

風波の局所相似構造と飽和度を考慮したエネルギー逸散 スペクトルの評価

泉宮 尊司*・上野 晃**・石橋 邦彦***

本研究では、局所相似構造に基いたエネルギー逸散スペクトルを推定するために、風洞水槽を用いて風波の相似構造について調べている。その結果、水位変動の周波数スペクトル、乱れ強度や Reynolds 応力および乱れスペクトルにおいて相似構造が見出された。これらの結果に基いて、エネルギー逸散スペクトルのモデル化を行ったところ、そのスペクトルは方向スペクトルの $3/2$ 乗に比例し、波齢の逆数の関数となることが理論的に示された。また、平衡領域では水位のスペクトルは周波数の -4 乗則が、エネルギー逸散スペクトルは -3 乗則が成立することが示された。

1. 緒 言

波浪推算を高精度に行うためには、気流からの風波へのエネルギー供給項および碎波や乱れによるエネルギー逸散項を精度よく評価する必要がある。しかしながら、エネルギー供給項や非線形エネルギー輸送項に比べて、エネルギー逸散項に関する研究はあまり進んでおらず、Hasselman (1974) による白波碎波モデルと Phillips (1985) による擬似飽和モデルがあるに過ぎない。後者の擬似飽和モデルでは、スペクトルの平衡領域で上述の 3 項がバランスするものとして、エネルギー逸散スペクトルの評価式を得ており、それは飽和度あるいは方向スペクトルの 3 乗に比例する形となっている。しかしながら、この方向スペクトルの 3 乗に比例する関係は、非線形エネルギー輸送項が飽和度の 3 乗に比例して表されることに由来しており、その近似の妥当性が重要なポイントとなっている。また、エネルギー逸散率は、高 Reynolds 数では乱れエネルギーの $3/2$ 乗に比例することが予想されることから、もし乱れ速度が波動流成分にほぼ比例するならば、エネルギー逸散スペクトルは方向スペクトルの $3/2$ 乗に比例することが理論的に導かれる。

そこで本研究では、まず風洞水槽において風波のスペクトル特性と波動流速および乱れの特徴を調べ、その局所相似構造を明らかにする。また、非線形エネルギー輸送項が新たに定義した飽和度のどのような関数として近似されるかについて検討する共に、流速の周波数スペクトル成分の 3 乗に比例した新たなエネルギー逸散スペクトルを提案することを研究の目的とする。さらに、その逸散スペクトルから得られる平衡領域のスペクトルを算定し、実験および既存の観測結果と比較してその妥当性を検証する。

2. 風波の局所相似構造

(1) 周波数スペクトル

周波数スペクトルには平衡領域が存在し、その標準スペクトルやべき乗則が様々な研究者により提案されている。Phillips (1958) は、平衡領域の波が碎波によって支配されると考え、その支配パラメタが重力加速度 g であることから、次元解析により周波数 f の -5 乗則を提案した。一方、Kitaigorodskii (1962) は、乱流理論における Kolmogoroff スペクトルの誘導と同様な考えに基づき、次の f^{-4} 則を導いている。

$$S(f) = \alpha g u^* f^{-4} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $S(f)$ は周波数スペクトル、 u^* は海面における摩擦速度、 g は重力加速度、および α は比例係数である。Toba (1973) は、摩擦速度と重力加速度で無次元化した有義波高と有義波周期の間に、いわゆる $3/2$ 乗則が成立することを見出し、その関係が成立する平衡スペクトルを求めて、式 (1) と同様な関係式を提案している。高周波数では、表面張力の影響が効いてくるので、その影響を取り入れると、

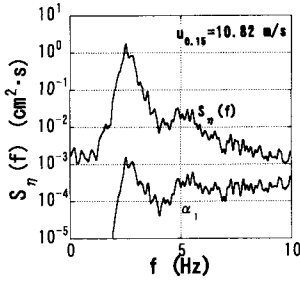
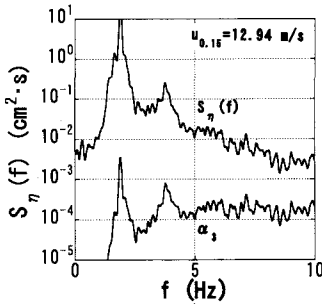
$$S(f) = \alpha_3 g u^* (1 + \Gamma k^2 / \rho_w g) f^{-4} \dots\dots\dots (2)$$

となる。ここに、 Γ は表面張力で、 ρ_w は水の密度である。

本研究では、長さ 10 m、高さ 0.8 m、幅 0.4 m の風洞実験水槽において、風波の水面波形および 3 方向流速成分をそれぞれ容量式波高計および 3 成分超音波流速計 Micro-ADV により測定した。図-1 は、測定された水面波形から求めた周波数スペクトル $S_\eta(f)$ と α_1 を示したものである。風波の非線形性がやや強く、ピーク周波数 f_p の 2 倍の周波数のエネルギーがやや大きいのが、それよりも高周波数では、風速が大きくなると α_1 の値は周波数に余り寄らず、ほぼ一定値となっていることが分る。しかしながら、より高風速の $u_{0.15} = 12.94$ m/s の場合には、比例係数 α_1 の値が周波数が大きくなるに連れて、やや増加する傾向にあった。

周波数が 10 Hz 前後以上では、表面張力の影響が効いてくるので、それを考慮した式 (2) を用いて比例係数 α_3 を算定したのが、図-2 である。この図では、高風速の

* 正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科
** (株)本間組
*** 正会員 新潟大学技術職員 工学部建設学科


図-1 周波数スペクトルと比例係数 α_1

図-2 周波数スペクトルと比例係数 α_3

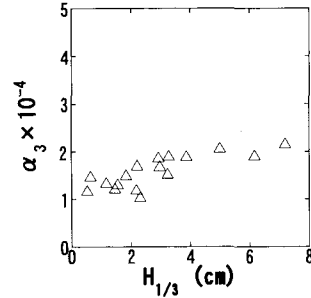
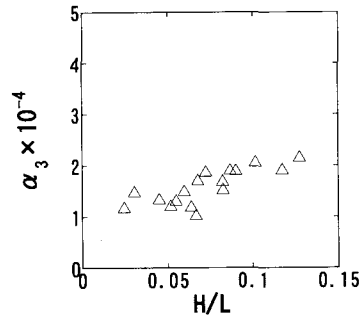
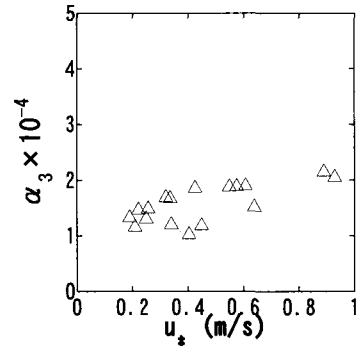
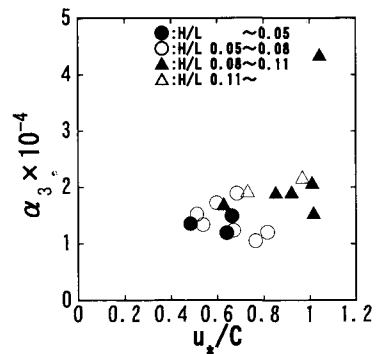
場合においても比例係数はピーク周波数 f_p の2から3倍以上の周波数でほぼ一定値となっている。このことは、この周波数以上では式(2)の平衡スペクトルに従っていることを示しており、局所的な相似性が存在していることを示唆している。

平衡スペクトルの比例係数 α の普遍性を検証するために、図-2より算定された α_3 と有義波高 $H_{1/3}$ 、波形勾配 H/L 、海面摩擦速度 u^* および波齢の逆数 u^*/C との関係調べた。図-3は、比例係数 α_3 と有義波高 $H_{1/3}$ との関係を示したものである。有義波高に関して多少増加傾向にあるが、ほぼ一定値であるとみなすことができる。

図-4から図-6は、比例係数 α_3 と波形勾配、海面摩擦速度 u^* 、および波齢の逆数 u^*/C との関係を示したものである。いずれのパラメタに関してもやや大きくなる傾向にあるが、有義波高との関係と同様に比例係数 α_3 はほぼ一定であるとみなせる。

(2) 風波下の乱れの相似構造

海面摩擦応力により、風波下には吹送流が発生し、そのshearにより乱れが発生する。また、風速が増し波形勾配がある一定の値以上になると、砕波が生じて乱れ強度がより増加する。より大きな渦径の乱れは、カスケード過程によりより小さな渦へとエネルギーが輸送され、やがて熱エネルギーとして消散される。したがって、風波下の乱れ強度は風波のエネルギー逸散を見積もる1つの重要な指標となる。


図-3 係数 α_3 と有義波高 $H_{1/3}$ との関係

図-4 係数 α_3 と波形勾配との関係

図-5 係数 α_3 と海面摩擦速度 u^* との関係

図-6 係数 α_3 と波齢の逆数 u^*/C との関係

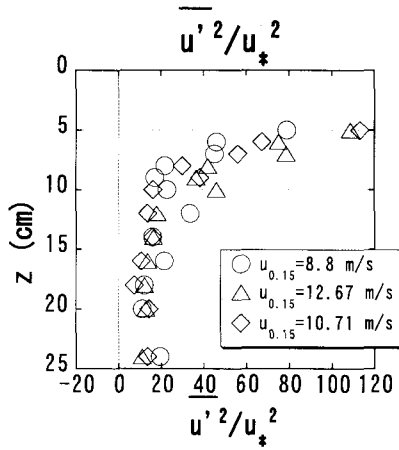
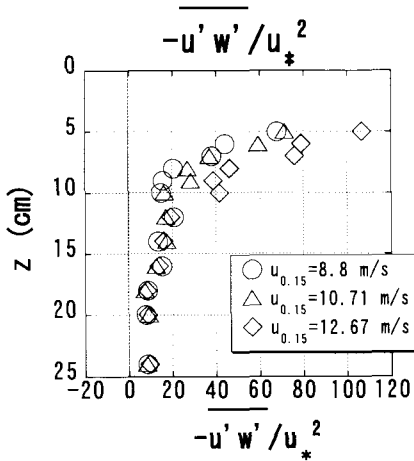
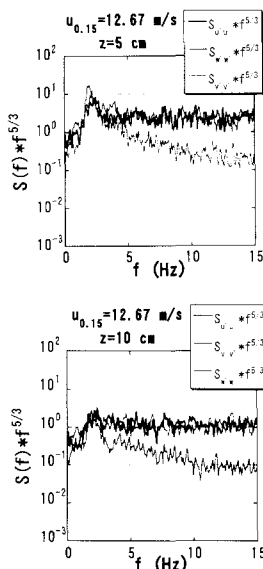
図-7 $\overline{u'^2}/u_*^2$ の鉛直分布

図-8 無次元 Reynolds 応力の鉛直分布

図-9 乱れのスペクトル $f^{5/3} S_{uu}(f)$

風波下の乱れの相似構造を調べた研究として、杉原ら (1999) および山下ら (2003) の研究があり、海面摩擦速度が重要であることを指摘している。本研究では、実験条件を追加して再度確かめると共に、乱流のスペクトルを詳しく調べることにした。

図-7 および図-8 は、摩擦速度で無次元化された乱れ強度および Reynolds 応力の鉛直分布を示している。風速が 8.5 m/s 以上のやや高風速以上になると、碎波が発生しだし、図に示すような相似分布となることが分った。これらの風速条件では、(1) で述べたようなスペクトルの平衡領域も存在することが確認されている。したがって、式 (1) で示されるような周波数スペクトルに従っているならば、乱れの局所相似構造も現れると推測される。

図-9 は、小型超音波流速計で測定した風波下の乱流のスペクトルに周波数 f の $5/3$ 乗を乗じたスペクトルを示したものである。慣性小領域では、乱れのスペクトルは f の $-5/3$ 乗則に従うので、この値が一定値となる。上図が水面から 5 cm の深さで測定したもので、下図は深さ 10 cm の結果である。両図とも、風波のピーク周波数の約 2 倍の 5 Hz 以上の領域において、 u' および w' に慣性小領域が現れていることが明確に読み取れる。ただし、風波の進行方向に対して直角方向の乱れ成分 v' の強度は小さく、 f の $-5/3$ 乗則に従っていない。

3. エネルギー逸散スペクトルのモデル化

(1) 非線形エネルギー輸送項の近似表示

平衡領域におけるエネルギーの収支を考えると、風から風波へのエネルギー供給項を $S_{in}(f, \theta)$ 、非線形エネルギー輸送項を $S_{nl}(f, \theta)$ 、エネルギー逸散スペクトルを $S_{dis}(f, \theta)$ とすると、3 者はバランスした状態にある。すなわち、

$$S_{in}(f, \theta) + S_{nl}(f, \theta) - S_{dis}(f, \theta) = 0 \dots \dots \dots (3)$$

なる関係が成立している (Phillips, 1985)。この関係式は、平衡スペクトルを算定する重要な関係式であり、この式より 2 種類のスペクトルが分れば残りのスペクトルも算定できる。

Phillips (1985) は、非線形エネルギー輸送項の大きさを次元的解析により、作用スペクトル密度 $n(k)$ の 3 乗に比例するとしている。このことにより、非線形エネルギー輸送項の大きさが飽和度 (degree of saturation) の 3 乗に比例し、エネルギー逸散スペクトルも方向スペクトル (波数スペクトル) の 3 乗に比例した結果を得ている。しかしながら、非線形エネルギー輸送量は低周波数側と高周波数側へと符号が反転し、その大きさが 0 となる周波数が存在するため、Phillips の近似値は精度が低いと考えられる。

本研究では、この項の大きさを見積もるために、Zakharov・Pushkarev (1999) による Diffusion モデルを用いることにする。このモデルは、非線形エネルギー輸送項のもつ特性である、エネルギー保存則、作用密度および運動量保存則を満たし、次式で与えられる。

$$\frac{\partial n(\mathbf{k})}{\partial t} = \frac{a}{\omega^3} \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial \omega^2} + \frac{1}{\omega^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] n(\mathbf{k})^3 \omega^{24} \dots (4)$$

ここに、 ω は角周波数、 a は定数である。深海波では

$$n(\mathbf{k}) = \frac{g^2}{2(2\pi)^5} f^{-4} S(f, \theta) \dots (5)$$

なる関係が成立するので、式(4)を方向スペクトル $S(f, \theta)$ の式に書換えると、

$$\frac{\partial S(f, \theta)}{\partial t} = Af \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial f^2} + \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \{f^4 S(f, \theta)\}^3 \dots (6)$$

ここに、 $A = a(2\pi)^9 g^4 / 4$ である。したがって、非線形エネルギー輸送項を $S_{nl}(f, \theta)$ は、次式で近似できることになる。

$$S_{nl}(f, \theta) = Af \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial f^2} + \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \{f^4 S(f, \theta)\}^3 \dots (7)$$

ここで、平衡領域の周波数スペクトル $S(f)$ を考慮して、新たな飽和度 $\phi(f, \theta)$ を次式のように定義することにする。

$$\phi(f, \theta) = \frac{f^4 S(f, \theta)}{gu^*} \dots (8)$$

この関係式を用いると、非線形エネルギー輸送項は飽和度 ϕ の 3 乗の周波数 f および方向角 θ に関する 2 階偏微分で表されることになる。

$$S_{nl}(f, \theta) = Ag u^* f \left[\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial f^2} + \frac{1}{f^2} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right] \{\phi(f, \theta)\}^3 \dots (9)$$

この結果は、単純に飽和度の 3 乗に比例するとした Phillips の近似とは大きく異なる点である。

(2) エネルギー逸散スペクトルの評価

エネルギー逸散スペクトル $S_{dis}(f, \theta)$ は、 $fS(f, \theta)$ と同じ次元を持ち、飽和度 ϕ の関数として、

$$S_{dis}(f, \theta) = Bgu^* f^{-3} F(\phi(f, \theta)) \dots (10)$$

と表すことにする。ここに、 B は比例係数であり、 $F(\phi(f, \theta))$ は飽和度の関数であることを示す。風波の局所相似性が成立し乱流速度 $\sqrt{q^2}$ が波動流速 $\sqrt{\langle u_w^2 \rangle}$ にほぼ比例するならば、エネルギー逸散率は乱流エネルギーの 3/2 乗に比例すると考えられるため、

$$\overline{q^2} \sim \langle u_w^2 \rangle \sim f^2 S(f, \theta) \dots (11)$$

なる関係が成立する。したがって、エネルギー逸散スペクトル $S_{dis}(f, \theta)$ は、飽和度の定義式(8)を用いると、

$$\{f^2 S(f, \theta)\}^{3/2} = (gu^*)^{3/2} f^{-3} \phi^{3/2} \dots (12)$$

に比例するはずである。すなわち、飽和度の関数は ϕ の 3/2 乗で表されなければならない。したがって、式(10)より

$$S_{dis}(f, \theta) = Bgu^* f^{-3} \phi^{3/2}(f, \theta) \\ = \frac{B}{(gu^*)^{1/2}} f^3 S^{3/2}(f, \theta) \dots (13)$$

ここで、気流から風波へのエネルギー供給項 $S_{in}(f, \theta)$ を考えると、WAM モデル (1988) および JWA3G モデル (磯崎・鈴木, 1999) では、それぞれ

$$S_{in}(f, \theta) = \beta \frac{\rho_a}{\rho_w} 2\pi f \left(\frac{u^*}{C} \cos \theta \right)^2 S(f, \theta) \dots (14)$$

$$S_{in}(f, \theta) = 0.408 \left(\frac{u^*}{C} - 0.018 \right)^2 f \cos(\theta_w - \theta) S(f, \theta) \\ = 0.34 \left(\frac{u^*}{C} \right)^2 f \cos(\theta_w - \theta) S(f, \theta) \dots (15)$$

が用いられている。ここに、 θ_w は風向き角であり、式(15)の上側の式は $u^*/C \leq 0.2$ で、下式は $u^*/C > 0.2$ の条件の下で与えられる。いま、風波がほぼ完全に飽和状態にあり、平衡領域では主としてエネルギー供給項とエネルギー逸散項がバランスしていると考えたと、

$$S_{in}(f, \theta) \sim S_{dis}(f, \theta) \dots (16)$$

となり、WAM モデルの場合、平衡方向スペクトルは

$$S(f, \theta) = (2\pi)^2 \left(\frac{\beta}{B} \right)^2 \left(\frac{\rho_a}{\rho_w} \right)^2 \left(\frac{u^*}{C} \right)^4 \cos^4 \theta g u^* f^{-4} \dots (17)$$

となる。また、JWA3G モデルの $u^*/C > 0.2$ では、

$$S(f, \theta) = \left(\frac{0.34}{B} \right)^2 \left(\frac{u^*}{C} \right)^4 \cos^2(\theta_w - \theta) g u^* f^{-4} \dots (18)$$

これらの関係式を θ で積分し、式(1)および式(2)と比較することにより、比例係数 B の値が求められる。風洞実験の場合、 α の値がやや大きくなることを考慮し、 $\alpha_1 = \alpha_3 = 10^{-4}$ とすると、エネルギー逸散スペクトル $S_{dis}(f, \theta)$ は、JWA3G モデルの $u^*/C > 0.2$ では、 $B = 24.0(u^*/C)^2$ となり、

$$S_{dis}(f, \theta) = \frac{24}{(gu^*)^{1/2}} \left(\frac{u^*}{C} \right)^2 f^3 S^{3/2}(f, \theta) \dots (19)$$

また、 $u^*/C \leq 0.2$ では、 $B = 28.8(u^*/C - 0.018)^2$ で

$$S_{dis}(f, \theta) = \frac{28.8}{(gu^*)^{1/2}} \left(\frac{u^*}{C} - 0.018 \right)^2 f^3 S^{3/2}(f, \theta) \dots (20)$$

となる。これらの式を見てわかるように、エネルギー逸散スペクトルは、波齢の逆数 u^*/C の関数であり、波齢が小さいほど相対的にエネルギー逸散が大きいことを示している。なお、式(17)および式(18)に B の値を代入し、 θ で積分すれば、式(1)平衡領域のスペクトルが容易に得られる。

(3) 平衡領域におけるエネルギー逸散スペクトル

平衡領域における方向スペクトルが、式 (18) で与えられることから、エネルギー逸散スペクトルは、 $u^*/C > 0.2$ では、 $D_1 = 6.79 \times 10^{-5}$ で

$$S_{dis}(f, \theta) = D_1(gu^*) \left(\frac{u^*}{C} \right)^2 \cos^3(\theta_w - \theta) f^{-3} \dots (21)$$

となる。また、 $u^*/C \leq 0.2$ では、 $D_2 = 8.15 \times 10^{-5}$ で

$$S_{dis}(f, \theta) = D_2(gu^*) \left(\frac{u^*}{C} - 0.018 \right)^2 \cos^3(\theta_w - \theta) f^{-3} \dots (22)$$

と表される。上式から分るように、平衡領域におけるエネルギー逸散スペクトルは、周波数 f の -3 乗に比例すること、および乱れ強度の代表速度である海面摩擦速度 u^* の 3 乗に比例していることである。また、そのエネルギー逸散は波齢の逆数の関数であり、波浪の特性だけでなく、気流との干渉効果が入り込められていることが本モデルの最大の特徴である。

なお、より厳密に平衡領域における方向スペクトル等を求めるためには、式 (7) で表される非線形エネルギー輸送項を取り入れた式 (3) に基づく非線形偏微分方程式を解かなければならないが、それについては今後の課題としたい。

4. 結 語

本研究では、風洞水槽を用いて風波の局所相似構造について調べ、それをもとに新たな飽和度を導入してエネルギー逸散スペクトルを推定した。その結果、以下の事柄が明らかとなった。

(1) 風波の周波数スペクトルは、平衡領域が存在し、 $S(f) = agu^* f^{-4}$ でほぼ表されることが分った。比例係数の a の値は、 10^{-4} のオーダーのほぼ一定の値となるが、海面摩擦速度 u^* 、波形勾配や波齢の逆数との関係も調べた結果、これらのパラメタに対してやや増加傾向が認められた。

(2) 風波下の乱れ強度は、海面摩擦速度を用いて無次元化することにより、その鉛直分布がほぼ相似形となることから、摩擦速度が乱れ強度およびエネルギー逸散に重要な役割を果たしていることが示唆された。

(3) 非線形エネルギー輸送項の大きさは、Zakharov

らの diffusion 近似を用いることにより評価され、新たに定義した飽和度の 3 乗に比例するのではなく、その 3 乗の周波数 f および方向角 θ に関する 2 階微分値で表されることから、Phillips の近似は正確ではないことが示された。

(4) エネルギー逸散率が流速成分の 3 乗に比例するという仮定の下に、飽和度を用いてエネルギー逸散スペクトルを評価したところ、方向スペクトルの 3/2 乗に比例し、波齢の逆数の関数として表されることが示された。

(5) 平衡領域におけるエネルギー逸散スペクトルは、周波数の -3 乗および海面摩擦速度の 3 乗に比例し、波齢の逆数の関数となることが理論的に示された。

なお、本研究は平成 15 年度日本学術振興会科学研究費基盤研究 C (2) の補助を受けたことを付記し、謝意を表す。

参 考 文 献

- 磯崎一郎・鈴木 靖 (1999): 波浪の解析と予報, 東海大学出版会, p. 274.
- 杉原裕司・高崎敦彦・松永信博 (1999): 風波下における乱流境界層の構造, 海岸工学論文集, Vol. 46, pp. 96-100.
- 山下裕之・長谷部純・泉宮尊司・黄 光偉・石橋邦彦 (2003): 風波下の乱流の相似構造と乱流エネルギーの生成・逸散に関する研究, 海岸工学論文集, Vol. 50, pp. 76-80.
- Hasselmann, K. (1974): On the spectral dissipation of ocean waves due to whitecapping, Boundary Layer Meteorology, Vol. 6, pp. 107-127.
- Kitaigorodskii, S. A. (1962): Application of the theory of similarity to the analysis of wind-generated wave motion as a stochastic process, Geophys. Ser. Acad. Sci., USSR, Vol. 1, pp. 105-117.
- Phillips, O. M. (1958): The Spectral equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves, J. Fluid Mechanics, Vol. 4, pp. 426-434.
- Phillips, O. M. (1985): Spectral and statistical properties of the equilibrium range in wind-generated gravity waves, J. Fluid Mechanics, Vol. 156, pp. 505-531.
- The WAMDI Group (1988): The WAM model—A third generation ocean wave prediction model, Jour. of Phys. Oceanogr., Vol. 18, pp. 1775-1810.
- Toba (1973): Local balance in the air-sea boundary processes III, On the spectrum process of wind waves, Jour. of Oceanography, Soc. Japan, Vol. 29, pp. 209-220.
- Zakharov, V. E. and A. N. Pushkarev (1999): Diffusion model of interacting gravity waves on the surface of deep fluid, Nonlinear Processes in Geophys., Vol. 6, pp. 1-10.