

CIP-EDEM 法による自由液面と弾性体運動連成解析

陸田 秀実*・清水 研一**・土井 康明***・福田 和宏****

本論文は、固体・気体・液体の相互作用の取り扱い、固体および流体の大変形の取り扱い、流体力による固体の弾性変形・崩壊挙動の取り扱いが可能な数値計算手法を新たに提案し、種々の固体・流体相互作用問題への適用を行ったものである。数値解法には、Euler 型の数値解法として固気液 3 相を取り扱うことが可能な CIP-CUP 法と、Lagrangian 粒子群によって構成される固体の弾性・崩壊挙動の解析が可能な拡張個別要素法 (Extended Distinct Element Method, EDEM) を組み合わせた CIP-EDEM 法を提案し、複雑な自由液面挙動と非定常流体力による固体の運動、大変形及び崩壊挙動との相互作用問題への適用性について検討を行っている。

1. はじめに

海岸・海洋工学分野において、自由液面挙動を有する固体・流体連成問題は、設計外力の評価、固体・流体の相互作用力の算定、固体・流体の大変形及び固体崩壊メカニズムを解明する上で非常に重要である。近年、複雑な固体・流体解析法の統一化に向けた取り組みが、土木系・機械系関連分野で数多く行われている。

現在、固体・流体の大変形及び複雑な移動境界を追跡する数値シミュレーションには、Lagrangian 型解法である粒子法 (例えば、Koshizuka ら, 1996) が用いられるケースが増えつつあるものの、固体・流体・気体の相互作用問題への適用には、グリッドを用いた Euler 型解法が用いられることが非常に多い。例えば、流体の複雑な気液界面の解析には、密度関数法による CIP 法 (Yabe ら, 1991) や Level-Set 法 (Sussman ら, 1994) が適用されることが多い。また、固体の大変形・分裂解析の場合、Eulerian 有限要素法 (Benson, 1992) と称する固体境界追跡コード (Hydrocode) が適用され、流体解析法を応用した固体・流体連成解析の試みがなされつつある。

しかしながら、固体・流体連成解析に Euler 型解法を用いた場合、固体境界面や気液界面の追跡において、グリッド解像度に依存した数値拡散が生じ、その結果として、異相界面がなまり、固体・流体の大変形及び固体の崩壊挙動の追跡に大きな影響を与える。そのため、様々な工夫がなされているのが現状である (例えば、Enright ら, 2002)。

本研究では、このような Euler 型解法の問題点を考慮して、固体・気体・液体の相互作用の取り扱い、固体・流体の大変形の取り扱い、流体力による固体の弾性変形・崩壊挙動の取り扱いが可能な数値計算手法を新たに

提案する。具体的には、Euler 型解法として固気液 3 相を取り扱うことが可能な CIP-CUP 法と、Lagrangian 粒子群によって構成された固体の弾性・崩壊挙動の解析が可能な拡張個別要素法 EDEM (伯野, 1997) を組み合わせた CIP-EDEM 法を提案し、複雑な自由液面挙動と非定常流体力による固体・流体の連成運動、大変形及び崩壊挙動への適用性について検討する。

2. 数値計算手法

(1) CIP-CUP 法

Yabe ら (1991) によって提案された CIP-CUP 法 (CIP-Combined Unified Procedure) に基づき、固気液 3 相の各密度関数 ϕ を定義し、全領域の解析を行う。基礎方程式は以下の連続式、Navier-Stokes 方程式、圧力方程式、状態方程式、I 相の密度関数式である。

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{1}{3} \mu \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{\partial u_j}{\partial x_j} + F_i \quad \dots (1)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad \dots (2)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + \frac{\partial (\phi_I u_j)}{\partial x_j} = 0 \quad \dots (3)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} + u_j \frac{\partial P}{\partial x_j} = - \rho C_s^2 \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad \dots (4)$$

$$P = \rho RT \quad \dots (5)$$

CIP-CUP 法は、流体場の速度・圧力の変化を特性速度ごとのフェイズに分解して扱うのが特徴である。よってまず、式 (1)～式 (4) の右辺を 0 とおき移流項のみを CIP 法を用いて解く。次に、移流後のプロファイルを用いて非移流項を解く。その際、圧力に関するポアソン方程式を導出し、共役勾配法によって圧力を求める。このようにして求まった圧力と移流後のプロファイルより非移流項を解き、1 つのタイムステップとする。なお、詳細は陸田ら (1998) を参照されたい。

* 正会員 博(工) 広島大学助教授 大学院工学研究科社会環境システム専攻

** 修(工) 本田技研工業(株)

*** 正会員 工 博 広島大学教授 大学院工学研究科社会環境システム専攻

**** 広島大学大学院工学研究科社会環境システム専攻

(2) EDEM 法

拡張個別要素法 EDEM は、粒子同士に連続性を持たせるため、2 対のバネ (要素バネと間隙バネ) を導入し、非連続体及び連続体を取り扱えるように拡張されたものである。したがって、Lagrangian 粒子群によって構成される固体の間隙ばねが破壊されていくに従って徐々に塑性化し、非連続体へと自然に遷移するモデルである。

Lagrangian 粒子群で構成される固体の接触力を評価するために、法線方向と接線方向にバネ・ダッシュポットモデルを用意し、以下に示す粒子の運動方程式を解く。

$$m \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} + \eta \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} + K \mathbf{x} = 0 \quad (6)$$

$$I \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} + \eta r^2 \frac{\partial \theta}{\partial t} + K r^2 \theta = 0 \quad (7)$$

ここで、 K は弾性係数、 η は粘性係数、 I は慣性モーメント、 r は粒子半径、 θ は要素の回転変位を表す。実際には、これらを陽的に解き、次時刻の加速度、速度、変位を逐次計算する。また、法線方向および接線方向の相対変位置、作用力 (弾性力、粘性抵抗力) も求める。

EDEM 法では、法線方向および接線方向に対して、要素バネとは独立に、もう 1 対の間隙バネとダッシュポットを配置し、2 対のバネ・ダッシュポットによって、固体粒子群の運動に連続性をもたせ、固体の運動・変形・崩壊挙動を表現している。バネ定数は固体の剛性率 G と Lamé 定数 λ に基づき算定する。また、隣り合う粒子間距離を間隙バネの自然長 βD_{ij} 、初期時刻 t における粒子間距離 L_{ij} 、材料試験によって求められる降伏係数 β (引張り強度とヤング率より決定) を用いて以下の条件式が成り立つものとする。

$$L_{ij} > \beta \cdot D_{ij} \quad (8)$$

$$L_{ij} \leq \beta \cdot D_{ij} \quad (9)$$

したがって、粒子間距離が間隙バネの自然長よりも近づいたときは反発力が働き、また自然長よりも遠ざかったときには拘束力が働く。また、間隙ばねの崩壊条件として、一度崩壊したばねについては、次時刻に式 (8) を満足しても間隙バネは作用することなく、崩壊した粒子群として式 (6)、(7) に基づき運動する。

(3) CIP-EDEM 法

ここでは、前節までに詳述した CIP-CUP 法および EDEM 法を組み合わせた CIP-EDEM 法について説明する。固体・液体・気体に対して密度関数を定義し、CIP-CUP 法を用いて固気液統一解法を行う。同時に、Lagrangian 粒子群によって表現された固体に対しては、EDEM 法を用いて運動・変形・崩壊挙動を追跡する。しかしながら、Euler 型解法で求められた固相の密度関数と Lagrangian 型解法で求められた粒子位置に若干のずれが生ずる。そこで、Koshizuka ら (1998) の考え方に

基づき、EDEM 法によって得られた固体位置に倣って、CIP-CUP 法によって得られた固相の密度関数プロファイルを修正する。その際、式 (10) に示すように、Euler 型解法で使用するグリッド内に含まれる Lagrangian 固体粒子数の密度に応じて、固相密度 ρ_{sol}^* を再定義する。

$$\rho_{sol}^* = \frac{\sum V_{dk}^{n+1}}{\Delta V_{cij}} \quad (10)$$

ここで、 V_d は粒子体積、 ΔV_c は単位格子体積、 k は格子内に含まれる粒子数を表す。

この固相の密度関数の再定義に伴って、運動量保存則を満足しないため、以下に示す補正力 $\mathbf{F}_{colc}$ を導入する。ここで、 $\mathbf{u}_c^*$ は CIP 法によるセル境界の速度、 $\mathbf{u}_d$ は EDEM 法による粒子速度を示す。

$$\mathbf{F}_{colc} = \frac{1}{2} C_D \frac{\pi d_p^2}{4} \left| \sum \frac{\mathbf{u}_{dk}^{n+1}}{k} - \mathbf{u}_c^* \right| \left(\sum \frac{\mathbf{u}_{dk}^{n+1}}{k} - \mathbf{u}_c^* \right) \quad (11)$$

ここで、 C_D は流体抗力係数、 d_p は粒子径を表す。

以下に示すように、この補正力 $\mathbf{F}_{colc}$ を CIP-CUP 法の運動方程式 (1) の右辺に加えることにより、EDEM 法から CIP-CUP 法への相互作用を考慮する。

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\frac{\nabla p}{\rho} + \frac{1}{3} \nu \nabla^2 \nabla \cdot \mathbf{u} + \nu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{k} + \mathbf{F}_{colc} \quad (12)$$

ここで、 $\mathbf{F}_{colc}$ は補正力を表す。

また、式 (13) に示すように、式 (6) の右辺に外力項 $\mathbf{F}_{colc}$ を加えることで、CIP-CUP 法から EDEM 法への相互作用を考慮する。このときの外力 $\mathbf{F}_{colc}$ は式 (12) の補正力の反作用となる。

$$\ddot{\mathbf{x}}_{it} = \frac{\mathbf{F}_{xit}}{m_i} + \mathbf{F}_{colc} \quad (13)$$

しかしながら、次時刻 $t + \Delta t$ の Lagrangian 固体粒子群の速度が求まっていないため、時刻 t の粒子の相対速度に応じた流体抵抗力を加えることとする。

本研究で提案する CIP-EDEM 法の計算アルゴリズムを図 1 に示す。まず、Lagrangian 固体粒子群の速度と個々の粒子が存在するグリッド上の流体速度によって、粒子が受ける流体力を見積もり、次時刻における Lagrangian 固体粒子の加速度、速度および位置を算出する。次いで、CIP-CUP 法によって得られた固相の密度関数を EDEM 法によって得られた固体位置に基づき修正する。この固相の密度関数プロファイルを考慮して、流体の圧力分布を求める。最後に、補正力を加えた NS 方程式の拡散項を CIP-CUP 法により解き、次時刻の速度を求める。この一連プロセスを繰り返すことで、CIP-EDEM 法による固体・流体連成解析が可能となる。

EDEM 法では Lagrangian 固体粒子の接触力を正確に見積もらなければ相互作用力を計算することができな

い。そのため、時間刻み Δt_a を小さく設定する必要がある。一方、CIP-CUP 法では流体運動において CFL 条件を満足する程度の時間刻み Δt_c で良い。そこで、計算時間の効率化を図るため、式 (14) に示すように、CIP-CUP 法によって 1 ステップ計算される間に EDEM 法では N_d ステップ計算を行うことにする。

$$\Delta t_c = N_d \Delta t_d \dots\dots\dots (14)$$

但し，EDEM 法による Lagrangian 固体粒子の運動が

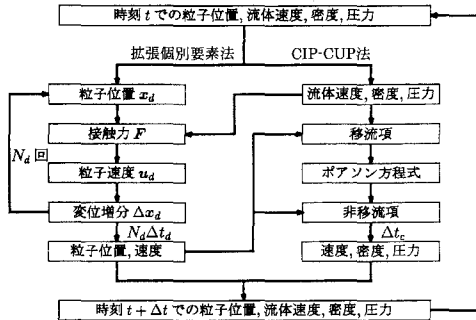


図-1 CIP-EDEM 法の数値アルゴリズム

CIP-CUP 法による流体の CFL 条件を満足する範囲内で計算を行う.

3. 数值計算結果

(1) 弾性体運動と自由液面の相互作用

図-2は、ヤング率・密度の異なる凹型弾性体と自由液面の相互作用問題に適用したものである。図より、密度 $\rho_s = 500 \text{ kg/m}^3$ の場合、水面付近の浮心位置を中心に浮体運動している。また、密度 $\rho_s = 1000 \text{ kg/m}^3$ の場合、凹部中心付近に浮心位置があるため、弾性体は半没水し、液面挙動との相互作用によって、縦フレームが大きく弾性変形している。さらに、ヤング率がやや大きい密度 $\rho_s = 1500 \text{ kg/m}^3$ の場合、弾性体のフレームは流体力によって弾性変形することなくその形を保持し、凹部に液体が浸入するとともに、水底に沈んでいく様子が分かる。

次に、物体の弾性や崩壊の基本特性を調べることを目的として、ゴムと同程度の柔らかい非常に脆い仮想の凹型弾性体（ヤング率 $E=100 \text{ N/m}^2$ ，密度 $\rho_s=1500 \text{ kg/m}^3$ ）が自由液面衝突によって崩壊する問題に適用したものを図-3に示す。物体は、水面着水時の衝撃力に

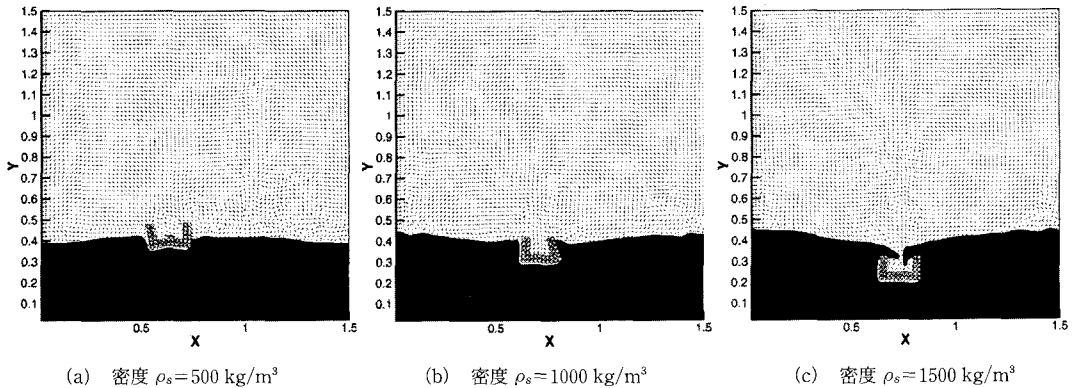


図-2 凹型弾性体運動と自由液面の相互作用

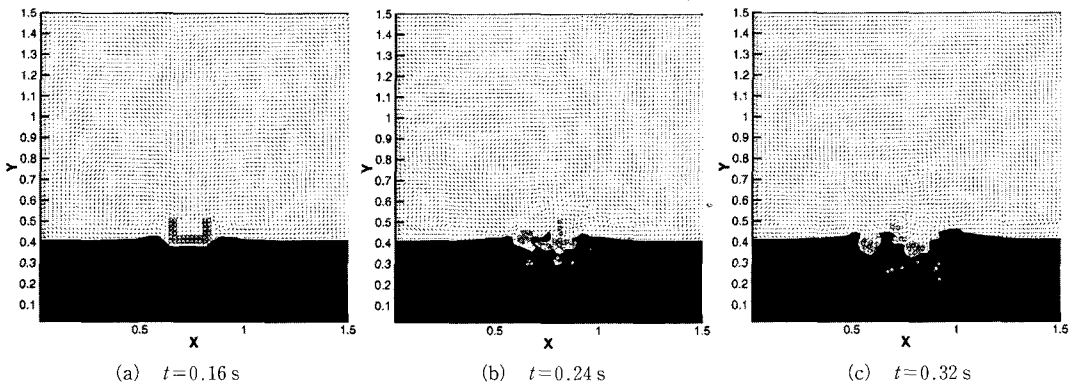


図-3 自由液面衝突による非常に脆い凹型弾性体の崩壊挙動 (密度 $\rho_s=1500 \text{ kg/m}^3$)

よって、大変形すると同時に崩壊し、粉碎した各固体粒子群が水面下に沈んでいく様子が分かる。なお、実際問題に適用する場合、基本的な材料定数およびモデル係数は予め材料試験によって決定しておく必要性はある。

(2) ダムブレイクと弾性壁の相互作用

図-4は、初期の液柱がダムブレイクし、密度の異なる支持なし及び支持ありの弾性直立壁に衝突する問題に適用したものである。

密度 $\rho_s = 100 \text{ kg/m}^3$ の弾性壁の場合(支持なし)、液塊衝突の衝撃力によって水平方向に滑動し、右側壁面に沿って打ち上げられている。また、密度 $\rho_s = 500 \text{ kg/m}^3$ の弾性壁の場合(支持なし)、液塊衝突直後、やや弾性変形するとともに、少し滑動し、流体は越流している。さらに、密度 $\rho_s = 1000 \text{ kg/m}^3$ の弾性壁の場合(支持あり)、流体の衝突後、やや弓状に弾性変形し、衝突時の運動エネルギーを吸収している。その際、流体塊は弾性壁によ

って打ち上げられ、越流量がやや抑えられていることが分かる。なお、Euler型解法のグリッド上にある固相の密度関数は、EDEM法によって求められたLagrangian固体粒子数密度に基づき再定義されているため、弾性体を透過する流れは発生しない。

(3) 一様流れと傾斜没水弾性平板の相互作用

図-5および図-6は、没水深の異なる弾性平板(迎角あり)を一様流れ場中に設置した場合の自由表面との相互作用問題に適用したものである。なお、没水弾性平板は上流端から3分の1の粒子のみ固定支持するが、その他の粒子群は流体との連成運動を考慮するため支持なしとした。図より、没水深によって上流及び下流に伝播する波の特性は異なり、没水深が浅い場合は碎波現象が確認できる。また、没水弾性平板は波の非定常流体力によって微小ではあるが弾性変形・運動するとともに、伴流渦に伴うフラッタ現象が発生し、これに伴って渦励起が促

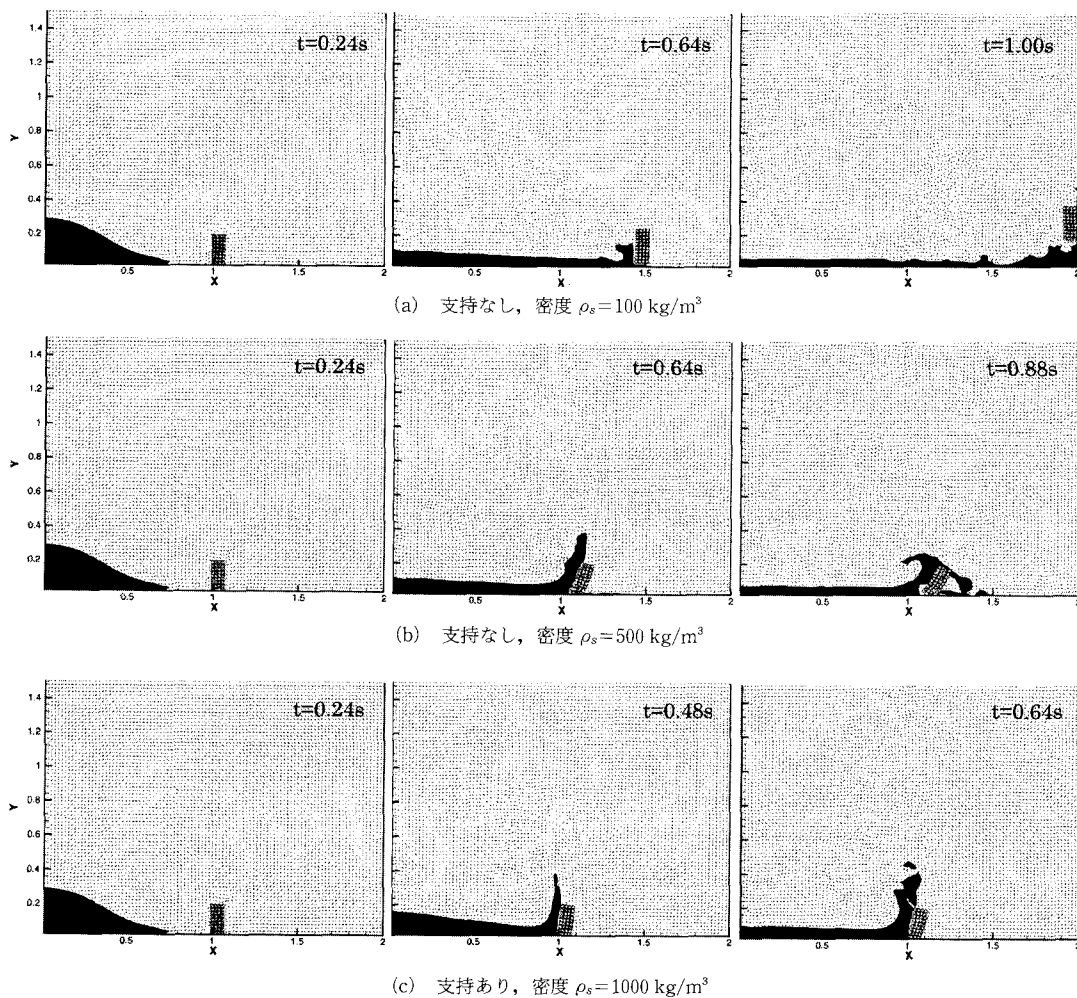


図-4 ダムブレイクと弾性直立壁の相互作用

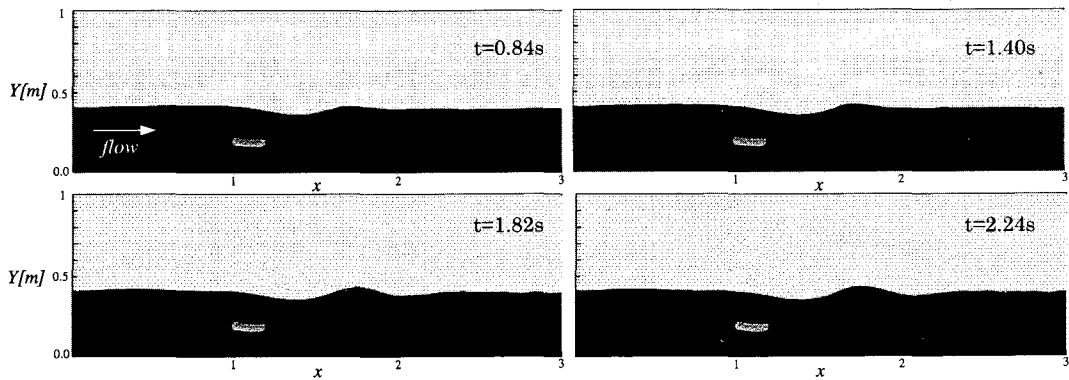


図-5 一様流れと傾斜没水弾性平板の相互作用（没水深=0.2 m）

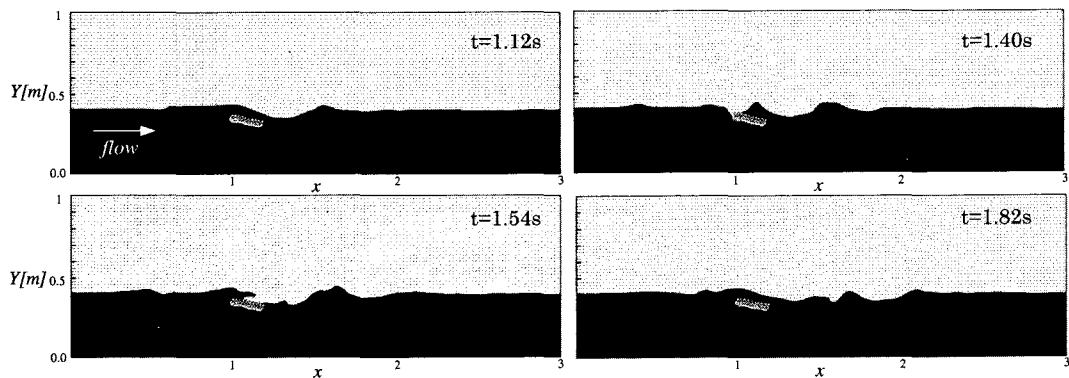


図-6 一様流れと傾斜没水弾性平板の相互作用（没水深=0.05 m）

進され、自由液面挙動に影響を及ぼしている。

4. おわりに

本研究では、グリッドを用いた Euler 型解法である CIP-CUP 法と固体粒子群を用いた Lagrangian 型解法である EDEM 法を組み合わせた CIP-EDEM 法を新たに提案し、種々の非定常流体力が作用する固体・流体相互作用問題に適用した。その結果、粒子群による固体の Lagrangian 表記と流体の Euler 表記に基づく組み合わせ解析によって、固体境界をシャープに捉えるだけでなく、グリッド依存のない固体・流体連成運動、弾性体の大変形・崩壊挙動問題への適用性が示された。今後は、CIP-EDEM 法を実際問題に適用し、種々の材料定数およびモデル係数の適切な設定を検討する必要がある。

参 考 文 献

伯野元彦 (1997): 破壊シミュレーション, 森北出版, 230 p.

- 陸田秀実・河合ひろみ・安田孝志(1998): C-CUP 法による気液界面の直接数値計算, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp. 55-59.
- Benson, D. L. (1992): Computational methods in Lagrangian and Eulerian hydrocodes, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 99, pp. 235-394.
- Enright, D., Fedkiw, R., Ferziger, J. and Mitchell, I. (2002): A Hybrid Particle Level Set Method for Improved Interface Capturing", J. Comput. Phys. 183, pp. 83-116.
- Koshizuka, S. and Oka, Y. (1996): Moving-Particle Semi-Implicit Method for Fragmentation of Incompressible Fluid, Nucl. Sci. Eng., 123, pp. 421-434.
- Koshizuka, S., A. Nobe and Y. Oka (1998): Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, Int. J. Numer. Mech. Fluid, Vol.26, pp. 751-769.
- Sussman, M., P. Smereka and S. Osher (1994): A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow, J. Comput. Phys., 114, pp. 146-159.
- Yabe, T. and P. Y. Wang (1991): Unified Numerical Procedure for Compressible and Incompressible Fluid, J. Phys. Soc. Japan, 60, pp. 2105-2108.