

二相流モデルによる数値波動水路の開発

谷 本 勝 利* ・ Phung Dang Hieu** ・ 曹 雪 飛**
赤 川 嘉 幸*** ・ 齋 藤 将 人***

水面上の空気運動を含めて解く二相流モデルによる数値波動水路を開発した。基礎方程式は非圧縮性流体の連続式と Navier-Stokes 方程式である。水と空気の境界面は VOF 法に基づき解析する。水と空気の密度はそれ自体変化しないが、各セルにおいて VOF 関数を用いて平均化した値を用いる。VOF 関数の移流方程式、運動方程式における移流項の差分化には 2 次オーダーのスキームを導入し、精度の向上を図った。また、造波にはソース方式を取り入れ、背後に減衰帯を設けて無反射性としている。本数値波動水路を一様斜面上での碎波、および直立壁の越波に適用し、それぞれ実験結果と比較することにより本計算手法が高い精度で適用できることを検証した。

1. はじめに

近年におけるコンピュータの著しい発展に伴って、様々な分野で数値流体力学の実用化が進展してきた。特に、自由水面を有する波の問題に関しては、Hirt・Nichols (1981) による VOF 法の開発が、波の変形、構造物への作用に関する数値解析を進展させる大きな契機となった。そうした VOF 法に基づく波の数値解析発展の成果は、数値波動水路 CADMAS-SURF (沿岸開発技術研究センター, 2001) に集約され、これにより耐波設計への適用に向けての実用化が大きく前進したといえる。

しかしながら、そうしたこれまでの数値波動水路は水だけの運動を扱った単相モデルであり、水面セルでの圧力や流速成分の外挿の扱い、碎波・越波等に伴って発生する水滴や気泡の扱いなどに特別な工夫を要する等の難点があった。そのため、本研究は、これらの難点を解消するものとして水面上の空気運動をも同時に解く気液 2 相流モデルを導入し、精度の高い数値波動水路を構築することを目的としたものである。本論文では 1) 一様斜面上での碎波、2) 重複波による直立壁の越波について、実験結果と比較することによりその適用性を検証する。

2. 数値波動水路の概要

(1) 開発の経緯

まず、二相流モデルによる数値波動水路開発の経緯を述べる。Hieu・Tanimoto (2002) は Zhao・Tanimoto (1998) の LES-VOF 法をベースとして二相流モデルによる数値波動水路を初めて構築し、1/10 勾配斜面上での巻き波碎波への適用例を示したが、この段階では実験結果と比較するにはいたらなかった。続いて、Karim ら (2003) は二相流モデルを直立の多孔性構造物への非碎波の作用に適用し、波高分布等実験結果と非常によく一致することを示した。さらに、Hieu ら (2004) は崩れ波碎

波を対象として数値計算を行い、Ting・Kirby (1994) の実験結果と比較し、それまでの結果と比べて実験結果との一致度が相当程度改善されることを示した。

しかしながら、VOF 関数の移流方程式の扱い、運動方程式における移流項の計算、その他造波方式等改良の余地が残されていた。そのため、今回 VOF 関数の移流方程式の扱いにおいては、Harvie・Fletcher (2001) にならってセル内で斜めの水面を考慮し、かつ高精度で質量が保存される新しい方法を採用した。また、運動方程式における移流項の計算についても TVD (Total Variation Diminishing) の 2 次オーダー近似スキーム (Nessyahu・Tadmor, 1990) を使って計算精度を向上させている。造波はストークス波の第 3 近似理論を用いたソースと背後域でのエネルギー減衰帯による無反射方式に改良した (Ohyaama・Nadaoka, 1991)。

基礎方程式は 2 次元非圧縮性流体の連続式と Navier-Stokes 方程式をポーラスモデルに基づいて拡張した式であり、CADMAS-SURF で採用されているものと全く同じであるので省略する。ただし、本研究では、ポーラス構造物は対象としていないので、以下式を示す場合においても、空隙率を 1 とおいた式を示す。

(2) 自由表面境界と二相流モデルに対する密度等

基礎方程式は水と空気が存在する領域に適用される。それぞれの流体は非圧縮性で空気、水それ自体の密度は変化しない。そうした空気と水の境界を解析するのに VOF 法を用いる。VOF 関数 F はセルの体積に対するそのセルに含まれる水の体積の比で定義され、その移流方程式は次のとおりである。

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial uF}{\partial x} + \frac{\partial wF}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 t : 時間, x : 水平座標, z : 鉛直座標である。この式の離散化には特別なアルゴリズムが必要であり、Donor-Acceptor 法 (Hirt・Nichols, 1981) をはじめとした非常に多くの方法が提案されているが、本数値波動水路では、前述したように Harvie・Fletcher (2001) にならってセル内で斜めの水面を考慮し、かつ高精度で質

* フェロー 工 博 埼玉大学教授 工学部建設工学科
** 修(工) 埼玉大学大学院理工学研究科生物環境科学専攻
*** 学生会員 埼玉大学大学院理工学研究科建設工学専攻

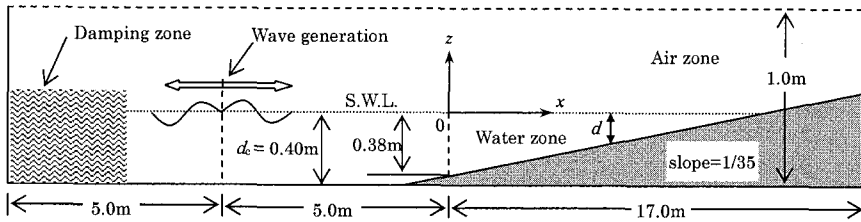


図-1 数値波動水路

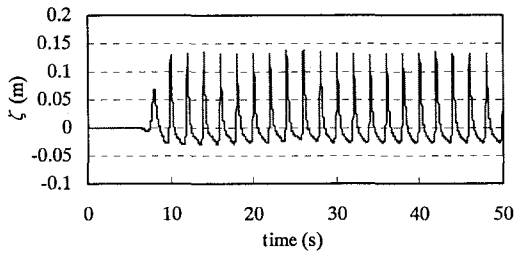


図-2 砕波点近傍における時間波形 (ケース1)

量が保存される新しい2次のオーダーの精度を有したPLIC-VOF (Piecewise Linear Interface Construction VOF) 法を開発し、それを取り入れている。

空気と水は非圧縮性で、かつ空気と水で位相変換はないと仮定すると、セルの平均化した密度 ρ および動粘性係数 ν は VOF 関数を用いて次のように表される。

$$\rho = (1-F)\rho_a + F\rho_w \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\nu = (1-F)\nu_a + F\nu_w \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 ρ_a および ν_a は空気の、 ρ_w および ν_w は水の、それぞれ密度および分子動粘性係数である。

(3) 数値計算の手順

基礎方程式の差分化にはスタッガード格子を用い、流速成分はセルの辺に、その他のスカラー量はセルの中心に配した。時間に関しては、SMAC法を採用し、圧力補正に対する Poisson 方程式の解法には BCGSTAB 法を用いている。以下、手順を箇条書きで示す。

- ① 初期条件を与える。
- ② 造波等境界条件を計算する。
- ③ 予測された流速に対して運動方程式を陽解法で解く。
- ④ 圧力補正に対する Poisson 方程式を解く。
- ⑤ 圧力と流速の値を修正する。
- ⑥ VOF 関数に対する移流方程式を用いて解き、水面形を決定する。
- ⑦ VOF 関数に基づき、新しい密度と動粘性係数の値を計算する。
- ⑧ 渦動粘性係数の値を計算する。
- ⑨ 終了するまで、時間を進めて②に戻り、計算を繰り返す。

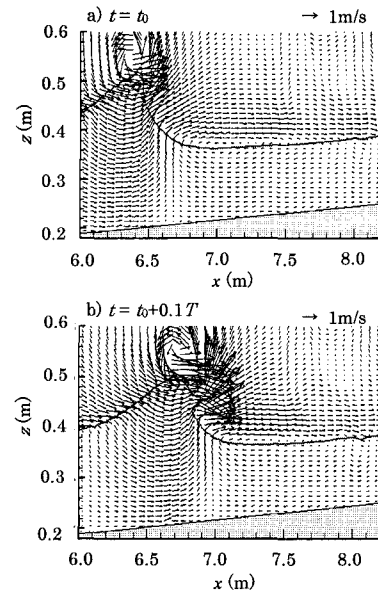


図-3 砕波点近傍での空間波形と流速分布 (ケース1)

3. 結果と考察

(1) 一様斜面上での砕波

砕波に対する検討は Ting・Kirby (1994, 1996) による実験を対象としたものである。図-1に数値シミュレーションにおける水路条件を示しているけれども、一定水深 $d_c = 0.40$ m の水路に勾配 1/35 の斜面を設けている。また、図中、静水面上波の進行方向に x 軸、鉛直上向きに z 軸をとった座標を示している。これは Ting・Kirby の実験に合わせたもので、原点は斜面上水深が 0.38 m の地点である。水路の長さは 27 m、高さは 1 m で、静水面上 0.6 m までの空気領域を計算対象としている。波は2種類の規則波で、一定水深での入射波高を H_I および周期を T とすると、ケース1: $H_I = 0.125$ m, $T = 2.0$ s およびケース2: $H_I = 0.128$ m, $T = 5.0$ s であり、前者は崩れ波砕波、後者は巻き波砕波の例である。数値計算における x 方向の格子間隔 Δx は 0.02 m, z 方向の格子間隔 Δz は 0.01 m とし、斜面に対しては矩形格子で近似することに対する補正措置をとっている。

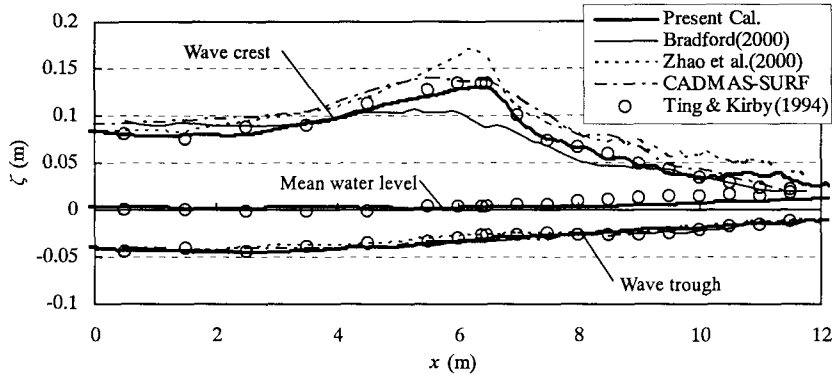


図-4 波の峰と谷および平均水位 (ケース1)

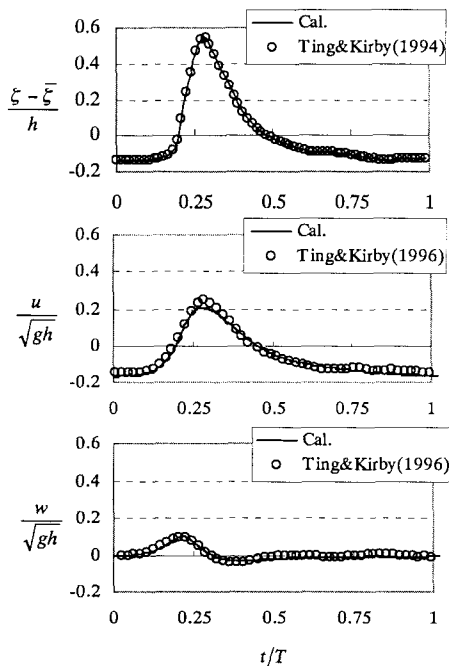


図-5 水位と流速成分の時間波形 (ケース1)

図-2にケース1の砕波点近くでの水位の時間変化を示している。初期の過渡的波を除いて、非常に安定した時間波形であることが確認される。ここでは、こうした50 s間の計算結果から最後の5波をデータ解析の対象とした。

図-3は砕波点近傍における水面形と流速の空間分布を示したものである。このうち、a)は波の峰の水位が最大となった瞬間であり、b)はそれから $T/10$ 後の分布である。b)においては前傾波形の中腹で波面の飛び出しが見られ、この直後に空気塊を巻き込む。これは崩れ波砕波の特色を表している。

水中の流速は波峰付近を除けば、深さ方向にほぼ一様

で、波の峰の部分では岸向き、谷では沖向きであることが確認できる。一方、空気の流れは峰付近で特に大きく、かつ複雑に変化している。峰の上方に反時計回りの渦が形成される。また、波面近傍では全体に波の進行方向の流れとなっており、波の峰の前方では水の流れと逆向きになっている。

図-4はケース1に対する波の峰と谷の水位および平均水位について、Ting・Kirby (1994) による実験結果との比較を示したものである。峰と谷については、同条件に対する既往の計算結果 (Bradford, 2000; Zhao ら, 2000) および CADMAS-SURF による計算結果を併せて示してある。これによると、波の谷についてはいずれの結果も大差なく、実験結果とよく合っている。しかしながら、波の峰については違いが大きく、特に、砕波点近傍において、Zhao らの結果は過大評価、Bradfordの結果は過小評価となっている。また、CADMAS-SURF による結果は砕波点ではよく合っているものの、その前後では Zhao らの結果に近く、やや過大評価となっている。これに対し、本研究による結果は実験値と最もよく一致しており、精度の向上が確認できる。

また、図-5は砕波後領域 $x=7.275$ m 地点での水位および同地点で $z=-0.08$ m での水平流速および鉛直流速のそれぞれ位相平均時間波形を例示したものである。水平流速の最大値がやや過小であるものの、こうした波形についてもよい一致が得られていることがわかる。

一方、図-6はケース2に対する波の峰と谷の水位および平均水位について、Ting・Kirby (1994) による実験結果との比較を示したものである。巻き波砕波の条件であるけれども計算結果は実験結果とよく合っている。

(2) 重複波による直立壁の越波

越波については、一定水深 0.425 m の水路に天端高 0.08 m の直立壁を造波板から 13.6 m の地点に設けて、波と越波量を測定した結果を対象とした。波は周期 $T=1.6$ s で、入射波高 H_I が 0.088 m, 0.103 m の規則波 2 種

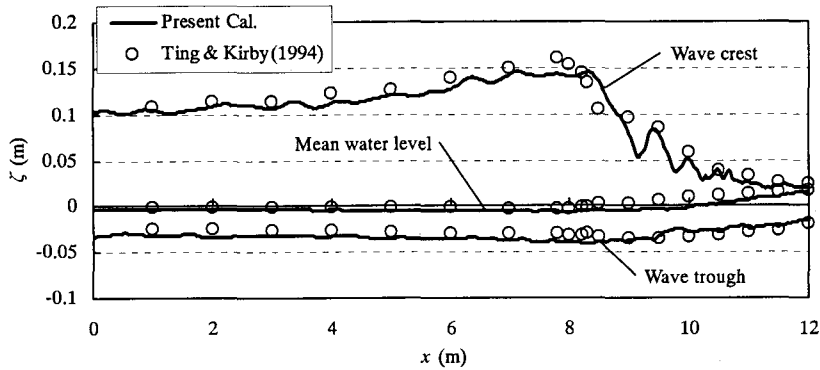


図-6 波の峰と谷および平均水位 (ケース1)

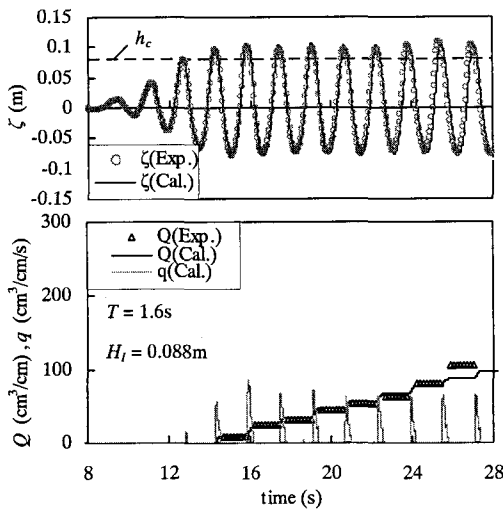


図-7 直立壁面での水位と越波流量 (1)

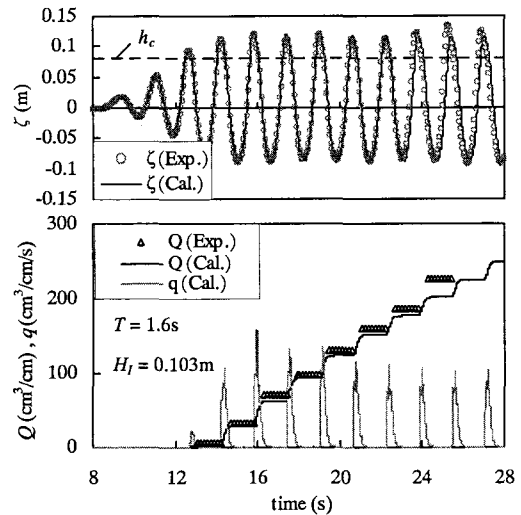


図-8 直立壁面での水位と越波流量 (2)

である。図-7, 8はそれぞれの波高条件での直立壁面における水位 ζ と累積越波量 Q (cm³/cm)の実験および計算結果を比較したものである。計算結果には、越波流量 q (cm³/cm/s)の時間的変化も示している。

水位波形を見ると、静水状態から造波する過渡の状態を含めて、23sくらいまで計算結果は実験結果に非常によく一致していることがわかる。それ以降、違いが現われるのは、計算のほうは無反射性で、ほぼ一定状態が継続するのに対し、実験では造波板からの再反射波が到達することによってと推測される。累積越波量についても、造波板からの再反射波の影響が現われるまではよく合っている。なお、図-9は直立壁から約1/4波長だけ沖側地点での水位の実験および計算結果を比較したものである。重複波の節にあたるが、高次波を伴う波形がよく再現されていることが確認できる。再反射波の影響は測定地点が造波板に少し近い分だけ、早く現われていることも確認される。

実験で直立壁での水位の変化が比較的安定している17~23sの4波を対象として、1波あたりの越波量を求め、それを周期で割って平均越波流量 q とした値を、合田の越波流量算定モデル(合田ら, 1975)による計算値と合わせて表-1に示した。合田の越波流量算定モデルは次式で与えられる。

$$q = \sqrt{2g} A_0 \left(\frac{K}{K+1} \right)^{3/2} H_l^{3/2} \left(1 - \frac{h_c}{KH_l} \right)^{5/2} \dots (4)$$

ここに、 g は重力の加速度、 A_0 は越流係数(=0.1)、 h_c は静水面上天端高、 K は次式で表される入射波高に対する打ち上げ高の比に相当するものである。

$$K = \min \left[\left\{ 1.0 + a \frac{H_l}{d} + \frac{b}{K_{sb}} \left(\frac{H_l}{d} \right)^2 \right\}, c \right] \dots (5)$$

ここに、 K_{sb} は浅水・碎波係数であり、定数 a , b , c は直立壁の場合1.0, 0.8, 10.0である。これによると、数値計算結果は実験結果と非常によく合っており、また、合田モデルによる算定値とも変動性の高い越波量というこ

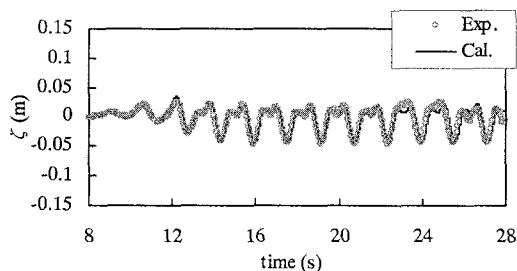
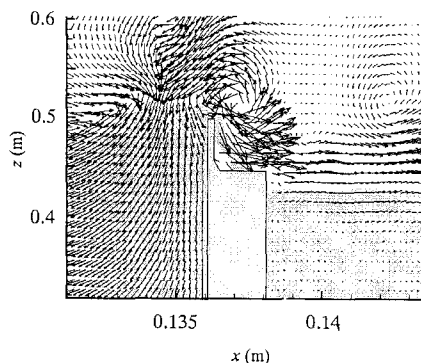


図-9 重複波の節付近での時間波形

図-10 越波の状況と流速分布 ($T=1.6$ s, $H_I=0.103$ m)

とを考慮すればほぼ合っているといえることができる。

表-1 平均越波流量

H_I (cm)	q (cm ³ /cm/s)		
	実験値	数値計算	合田モデル
8.8	9.91	10.7	12.8
10.3	29.0	28.4	24.7

図-10は数値計算による越波状況を流速ベクトルとともに例示したものである。この場合、座標の原点は水底にとってあり、構造物の天端付近のみを切り取って示している。これによって波に伴って顕著な空気の流れが誘起されていることがわかる。また、パラベット背後には越流水との間に空気塊が閉じこめられている現象も認められる。この例ではないけれども、閉じこめられた空気塊は浮力により上昇し空気層に戻ることを確認している。

4. む す び

本研究において、水面上の空気の動きを取り入れた二相流モデルによる数値波動水路を開発した。非圧縮性流体を仮定し、水、空気ともにそれ自体の密度は変化しな

いが、各セルの密度はVOF関数に基づき平均化した密度とする扱いである。また、VOF関数の移流方程式や運動方程式における移流項の計算には2次オーダーのスキームを取り入れるなど計算精度の向上を図った。

開発した数値波動水路を一樣斜面上での碎波、および直立壁の重複波による越波に適用し、それぞれ実験結果と比較したところ、非常に一致が確認された。今後、透過性構造物を含めた具体的な構造物を対象として、さらに適用性を検証していく予定である。

参 考 文 献

- 合田良実・岸良安治・神山 豊 (1975): 不規則波による防波護岸の越波流量に関する実験的研究, 港研報告, 14巻, 4号, pp. 3-44.
- 沿岸開発技術研究センター (2001): 数値波動水路の研究・開発, No. 12, 296 p.
- Bradford, S. F. (2000): Numerical simulation of surf zone dynamics, Journal of Waterway, Port and Ocean Eng. 126, No. 1, pp. 1-13.
- Harvie, J. E. D and D. F. Fletcher (2001): A new volume of fluid advection algorithm: the defined donating region scheme, Int. J. Numerical Method in Fluids, 35, pp. 151-172.
- Hirt, C. W. and B. D. Nichols (1981): Volume of Fluid (VOF) method for the Dynamics of Free Boundaries, J. Computational Physics, 39, pp. 201-225.
- Hieu, P. D. and K. Tanimoto (2002): A two-phase flow model for simulation of wave transformation in shallow water, Proc. 4th Int. Summer Symposium Kyoto, JSCE, pp. 179-182.
- Hieu, P. D., K. Tanimoto and V. T. Ca (2004): Numerical simulation of breaking waves using a two-phase flow model, Appl. Math. Model. Elsevier (in press).
- Karim, M. F., K. Tanimoto and P. D. Hieu (2003): Simulation of wave transformation in vertical permeable structure, Proc. 13th Int. Offshore and Polar Eng. Conf., Vol. 3, Hawaii, USA, pp. 727-733.
- Ohyama, T. and K. Nadaoka (1991): Development of a numerical wave tank for analysis of nonlinear and irregular wave field, Fluid Dynamics Research, Vol. 8, pp. 231-251.
- Nessyahu, H. and E. Tadmor (1990): Non-oscillatory central differencing for hyperbolic conservation laws, J. Computational Physics 87, No. 2, pp. 408-463.
- Ting, F. C. K. and J. T. Kirby (1994): Observation of undertow and turbulence in a laboratory surf zone, Coastal Engineering, 24, pp. 51-80.
- Ting, F. C. K. and J. T. Kirby (1996): Dynamics of surf-zone in a spilling breaker, Coastal Engineering, 27, pp. 131-160.
- Zhao, Q. and K. Tanimoto (1998): Numerical simulation of breaking waves by large eddy simulation and VOF method, Proc. 26th Int. Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp. 892-905.
- Zhao, Q., S. Armfield and K. Tanimoto (2000): A two-dimensional multi-scale turbulence model for breaking waves, Proc. 27th Int. Conf. on Coastal Eng., ASCE, pp. 80-93.