

砕波に伴う非回転流速場から回転流速場への遷移に関する研究

渡部 靖 憲*・檜野 英之**・佐伯 浩***

この論文では、粘性、乱れを考慮した波動下の流速場の数値計算結果を回転、非回転流れに分離し、砕波に伴う非回転流速場から回転流速場への遷移について調べられている。砕波点を境に非回転運動エネルギーの一部は回転運動エネルギーへと遷移し、さらに小スケール乱れへとエネルギーを受け渡す。回転流れ中の歪み率は非回転流れのそれより非常に強く乱れ生成と密接な関係をもつため、乱れを適当に考慮した砕波モデルを考える場合にはこの回転流れの評価が重要になる。

1. はじめに

任意の流速場はヘルムホルツ分解により非回転、回転流れに分解できる。境界面極近傍を除いて非回転ポテンシャル流れとして近似し得る波動場は、砕波を通じて、大規模水平渦を中心とした回転流れへと遷移し同時に生成される乱れと共に複雑な流速場を形成する Veeramyra (2000)。一般に、乱れは統計平均量からのランダム性の逸脱として定義され、その統計的特性（コルモゴロフ則）を元にモデル化される一方、砕波に起因する大規模渦を中心とした大スケール回転流速は周期的な砕波の発生に伴ってほぼ同一の箇所（着水点近傍）に準周期的に生成され、また明らかに渦の回転方向に偏向する方向性を持つ乱れ強度をもち等方性の近似ができないため、ランダム量として定義できない。現在まで開発された多くの砕波バルクモデルは、適当な渦粘性係数を与えた乱れ量を定義し砕波前の波動場の非回転性エネルギーを減衰させるものであるが、一般に乱れは回転流れの局所歪み率に相関するため、最も強い歪み率を生じさせる回転流れを評価することなしに適切な乱れ量の算定は困難であると考えられる。すなわち、ポテンシャル流れで近似された各種波動モデルから取得できる流速勾配から算出した歪み率をパラメータとして乱れの効果を再現できる根拠は著者の知る範囲では不明であり（流速勾配自体が仮定され与えられたものである）、仮定された速度勾配に依存する渦粘性係数自体が持つ意味もよくわからない。

一方、RANS モデル (Reynolds-Averaged Navier-Stokes equation model) や LES (Large Eddy Simulation) 等の乱流モデルによる数値計算は前述のバルクモデルなしに直接砕波乱流を取り扱えるが、グリッド幅の制限や必要とされる莫大な計算コストのため、これらの実海域への適用は、現状では不可能である。

本研究は、水深積分型波動モデルに対して、乱れを適

切に評価し矛盾なく砕波流れを表現し得る砕波モデルを構築するための基礎研究として、代表的な波動モデルの一つである Boussinesq 方程式によって得られた流速と同等な非回転流れが砕波によって強制される回転流れへの遷移及び両流れ場間の運動エネルギーの受け渡しを三次元 Large Eddy Simulation (LES) による砕波流れの計算結果からの逆解析により算定し、これらの時空間変化について議論するものである。本来であれば、砕波帯では砕波によって生成された回転流速と底面近傍で発達する回転流速とが影響し合い複雑な流速場を構成すると考えられるが、本研究では底面境界層の影響を無視し砕波に起因するもののみに注目した。

2. 解析方法

非線形格子乱流応力モデルを適用した三次元 LES が回転流速の算出のために行われた。砕波帯では、生成された砕波乱流と底面で発達した乱流境界層とが相互に影響を与えるが、前述のように本研究では砕波によって生成される大規模回転流れ及び乱れのみに着目し、底面境界層の存在しない slip 底面境界条件下の砕波流れについて議論を行う。

(1) 回転流速と非回転流速

slip 条件下での LES による数値計算結果は、底面において非回転流速成分のみを表す。Nwogu (1993) が導出した Boussinesq 方程式と同様にこの非回転底面流速の鉛直軸に対するべき乗の形で非回転流れの鉛直分布を決定できる。一方、任意のベクトルはスカラーのグラディエントとベクトルのローテーションの和で表され（ヘルムホルツ分解）、これは非回転流速（速度ポテンシャルの勾配）と回転流速（ベクトルポテンシャルのローテーション）の和により任意の流速ベクトルを表現することはよく知られている。以下に LES によって得られた瞬時流速を回転及び非回転流速に分離する方法を概説する。

水面及び底面で満足すべき境界条件は

$$p=0 \quad \text{at } z=\varepsilon\eta \quad \cdots \cdots \cdots (1.a)$$

$$w=\mu^2 \frac{\partial \eta}{\partial t} + \varepsilon \mu^2 \mathbf{u} \cdot \nabla \eta \quad \text{at } z=\varepsilon\eta \quad \cdots \cdots \cdots (1.b)$$

* 正 会 員 工博 北海道大学助手 大学院工学研究科環境資源工学専攻

** 学生会員 北海道大学大学院工学研究科環境資源工学専攻

*** フェロー 工博 北海道大学教授 大学院工学研究科環境資源工学専攻

$$w = -\varepsilon \mu^2 \mathbf{u} \cdot \nabla h \quad \text{at } z = -h \quad \dots\dots\dots (1.c)$$

$$\nabla \times \mathbf{u} = 0 \quad \text{at } z = -h \quad \dots\dots\dots (1.d)$$

ここで, $u = (u, v)$; 水平面上の流速ベクトル, w : 鉛直流速, p : 圧力, η : 水位, h : 水深, $\varepsilon = a_0/h_0$, $\mu = h_0/l$ (a_0 : 代表振幅, l : 代表波長, h_0 : 代表水深) であり, 全ての変数は $a_0 \cdot h_0, l$, と密度 ρ , 重力加速度 g で無次元化されている (Nwogu 1993 参照). なお, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ である. 連続式を底面から z まで積分し, (1.c) を使うと,

$$w = -\mu^2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z v dz \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

それぞれの流速成分は次のように回転, 非回転流速に分離可能である.

$$u = u_p + u_r, \quad v = v_p + v_r, \quad w = w_p + w_r \quad \dots\dots\dots (3.a, b, c)$$

ここで, 添え字の p は非回転流速成分を, r は回転流速成分を表す. u_p を底面に関して z 方向に Taylor 展開すると

$$u_p = u_{p0} + (z+h) \frac{\partial u_{p0}}{\partial z} + \frac{1}{2} (z+h)^2 \frac{\partial^2 u_{p0}}{\partial z^2} + \dots \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで, 添え字の 0 は底面における値を示す. 底面における非回転条件 (1.d) より

$$\frac{\partial}{\partial z} u_{p0} = -\mu^2 [\nabla (u_{p0} \cdot \nabla h) + \nabla \cdot u_{p0} \nabla h] \quad \dots\dots (5)$$

と書ける. (2), (4) そして (5) より鉛直流速は底面流速をパラメータとする z のべき乗の関数形で表される.

$$w = -\mu^2 \nabla [z+h] u_{p0} + \mu^4 \nabla \cdot \left[\frac{1}{2} (z+h)^2 [\nabla (u_{p0} \cdot h) + (\nabla \cdot u_{p0}) \nabla h] \right] - \mu^2 \left(\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u_r dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z v_r dz \right) + O(\mu^6) \quad (6)$$

高次の項を省略すると (6) の右辺第一項と第二項は (3.c) の w_p に対応し, 第三項は w_r に対応する. 非回転流速の非回転条件 $\nabla \times u_p = 0$ を鉛直方向に積分すると,

$$u_p - u_{p0} = \int_{-h}^z \nabla w_p dz \quad \dots\dots\dots (7)$$

が得られ, (6) の非回転成分を代入し, μ^2 のオーダーまで保持すると次式を得ることができる.

$$u_p = u_{p0} + \mu^2 \left(\frac{h^2}{2} - \frac{z^2}{2} \right) \nabla (\nabla \cdot u_{p0}) - \mu^2 (h+z) \nabla [\nabla \cdot (h u_{p0})] + O(\mu^4) \quad \dots\dots\dots (8)$$

粘性及び乱れが考慮される数値計算においても slip 条件が課された底面においては, 必ず $u_0 = u_{p0}$ となるので, この底面流速を使って (8) により任意高さの u_p を, また (6) の非回転成分 $w_p = -\mu^2 \nabla [z+h] u_{p0} + O(\mu^4)$ を算出することが出来る. 回転流速成分は, (3) より瞬時流

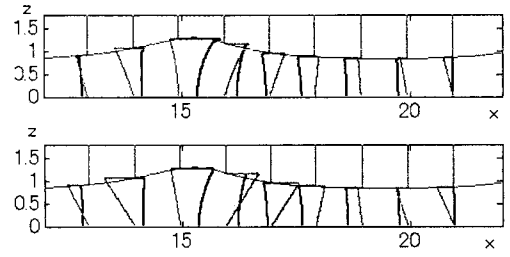


図-1 非破波条件 (case 3) に対する波動下の瞬時流速分布 (上) と非回転流速分布 (下); 黒: 水平流速; 灰色: 鉛直流速

速と非回転流速の差で表される. すなわち,

$$u_r = u - u_0 - \mu^2 \left(\frac{h^2}{2} - \frac{z^2}{2} \right) \nabla (\nabla \cdot u_0) - \mu^2 (h+z) \nabla [\nabla \cdot (h u_0)] \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$w_r = w + \mu^2 \nabla [(z+h) u_0] \quad \dots\dots\dots (10)$$

一方, LES で解像される流速 ($\bar{u}$) と乱れ成分 (u') は瞬時流速と $u = \bar{u} + u'$ の関係をもつ. また, ポテンシャル流れは乱れを生成せず, 乱れは回転流速からの逸脱で定義されるとすれば, 瞬時回転流速も同様なフィルター操作により $u_r = \bar{u}_r + u'_r$ と表すことが出来る. これらを (9) 及び (10) に代入することにより, それぞれが LES で取得されるグリッドスケール流速に対する関係とそのままだ置き換えられることがわかる.

回転, 非回転流速場に分離後の水深積分された連続式及び運動量方程式は, 境界条件 (1) を代入することにより, 以下のように書ける. なお, 紙面の関係上, 岸沖方向流速 u に関する運動量方程式のみ示す.

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_{-h}^{\eta} u_p dz + \int_{-h}^{\eta} \overline{u_p} dz \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\int_{-h}^{\eta} v_p dz + \int_{-h}^{\eta} \overline{v_p} dz \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \eta}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} u_p dz + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u_p^2 dz + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} u_p v_p dz \\ & + \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\eta} \overline{u_p} dz + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} \overline{u_p^2} dz + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} \overline{u_p v_p} dz \\ & + 2\varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} u_p \overline{u_r} dz + \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} (u_p \overline{v_r} + \overline{u_r} v_p) dz \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} p dz - p|_{-h} \frac{\partial h}{\partial x} \\ & = -\varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} R_{11} dz - \varepsilon \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} R_{12} dz + \varepsilon R_{11}|_{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ & + \varepsilon \left(R_{12}|_{\eta} \frac{\partial \eta}{\partial y} + R_{12}|_{-h} \frac{\partial h}{\partial y} \right) - \frac{\varepsilon}{\mu^2} R_{13}|_{\eta} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\eta} S_{11} dz + \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^{\eta} S_{12} dz \end{aligned}$$

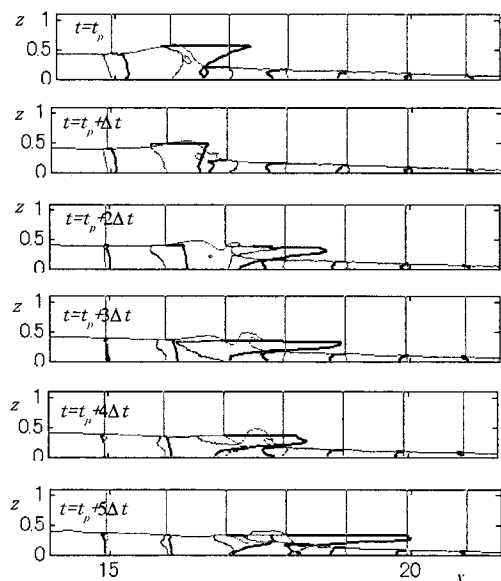


図-2 巻き波破波 (case 1) に対する瞬時流速の鉛直分布 (時間間隔: $\Delta t = T/32$, ここで T : 周期, t_p : ジェットの着水位相 黒: 水平流速, 灰: 鉛直流速)

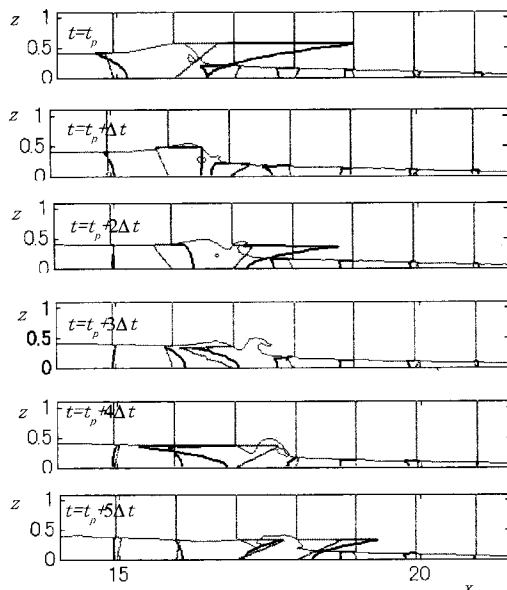


図-3 巻き波破波 (case 1) に対する非回転流速の鉛直分布 (時間間隔: $\Delta t = T/32$ 黒: 水平流速, 灰: 鉛直流速)

$$-\left(S_{11|y} \frac{\partial \eta}{\partial x} + S_{11|b} \frac{\partial h}{\partial x} + S_{12|y} \frac{\partial \eta}{\partial x} + S_{12|b} \frac{\partial h}{\partial x}\right) \cdots (12)$$

ここで, $R_{ij} = \overline{u'_i u'_j}$ と S_{ij} はそれぞれレイノルズ応力テンソル, 粘性応力テンソルである。砕波以前は, 非回転流速成分で再現可能である水面波が, 砕波と同時に多くの回転流速成分が関係する項が同オーダーで現れ, またレイノルズ応力も重要となる。

(2) Large Eddy Simulation

前述の回転流速を評価するために必要な瞬時流速は, 繰り込み群理論をベースとした非線形格子粘性モデルを適用した三次元 LES によって計算される (Watanabe・Saeki 1999)。波浪の進行方向に一樣傾度をもつ直方体の二次元水槽型の数値計算領域の一端から 2 次のクノイド波が造波される。両側壁に対して周期境界条件が課せられ, 前述したように砕波にのみ起因する乱流場を抽出するために底面には slip 境界条件が与えられる。崩れ波, 巻き波砕波となる入射波条件そしてテストケースとして非砕波条件の 3 ケースについて計算を行った (表-1 参照)。

3. 結 果

砕波前の波動下の流速場は非回転運動として特徴付けられるが, 2 (1) に示した方法でこの基本的特徴を再現できているかまず確認する必要がある。図-1 は, LES によって得られた瞬時流速と 2 (1) に従って底面流速から算出した非回転流速の鉛直分布を比較したものであ

表-1 計算及び波浪条件

	破波形態	波高/水深	周期	底面境界条件	底面勾配	
case 1	巻き波	0.45 H/h	2.7 s	slip	1 : 20	
case 2	崩れ波		1.56 s			
case 3	非破波					

る。両者は完全に一致し (すなわち, $U \equiv u_p$), それ故, 砕波前には回転流速が存在しないかあるいは殆ど無視できることを表している。よって, この結果は 2 (1) により回転, 非回転流速が正しく評価されていることを表している。

図-2 は, case 1 (巻き波) に対する着水後の瞬時水平, 鉛直流速の鉛直分布の時空間変化を示したものである。同一位相における非回転流速分布 (図-3 参照) と比較すると, 両者には絶対値及び鉛直勾配に明らかな差異が発生し, 砕波の進行と共に非回転流速による近似からの逸脱が増加しこれを補償する様に回転流速が卓越し始める。

図-4 は, 砕波後ジェットの着水直前から遷移領域に到るまでの回転流速ベクトルの遷移を表したものである。砕波直後 ($t = t_p - 4\Delta t$), 波峰部でジェットが形成されると同時に発生する回転流速はジェットの前方下向きの落下に起因し, 着水までの短時間の間に急速にその速度を増加させる。なお, この時の回転流速は Boussinesq 方程式 (Nwogu 1993) でいう μ^2 オーダーの非回転流速成分と同程度のオーダーの絶対値をもつ (式 5 及び 7 参照)。この巻き波ジェット内の回転流速は, セカンダリー

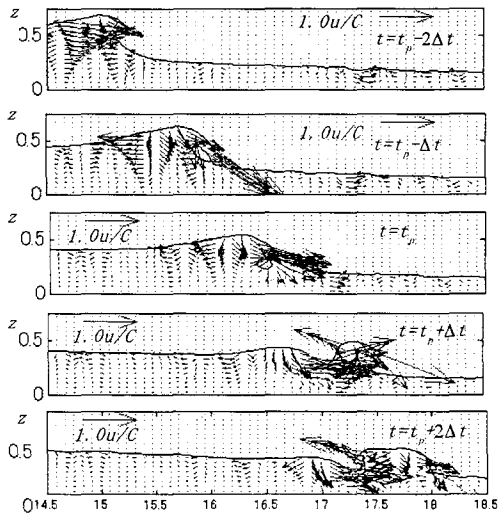


図-4 巻き波破波 (case 1) に対する波破後の回転流速ベクトル遷移 (時間間隔: $\Delta t = T/16$)

ジェットの前進行から着水点近傍に取り残され典型的な水平ローラー渦内の回転流速場を構成する。連続するジェットの着水は、次々と回転流速を生成し、砕波後次第に減少傾向をもつ非回転流速とは逆にその影響領域は増加する。しかしながら、この回転流れは局所性が強いいため、非回転流速が果たすような岸沖方向の運動量の輸送(図-2参照)を引き起こす訳ではない。砕波帯の特徴である局所的な渦運動はこの様な過程で発生する回転流れが、この渦の移流及びボアの進行には非回転流速が主として関わっている。

図-5は、前図と同一位相に対する乱れエネルギーの分布を表したものである。砕波直後の巻き波ジェット近傍、着水点からセカンダリージェットに渡る領域に有意な乱れエネルギーが分布し、図-4において強い回転流速が発生する領域と高い相関があることがわかる。この結果は、高い乱れエネルギーは、局所歪み率が顕著となる回転流速存在域に集中して発生することを意味し、図-2に見られるような弱い非回転流速勾配は乱れの生成に影響は与えないことを意味している。即ち、適切に砕波下の乱れさらにはそれに伴うエネルギー散逸を表現するためには、多くの砕波バルクモデルで採用されている非回転流速の歪み率等の情報だけでは不十分であり、回転流速場の適切な評価が重要であるといえる。

図-6は、崩れ波砕波 (case 3) に対する砕波後の回転流速ベクトルである。巻き波砕波と比べジェットのスケールが小さいため顕著な回転流速が存在する領域は小さいが、水平ローラー渦が生成される波峰部に定常的に回転流速が生成されているのがわかる。この領域では、巻き波砕波と同様に有意な乱れエネルギーが存在し、回

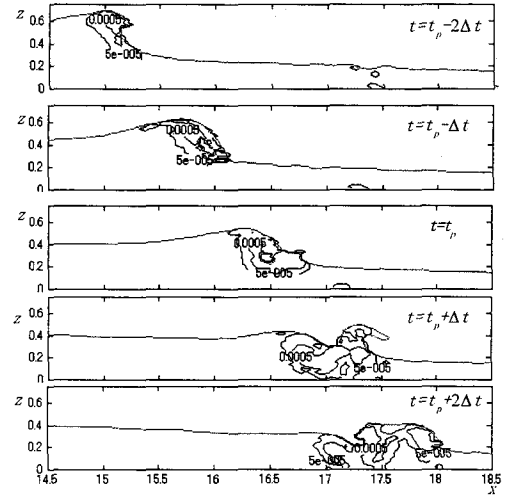


図-5 巻き波破波 (case 1) に対する波破後の無次元乱れエネルギー遷移 (時間間隔: $\Delta t = T/16$)

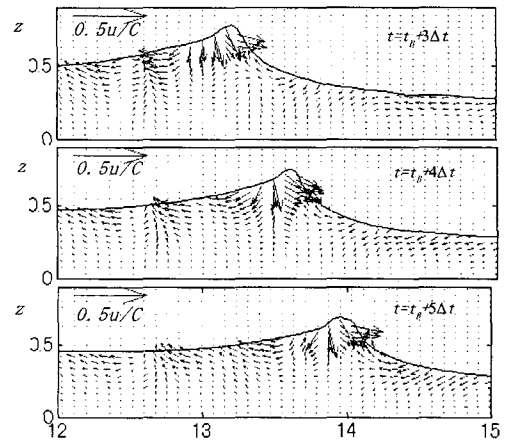


図-6 崩れ波破波 (case 2) に対する波破後の回転流速ベクトル遷移 (時間間隔: $\Delta t = T/16$, t_p : 砕波位相)

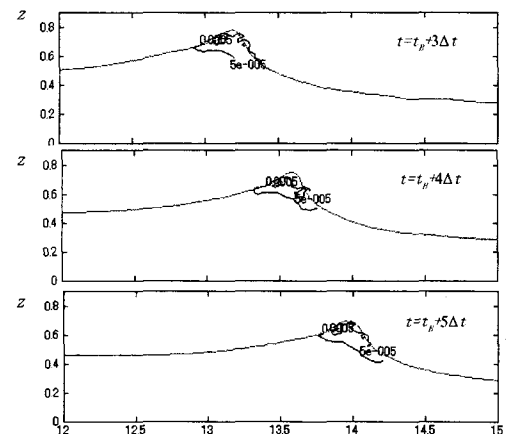


図-7 崩れ波破波 (case 2) に対する波破後の乱れエネルギー遷移 (時間間隔: $\Delta t = T/16$)

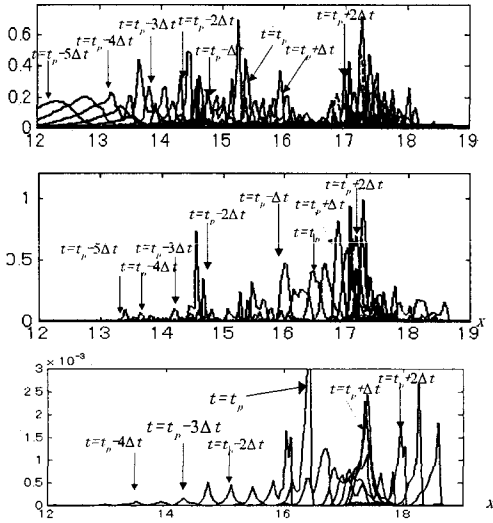


図-8 巻き波砕波に対する非回転流速運動エネルギー (u_p^2 , 上), 回転流速運動エネルギー (u_r^2 , 中), 乱れエネルギー (下), 時間間隔 $T/16$

転流速と乱れエネルギーの間には砕波形態に関係なく高い相関があるといえる。

図-8は、巻き波砕波に対する回転、非回転流速の2乗 (u_r^2 , u_p^2) 及び乱れエネルギーの水深積分量の時間変化を表したものである。これらはそれぞれの要素に対する運動エネルギーを表し、特に回転流エネルギーと乱れエネルギーは運動量方程式 (12) の主要なモデル化すべき項である。砕波前に支配的な非回転流エネルギー (u_p^2) の一部が砕波点において回転流運動エネルギー (u_r^2), さらに乱れエネルギーへと変換され、砕波過程の進行と共に回転流運動エネルギーは増加し非回転流のそれと同等なオーダーさらにそれ以上にまで発達する。回転流速は乱流ポアの形成及び大規模渦の生成に伴い局所的に変動する一方、波動性を示す非回転流は回転流れに影響を受けながらも波浪スケールの変動を維持して進行を続ける。

崩れ波砕波では、砕波後非回転流速運動エネルギーの変動は巻き波砕波と比べて小さく、非回転流速運動エネルギーの約0.1倍程度の極めて弱い回転流運動エネルギーが定常的に存在する。この時の乱れエネルギーもまた回転流同様準定常的に同レベルの値を示す。これは崩れ波砕波が非回転流から回転流そして乱れへとほぼ一定の割合でエネルギーが遷移し、スムーズにエネルギー減衰がなされていることを表す。

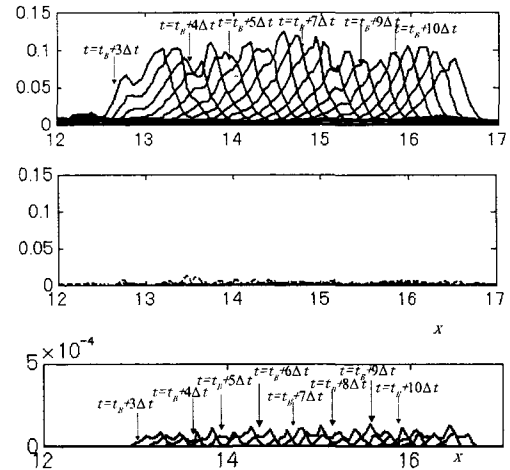


図-9 崩れ波砕波に対する非回転流速運動エネルギー (u_p^2 , 上), 回転流速運動エネルギー (u_r^2 , 中), 乱れエネルギー (下), 時間間隔 $T/16$

4. 結 論

LES による瞬時流速の数値計算結果を回転、非回転流れに分離する方法を導き、両者の運動量、エネルギーのやりとりについて調べた。

水深積分型波動モデルに対する乱れを考慮した矛盾のない砕波モデルを構築するためには、砕波前を支配する非回転流から非回転流への遷移を適切に評価する必要がある。すなわち、波浪エネルギーは砕波によりすぐに減衰するのではなくジェットを着水を通して回転流エネルギーへ遷移し、さらに回転流中の歪み場の中でさらに小スケールの乱れへと遷移したのち散逸する。この回転流は特に巻き波砕波の場合、非回転流と同等以上のエネルギーを有する可能性がある。

この回転流をモデル化するためにはさらに詳細な統計的評価を行う必要がある。

参 考 文 献

- Watanabe, Y. and H. Saeki (1999): Three-dimensional large eddy simulation of breaking waves, Coastal Eng., Vol. 41, pp. 281-301
- Nwogu, O. (1993): Alternative Form of Boussinesq Equations for Nearshore Wave Propagation, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol. 119, pp. 618-638
- Veeramony, J. and I. A. Svendsen (2000): The flow in surf-zone waves, Coastal Eng., Vol. 39, pp. 93-122