価関数の検討, 海岸工学論文集, 第50巻, pp. 186-190.
- Hersbach, H. (1998): Application of the adjoint of the WAM model to inverse wave modeling, J. Geophys. Res. Vol. 103, No. C5, pp. 10469-10487.