

気液二相流型粒子法による砕波過程の数値シミュレーション

五十里洋行*・後藤仁志**・酒井哲郎***

粒子法は、水塊の分裂・再合体を伴う複雑な水理現象に対して柔軟かつ安定した解を得ることができる手法であり、砕波解析に対する適用の検討が単相流モデルに基づいて進められてきた。しかし、巻き波型砕波が防波堤に直接衝突する際に生じる衝撃波圧の評価には、水面下に取り込まれた空気塊の圧縮性を伴う挙動の影響の適正な予測が不可欠であり、単相流解析では対応できない。そこで本研究では、孤立気泡の存在下でも安定した解が得られる改良型の気液二相流型 MPS 法を提案し、砕波・遡上過程に適用して、基本的特性を検討する。

1. 緒 言

海岸構造物の多くが設置される浅海域において、砕波が重要な水理現象であるとの認識は早くから成され、従来からそのメカニズムの解明に力が尽くされてきた。砕波帯内には急激かつ複雑な変動流速場が形成され、さらに激しい水面変化を伴うが、近年の目覚ましい解析手法及び実験手法の発展により、徐々に砕波の内部構造が明らかになりつつある。

粒子法は、計算格子を用いず、計算点が自立的に移動する Lagrange 型の手法であるため、移流項の離散化に伴う数値拡散に煩わされることがなく、飛沫の発生など複雑かつ活発な水塊分裂・再合体にも柔軟な対応が可能である。従って、粒子法は砕波のような急変流解析に対して非常に有効な手法である。これまでに粒子法が適用された砕波解析の例としては、一様勾配斜面を対象にした MPS 法による計算 (Koshizuka ら, 1998; 後藤ら, 1998), SPH による急勾配斜面の遡上過程の計算 (Monaghan・Kos, 1999), 直立壁前面の砕波とその後の飛沫の発生過程の計算 (Gotoh・Sakai, 1999; 後藤ら, 2003a) などがあるが、これらは全て単相流計算である。

砕波帯は固気液三相の混相流場であるから、その力学的な構造を検討するために気液二相流モデルが果たす役割が大きいことは言うまでもないが、実務的な問題でも気液二相流モデルの導入が必須の事項が存在する。例えば防波堤に作用する波力の評価に際しては、衝撃波圧の予測が重要な検討項目として挙げられるが、巻き波型砕波の防波堤への直接衝突の際には水面下に取り込まれた空気塊の圧縮性を伴う挙動が衝撃波圧に大きく影響する。信頼性のある衝撃波圧の予測を行うには、これまでのような単相流計算では不十分であり、気液二相を解くことへの要請は必然である。粒子法による気液混相流解析の既往の例としては、Koshizuka ら (1999) による原子炉内の水・蒸気二流体の蒸気爆発の解析がある。本研

究では、Koshizuka らの開発した気液二相流モデルに基づいて、気液二相流型数値造波水槽を開発し、砕波・遡上過程を例に基本的特性を検討する。

2. 気液二相流型粒子法

(1) 基礎式の一般形

気相・液相の連続式及び運動方程式は以下のようになる。

$$\nabla \cdot (\rho_l \mathbf{u}_l) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\nabla \cdot (\rho_a \mathbf{u}_a) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p_l + \rho_l \nu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \rho_l \mathbf{g} + \frac{\sigma \kappa \delta_{st}}{\rho_l} \mathbf{n} - \mathbf{f}_{al} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\rho_a \frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} = -\nabla p_a + \rho_a \nu_a \nabla^2 \mathbf{u}_a + \rho_a \mathbf{g} + \mathbf{f}_{al} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\mathbf{u}_m$: 流速ベクトル, p_m : 圧力, ρ_m : 流体の密度, $\mathbf{g}$: 重力加速度ベクトル, ν_m : 渦動粘性係数, $\mathbf{f}_{al}$: 気相・液相間相互作用力ベクトル, σ : 表面張力係数, κ : 水表面曲率, δ_{st} : 表面張力項に関するデルタ関数である。添字 $m=a, l$ は気相及び液相を表している。表面張力項は、後藤ら (2003b) の表面粒子判定条件で決定された水表面粒子に Nomura ら (2001) による表面張力モデルを適用して評価している。

運動方程式をさらに詳しく記述すると、

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = (-\nabla p_l + \rho_l \nu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l)_l + \delta_{al} (-\nabla p_l)_a + \rho_l \mathbf{g} + \frac{\sigma \kappa \delta_{st}}{\rho_l} \mathbf{n} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\rho_a \frac{D\mathbf{u}_a}{Dt} = (-\nabla p_a + \rho_a \nu_a \nabla^2 \mathbf{u}_a)_a + \mathbf{f}_{al,a} + \rho_a \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。 $\mathbf{f}_{al,a}$ は気相の圧力計算の際に、気液界面の液相粒子から受ける力を示している。なお、パラメータ δ_{al} については後述する。

ところで、MPS 法では、計算領域に配置された多数の粒子 (計算点) 間の相互作用として基礎式の各項が離散化されるため、計算格子を必要としない。従って、粒子 i の圧力項 (gradient) 及び粘性項 (Laplacian) は、

* 学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科 博士後期課程 都市環境工学専攻

** 正 会 員 工博 京都大学助教授 工学研究科都市環境工学専攻

*** フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻

$$-\frac{\langle \nabla p_m \rangle_i}{\rho_m} = -\frac{1}{\rho_m} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_{mj} - p_{mi}(\mathbf{r}_{ij})}{|\mathbf{r}_{ij}|^2} \cdot \mathbf{w}(|\mathbf{r}_{ij}|) \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\nu_m \langle \nabla^2 \mathbf{u}_m \rangle_i = \frac{2\nu_m D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_{mj} - \mathbf{u}_{mi}) \mathbf{w}(|\mathbf{r}_{ij}|) \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad \dots\dots\dots (9)$$

のように、粒子周囲の影響円内の他の粒子との相互作用としてモデル化される (D_0 : 次元数, λ : モデル定数, $\mathbf{r}_i$: 粒子 i の位置ベクトル)。また、移流項は粒子移動の追跡を通じて計算されるため、移流項の差分化に起因する数値拡散は生じない。粒子間相互作用が生じる範囲 (影響円) は、重み関数

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_e \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \quad \dots\dots\dots (10)$$

により規定される (Koshizuka・Oka, 1996)。また、粒子数密度は重み関数を用いて

$$n_i = \sum_{j \neq i} w(r) \quad \dots\dots\dots (11)$$

と定義される。液相粒子においては、この粒子数密度を一定値 n_0 に保つことで非圧縮性が満足される。一方、気相粒子については圧縮性を考慮して、気体の状態方程式をモデル化し、粒子数密度の基準値にのみ変動を許容する拡張を施した (Koshizuka ら, 1999)。

$$n_{oc} = n_0 + \frac{n_0}{\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial p} (p_i - p_0) \quad \dots\dots\dots (12)$$

この式を圧力の Poisson 方程式のソース項に適用する。なお、MPS 法の詳細については、越塚 (1997) による解説が有用である。

(2) 気液二相流モデル

これまでに著者らは、固液二相流型 MPS 法コードを開発して、土砂投入による水面波の発生 (後藤ら, 2002)、底泥層の存在による波浪の減衰 (後藤ら, 2001) など種々の過程に適用してきた。しかし、計算格子を用いる Euler 型の流体計算法と同様に粒子法においても、二相間に極端な密度差がある気液二相流は、固液二相流と比較して数値的に不安定であり、固液二相流モデルをそのまま気液に用いても収束解は得られない。これに関しては、MPS 法の提唱者である Koshizuka ら (1999) が気液相間のリンクを部分的に切断する巧妙な解決策を示している。図-1 に計算フローを示す。まず、陽的計算段階 (粘性項及び外力項の計算段階) においては標準型と同じように計算する。そして、圧力項計算段階では、まず重い流体 (液相) の圧力項を計算する。この際には、軽い流体 (気相) と接している部分を自由表面として境界条件を与える。このことは、式 (5) において常に $\delta_{ai} = 0$ と置くことを意味している。その後、二段階目に軽い流体

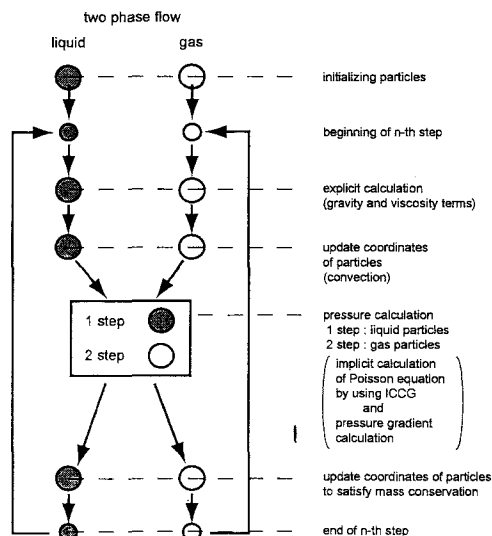


図-1 計算のフロー

の圧力項を計算するが、その際には、重い粒子を軽い粒子と同密度の固定壁と見なして計算を行う。このプロセスが式 (6) 中の $f_{ai,a}$ の計算に相当する。

この方法によって気相・液相粒子の接触に起因する数値的不安定は解消される。しかし、このモデルの問題点は、液相粒子に周囲を包囲された気相粒子が接近する液相粒子を排除することができず、圧力が極端に増大して発散を誘発することである。なぜなら、液相の表面が自由表面であることは液相粒子が気相粒子の存在を無視して動くことを意味し、また、気相粒子にとって液相粒子が固定壁であるという意味は、気相粒子に液相粒子に対しての反力が与えられていないということだからである。従って、このモデルをそのまま砕波解析に適用すれば、気相粒子が水中に混入するたびに気相粒子の圧力が急増して、計算が発散することになる。

(3) モデルの改良

そこで、著者らはこの異常接近を回避するために、条件付きで軽い粒子に重い粒子への反力を作用させる修正を加えることにした。手順は以下のようなものである。

まず、反力を与える粒子 ($\delta_{ai} = 1$) の判定条件については、軽い粒子に対して、重い粒子からの寄与のみを考慮した粒子数密度 w^{a1} (以下、標準型水粒子数密度) と階段関数型の重み関数を用いた粒子数密度 w^{a2} (以下、階段関数型水粒子数密度) を考え、どちらかの閾値を上回れば反力を与えるものとする。ただし、対象粒子の影響円内にすでに反力が与えられることが決定した軽い粒子があれば、その粒子は水粒子と同じように扱い、それぞれの密度に加算されるものとする。以上を数式で表現すると、

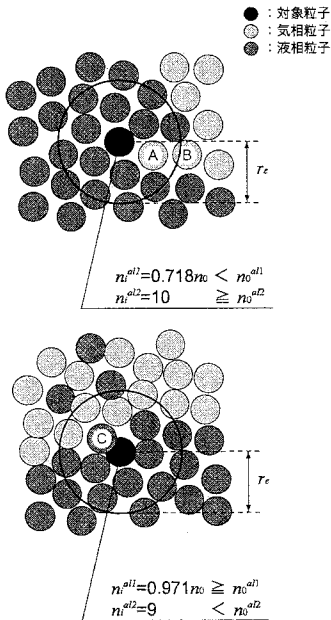


図-2 反力を与える粒子の判定

$$n_i^{a11} = \sum_{j \neq i} w^{a11}(r) \dots \dots \dots (13)$$

$$w^{a11}(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } \left\{ \begin{array}{l} r \leq r_e \\ \text{and} \\ \Xi_i = 0 \\ \text{or} \\ [\Xi_j = 1 \text{ and } \delta_{ai} = 1] \end{array} \right\} \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \dots \dots \dots (14)$$

$$n_i^{a12} = \sum_{j \neq i} w^{a12}(r) \dots \dots \dots (15)$$

$$w^{a12}(r) = \begin{cases} 1 & \text{for } \left\{ \begin{array}{l} r \leq r_e \\ \text{and} \\ \Xi_i = 0 \\ \text{or} \\ [\Xi_j = 1 \text{ and } \delta_{ai} = 1] \end{array} \right\} \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \dots \dots (16)$$

$$\delta_{ai} = \begin{cases} 1 & \text{for } (n_i^{a11} \geq \beta_a n_0 \text{ or } n_i^{a12} \geq n_0^{a12}) \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \dots \dots \dots (17)$$

となる。本研究で用いたパラメータは、 $\beta_a = 0.85$ 、 $n_0^{a12} = 10$ である。また、 $\delta_{ai} = 1$ と判定された軽い粒子に重い粒子の密度を仮に与え、重い粒子とともに圧力の Poisson 方程式を解き、その解を反力とする。気相粒子と接している液相粒子に関しては先述したように自由表面粒子とされるため、ディリクレ条件によって $p=0$ が課されるが

(越塚, 1997)、液相に反力を及ぼす気相粒子の近傍にある自由表面粒子に限って $p=0$ ではなく、前タイムステップで得られた圧力値を代入する。こうすることで、気液界面近傍における圧力勾配の急変を緩和することとなり、計算の安定性が向上する。

二種類の境界条件の併用は、互いの欠点を補うために必要である。図-2 (上) のように複数の気相粒子が隣接して水中に取り込まれると、対象粒子の標準型水粒子数密度は隣接気相粒子 A, B に阻まれて閾値に届かない。一方、図-2 (下) に示すような飛沫の着水点では、対象粒子の影響円内に式 (15) を満足するのに充分な数の液相粒子が存在しない状況の下に、単独で液相粒子 (図中の C) が接近するため、対象粒子の階段関数型水粒子数密度は閾値に達しない。従って、効果的な判定を行うためには二種類の境界条件の併用が必要となる。

3. 一様斜面上の碎波・遡上過程

(1) 計算条件

図-3 に計算領域を示す。1/10 勾配の一様勾配斜面に平坦床を接合し、その接合部から 0.2 m 沖側に造波板を設置する。長尾ら (1997) の実験装置では本計算条件よりも勾配斜面は長く、造波板もさらに沖側に設置されているが、必要な解像度と単一 CPU で扱える粒子数の関係上、実験と同一の計算領域を確保することはできないので、途中で打ち切った。ただし、入射波の条件は実験と一致させ、沖波波高 1.96 m、周期 0.777 s と設定した。なお、それぞれの粒子の物性値については、気相の密度及び粘性係数を $1.25 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ 、 $1.8 \times 10^{-5} \text{ (Pa} \cdot \text{s)}$ 、液相の密度及び粘性係数を $1.0 \times 10^3 \text{ (kg/m}^3\text{)}$ 、 $1.0 \times 10^{-3} \text{ (Pa} \cdot \text{s)}$ とした。粒子径は均一で 2.0 mm、総粒子数は約 16500 個である。

(2) 計算結果

図-4 にスナップショットを示す。気相粒子を淡色、液相粒子を濃色、そして、液相に反力を及ぼす気相粒子を白抜きで表示している。画面左から波が伝播し、右には前周期の波による戻り流れの影響が見られる ($t=1.80 \text{ s}$)。波峰が前傾して碎波し、ジェットが発生する ($t=1.89 \text{ s}$)。ジェットが着水し、水中に気相粒子が巻き込まれる

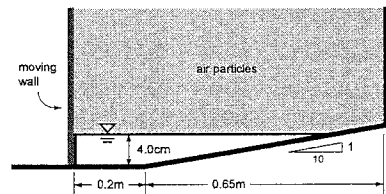


図-3 計算領域

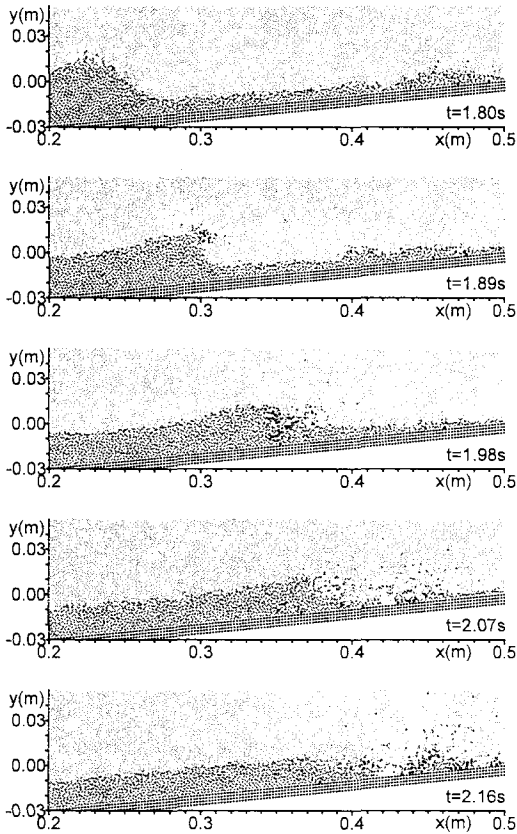


図-4 一様斜面上砕波・遡上過程

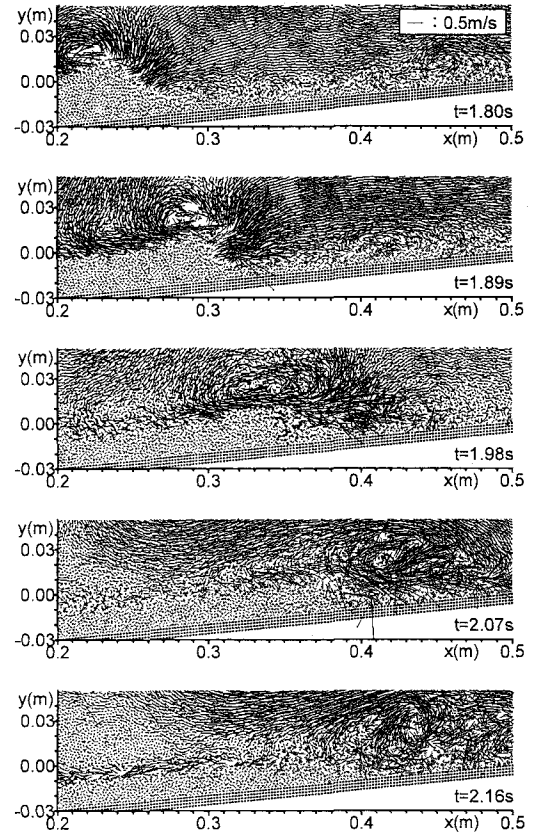


図-5 気相の流速分布

($t=1.98$ s). 着水点の岸側で飛沫が上がり、ジェットによって水中に取り込まれた気相粒子はその後徐々に浮上する ($t=2.07\sim 2.16$ s). 図-5は、図-4のスナップショットと同時刻の気流の流速をベクトル表示させたものである。砕波前 ($t=1.80$ s ~ 1.89 s)を見ると、波峰前面では、進行する波峰に押しのけられた気体が上昇し、一方背後では、波峰の進行で空いたスペースに向かって下降気流が生じており、結果として波峰上部に反時計回りの渦が形成されている。この種の気流特性は、従来の非砕波孤立波を対象とした気液二相流解析 (例えば、陸田, 2000) のものと一致している。ジェットが落下着水した瞬間 ($t=1.98$ s) では、波峰上部の半時計回りの渦はやや不鮮明となり、前方への飛沫 (孤立液相粒子) の放出に伴って波峰前面の気流場の乱れ (速度ベクトルの方向と大きさの不規則な様子) が、確認できる。図-6では、図中に示した断面での液相流速の鉛直分布を、長尾らのPIVによる計測結果から読み取ったデータと比較して示した。水平・鉛直成分 (u, v) の両者について、水面の極近傍をのぞき、良好な一致を示した。

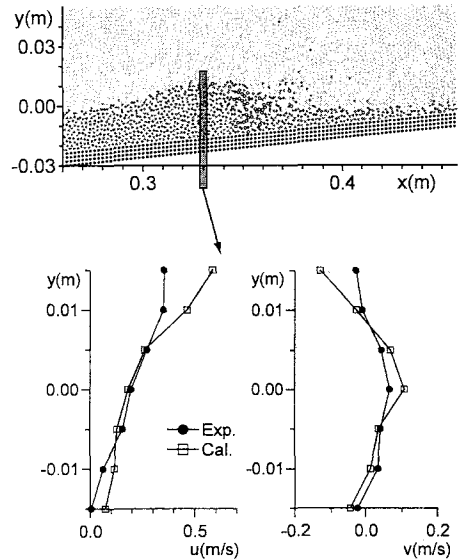


図-6 波頂部における流速分布

4. 結 語

本稿では、従来の気液二相流型 MPS 法に、気相粒子に

条件付きで液相粒子に対する反力を与える改良を加え、気相粒子が液相中に孤立しても安定な計算が持続できるモデルを提案した。このモデルを砕波・遡上過程に適用して、基本的特性を検討した結果、波の伝達に伴う気流特性については定性的に妥当な解が得られ、また、気相粒子を取り込んだ後の液相の流速についても既往の水理実験との比較から定量的に妥当な解であると確認された。

衝撃波圧解析を行うには、圧力に関する検討を行わなければならないが、これについては粒子法特有の圧力擾乱の問題を解決しなければならず、現段階の気液二相流型 MPS 法ではまだ安定した解が得られない。これに関しては、今後早急に対応を検討したい。

参 考 文 献

- 越塚誠一 (1997): 数値流体力学, インテリジェントエンジニアリングシリーズ, 培風館, p. 223.
- 後藤仁志・酒井哲郎・沖 和哉・芝原知樹 (1998): 粒子法による巻き波型砕波を伴う斜面遡上過程の数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp. 181-185.
- 後藤仁志・林 稔・酒井哲郎 (2001): 固液二相流型 MPS 法による波・底泥相互干渉の数値解析, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 1-5.
- 後藤仁志・林 稔・酒井哲郎 (2002): 固液二相流型粒子法による大規模土砂崩壊に伴う水面波の発生過程の数値解析, 土木学会論文集, 第 719 号/II-61, pp. 31-45.
- 後藤仁志・林 稔・目見田 哲・酒井哲郎 (2003a): 粒子法による直立堤前面砕波の数値シミュレーション, 土木学会論文集, 第 726 号/II-62, pp. 87-98.
- 後藤仁志・五十里洋行・八木哲生・酒井哲郎 (2003b): MPS 法による砕波解析のための自由水面境界条件の改良, 海岸工学論文集, 第 50 巻, pp. 21-25.
- 長尾昌朋・新井信一・上岡充男 (1997): PTV と PIV を組み合わせた砕波帯の流速分布測定, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 116-120.
- 陸田秀実 (2000): 大規模砕波による気液混相流体場における高精度数値計算手法の開発, 岐阜大学学位論文, 198 p.
- Gotoh, H. and Sakai, T. (1999): Lagrangian simulation of breaking waves using particle method, Coastal Eng. Jour., Vol. 41, Nos. 3&4, pp. 303-326.
- Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996): moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear Science and Engineering, Vol. 123, pp. 421-434.
- Koshizuka, S., Nobe, A. and Oka, Y. (1998): Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, Int. J. Numer. Mech. Fluids, Vol. 26, pp. 751-769.
- Koshizuka, S., Ikeda, H. and Oka, Y. (1999): Numerical analysis of fragmentation mechanisms in vapor explosions, Nuclear Engineering and Design, Vol. 189, pp. 423-433.
- Monaghan, J. J. and Kos, A. (1999): Solitary waves on a cretan beach, J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, Vol. 125, pp. 145-154.
- Nomura, K., Koshizuka, S., Oka, Y. and Obata, H. (2001): Numerical Analysis of Droplet Breakup Behavior using Particle Method, Jour. Nucl. Sci. and Tech., Vol. 38, No. 12, pp. 1057-1064.