

緩勾配斜面を伝播する内部波の可視化実験と浅水・碎波域での物理現象に関する理論的考察

梅山元彦*・新谷哲也**・中山恵介***

2 成層水域の緩勾配斜面上を伝播する内部波についての水槽実験を行い、水槽断面で見られる内部波形の時間変化、水深の変化に伴う波高と波速の変化、密度境界面の一周平均分布を、理論、可視化解析および PIV 解析から求め、それぞれの結果を比較した。理論的には、非線形内部長波理論で密度境界面の変動を、エネルギー平衡式に逸散効果を考慮して浅水変形を、運動量の平衡条件式に内部波ラディエーションストレスの概念を取り入れて密度境界面のセットアップとセットダウンを予測することを可能にした。また、実験と同じ条件下での密度境界面の変化、残差流ベクトルについて数値シミュレーションモデルを使って再現計算を行った。

1. 緒 言

成層海域を伝播する内部波が沿岸域に侵入した場合、碎波によるエネルギーの逸散によって海底堆積物を浮遊・移動させたり、海底に溜まった有機物を湧昇させたりすると考えられている。また、大潮時に発生する内部潮汐はプランクトン等を岸沖方向に移動させることによって、生物のライフサイクルに影響を与えているという報告がある。沖合や大陸棚を伝播する内部波については以前から観測が行われ、そのメカニズムについては理論および実験によって解明されてきたが (Umeyama, 2002), 浅水域に入射してから内部波の変形、碎波、混合、戻り流れ等についての研究は生態環境において重要であるにもかかわらずあまり研究例が見られない。最近、梅山ら (2001), 中山ら (2003), Umeyama ら (2004), 新谷ら (2004) によって急勾配斜面上を伝播する内部波による密度境界面の変動や成層間の混合が可視化実験によって明らかにされ、それらの物理量が非線形長波理論や k-ε 乱流モデルを用いて計算することが可能であることが示されてきた。しかしながら、内部波は表面波とは異なり、密度境界面の shear が逸散に与える影響が大きいことや、戻り流れによって密度境界面に K-H 不安定が生じることなど、まだ解明すべき問題が多く残されている。

本研究では、従来の可視化技術に PIV 測定法を加えて実験を行い、斜面上の波高と波速の減衰、平均密度境界面のセットアップ、一周平均の流速場等の物理量を理論的に求め、実験および理論結果の比較を行った。

2. 理 論

(1) 内部波のラディエーションストレス

密度の異なる二層から構成される系を考える。密度境

界面を伝播する内部波のラディエーションストレスは、表面波に関する Longuet-Higgins ら (1964) と同様の考えを適用すれば、次式であらわされる。

$$S_{xx} = \int_{\eta_l}^{\eta_l+h_l} (p_l + \rho_l u_l^2) dz - \int_0^{\eta_l} p_{l0} dz + \int_{-\eta_l}^{\eta_l} (p_{ll} + \rho_{ll} u_{ll}^2) dz - \int_{-h_{ll}}^0 p_{ll0} dz \dots (1)$$

ここで、 S_{xx} は内部波の過剰水平運動フラックスとし、 x 軸は波の進行方向を正とし、 z 軸は上層と下層との密度境界面を 0 として上方を正とする。また、 η_l は表面波形、 η_{ll} は内部波形、 h_l は上層厚、 h_{ll} は下層厚、 p_l は上層圧力、 ρ_l は上層密度、 u_l は上層の水平粒子速度、 p_{ll} は下層圧力、 ρ_{ll} は下層密度、 u_{ll} は下層の水平粒子速度、 p_{l0} と p_{ll0} はそれぞれ静止流体中の上層および下層の圧力、 $\bar{\cdot}$ は時間平均をあらわすものである。

いま、 $\bar{\eta}_l \approx 0$ と仮定し、さらに、(1) 式の S_{xx} を次のように分けて考える。

$$S_{xx} = \int_{\eta_{ll}}^{\eta_l} \rho_l u_l^2 dz + \int_0^{\eta_l} (p_l - p_{l0}) dz + \int_{\eta_{ll}}^0 p_l dz + \int_{-\eta_{ll}}^{\eta_{ll}} \rho_{ll} u_{ll}^2 dz + \int_{-\eta_{ll}}^0 (p_{ll} - p_{ll0}) dz + \int_0^{\eta_{ll}} p_{ll0} dz \dots (2)$$

また、水平面を横切って輸送される鉛直運動量フラックスの平均値はそれ上にある水の重さと釣り合っていないという条件を上層と下層に適用すると次式が得られる。

$$p_l + \rho_l w_l^2 = \rho_l g(h_l - z) = p_{l0} \dots (3)$$

$$p_{ll} + \rho_{ll} w_{ll}^2 = \rho_{ll} g h_{ll} - \rho_{ll} g z = p_{ll0} \dots (4)$$

ここで、 g は重力加速度、 w_l と w_{ll} はそれぞれ上層と下層の水粒子の鉛直速度成分である。

いま、 $\eta_{ll} = a \cos \theta$ で与えられる単純な場合を考え、その上層と下層での水粒子の速度成分は次のようにあらわされる。

$$u_l = -\frac{ak}{\sigma} (\alpha \cosh kz - \frac{\sigma^2}{k} \sinh kz) \cos \theta \dots (5)$$

* 正会員 Ph.D. 東京都立大学教授 工学研究科土木工学専攻
** 正会員 修(工) 東京都立大学助手 工学研究科土木工学専攻
*** 正会員 博(工) 国土交通省国土技術政策総合研究所 主任研究官
沿岸海洋研究部海洋環境研究室

$$w_I = -\frac{ak}{\sigma}(\alpha \sinh kz - \frac{\sigma^2}{k} \cosh kz) \sin \Theta \quad \cdots (6)$$

$$u_{II} = \frac{a\sigma}{\sinh kh_{II}} \cosh k(z+h_{II}) \cos \Theta \quad \cdots (7)$$

$$w_{II} = \frac{a\sigma}{\sinh kh_{II}} \sinh k(z+h_{II}) \sin \Theta \quad \cdots (8)$$

ここで、 $\Theta = (kx - \sigma t)$ 、 k は内部波の波数、 σ は角振動数、 t は時間であり、係数 α は次式で与えられる。

$$\alpha = \frac{\rho_{II} - \rho_I}{\rho_I} g - \frac{\rho_{II}}{\rho_I} \frac{\sigma^2}{k} \coth kh_{II}$$

(3)～(8) 式を (2) 式に代入して解けば、次のようなラディエーションストレスが得られる。

$$S_{xx} = \frac{a^2}{2} \left\{ \rho_I \left(\frac{k^2 h_I}{2\sigma^2} a^2 - \sigma^2 h_I \right) + \frac{\rho_{II} \sigma^2 h_{II}}{\sinh^2 kh_{II}} \right\} \quad \cdots (9)$$

(2) 内部境界面のセットアップ

内部波が傾斜する海底を進行する場合、ラディエーションストレスの変化に伴って平均水位が ξ だけ変化するものとする。進行方向の点 $x = x$ に垂直な断面を通過して流入する運動量フラックスは、

$$S_{xx} + \int_{\xi}^{h_I} \rho_I g(h_I - z) dz + \int_{-h_{II}}^{\xi} \{ \rho_I g(h_I - \xi) + (\rho_{II} - \rho_I) g(\xi - z) \} dz$$

と表すことができ、 $x = x$ と $x = x + dx$ の区間で海底面に対して垂直に働く運動量フラックスの水平成分は、

$$\{ \rho_I g(h_I - \xi) + (\rho_{II} - \rho_I) g(\xi + h_{II}) \} \frac{dh_{II}}{dx} dx$$

であり、さらに境界面でのセン断応力と海底面でのセン断応力を考慮すると、 $x = x$ と $x = x + dx$ の区間での水平運動量バランスは次式で与えられる。

$$\frac{dS_{xx}}{dx} - (2\rho_I - \rho_{II}) g(\xi + h_{II}) \frac{d\xi}{dx} + \bar{\tau}_i + \bar{\tau}_b = 0 \quad \cdots (10)$$

ここで、 $\bar{\tau}_i$ は境界面でのセン断応力、 $\bar{\tau}_b$ は海底面でのセン断応力であり、各々は次式で定義できる。

$$\bar{\tau}_i = \frac{1}{2} f_{iw} \rho_{II} U_i, \quad \bar{\tau}_b = \frac{1}{2} f_w \rho_{II} U_b \quad \cdots (11)$$

ここで、 f_{iw} は境界摩擦係数 (Keulegan, 1949)、 f_w は海底摩擦係数 (Jonsson, 1966)、 U_i は水粒子の境界速度、 U_b は水粒子の海底速度である。

(3) 内部波高と波速の変化

内部波のエネルギー、波速、群速度は、以下のように表示される。

$$E = \frac{1}{2k} \frac{\rho_I + \rho_{II}}{2} \sigma^2 a^2 (\cosh kh_I + \coth kh_{II}) \quad \cdots (12)$$

$$C = \sqrt{\frac{g(\rho_I - \rho_{II})}{k(\rho_I \coth kh_I + \rho_{II} \coth kh_{II})}} \quad \cdots (13)$$

$$C_g = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{kh_I / \sinh^2 kh_I + kh_{II} / \sinh^2 kh_{II}}{\coth kh_I + \coth kh_{II}} \right) \quad \cdots (14)$$

表面波に関する Gerritsen (1981) の方法をモデル化すると、内部波高の変形は、以下に示すエネルギー平衡方程式を使って容易に計算できる。

$$\frac{d(EC_g)}{dx} = -\beta \frac{(\rho_I + \rho_{II})g}{4\pi\sqrt{2}} \sigma a^2 - f_w \frac{\rho_I + \rho_{II}}{3\pi} \left(\frac{\sigma a}{\sinh kh_{II}} \right)^3 \quad \cdots (15)$$

ここで、左辺第一項は成層内乱流によるエネルギーの逸散項、第二項は底面摩擦によるエネルギーの逸散項であり、 β は内部砕波による逸散係数である。内部波については β についての研究は行われていないため、今回はその値を試行錯誤的に与えて計算を行う。

(4) 斜面上での内部波形

斜面を遡上する内部波の波形については、Carrier ら (1957) が提案した斜面上の表面重複波に関する非線形長波理論を梅山ら (2001) が密度の効果を考慮して改良している。内部波は重複波、部分重複波、進行波への適用が可能であるが、本計算は進行波式を用いて行った。

(5) 数値シミュレーション

数値シミュレーションモデルは中山ら (2004) のものを基礎としており、基礎方程式に二段階準陽解法である Fractional Step 法を適用、収束解を求めるための圧力補正值の Poisson 方程式解法には Residual Cutting 法を用い、運動方程式と密度輸送方程式の移流項には CIP 法を拡散項には CCD スキームと有限体積法を適用して、等密度面の変動 (内部波形)、密度混合率、平均密度境界面 (セットアップ・セットダウン)、残差流等が予測できる。

3. 室内実験と画像解析

実験は、Umeyama ら (2004) が用いたものと同じ一端に内部波造波装置を付けた長さ 600 cm の両面ガラス張り水槽を使用した。斜面は造波機から 100～600 cm に設置し、その勾配は 0.036 とした。水槽には、下層に青色に着色した密度 1.028 g/cm³ の塩水を、上層に真水を充填した。上層と下層の厚さは同じで 15 cm とした。また、内部波の造波周期は 5.2～10.2 s とした。密度界面の時間変動は造波機から 400 cm の地点に設置した内部波高計で測定するとともに、斜面を遡上する内部波の空間波形、波高及び波速は、水槽に沿って 1 m 間隔で設置した 3 台のデジタルビデオカメラの映像を画像処理することによって求めた。画像処理の手順としては、まず毎秒 30 コマで撮影された動画を毎秒 5 コマ (0.2 秒間隔) の連続したカラー静止画像へと変換し、そのカラー静止画像に単一階調変換処理を施して輝度情報のみのモノクロ画像へと変換を行う。次に、撮影時のカメラの設置ずれを補

正するための線形補間に基づいた回転処理、画像内の必要部分の切り取りを続けて行う。密度の境界（無着色の上層と着色した下層との境界線）を抽出する方法としては、エッジ検出法 (Roberts, Prewitt, Sobel 微分フィルタ) と二値化後に境界線の追跡を行う方法がある。これら全ての方法を実際に試みたところ、処理後に得られた境界線位置にほとんど差がなかった。そこで、本解析では処理時間が短く、比較的ノイズが少ない境界線追跡法を内部波の波形検出に採用した。最後に、この境界線のデータに座標変換を施して実スケールデータへと変換して図化する。また、内部波の波高は、時々刻々の波形データから各水平位置における鉛直方向の境界線変動を順次抽出することによって求めた。本研究では効率よく画像処理計測を行うために、上記の画像処理を複数画像に対して一括して行うソフトウェアを Visual C++ によって独自に開発した。波速に関しては、輝度差累積の逐次棄却法に基づいた PIV 解析ソフト (Flow-vec 32, 株式会社ライブラリー) を用いて 2 画像間での境界面の移動速度を求めることで測定した。

4. 考 察

(1) 解析解と実験結果との比較

周期が $T=7.2\text{ s}$ と 10.2 s である場合の画像解析による内部境界面の空間波形の時間変動をそれぞれ図-1 と図-2 に示す。なお、画像は 3 台のビデオカメラによって撮影したものうち、沖側の 2 台のものである。データが欠如している部分にはフランジがあるために光が遮られて輝度が求まらない。それぞれ、2.0 s ごとに得られた空間波形が計算結果とともに示されている。実験結果では峰の部分がり、谷の部分が緩やかになっているが、計算結果も同様の傾向が示されている。やや計算結果の方が高めの値になっているのは、初期段階で決められた境界面の輝度が時間の経過に伴う混合によって、少し下層側に移ったためと考えられる。以前、Umeyama ら (2004) が急勾配斜面で行った実験と比べると今回は測定区間が長くなったのにもかかわらずその整合性は良くなっている。このことは、今回の実験では斜面部分を以前よりも長く、しかも緩く取ることによって非線形長波理論の条件をより満足しやすくなったものと考えられることができる。

図-3 には、周期が $T=5.2\text{ s}$, 7.2 s および 10.2 s である場合の波高の変化とセットアップに関する実験結果と計算結果の比較が示してある。実験によって得られた波高は周期が短い場合は浅水変形による減衰が顕著で、周期が長い場合には浅くなるほど波高が高くなっているが、同様な傾向が理論計算から得られている。次に、平均密度境界面のセットアップは深水域ではほとんど見ら

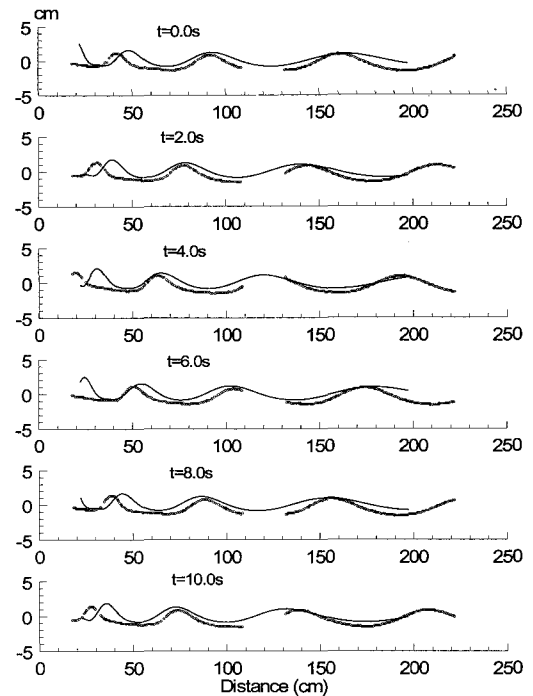


図-1 内部空間波形の時間変動 ($T=7.2\text{ s}$)

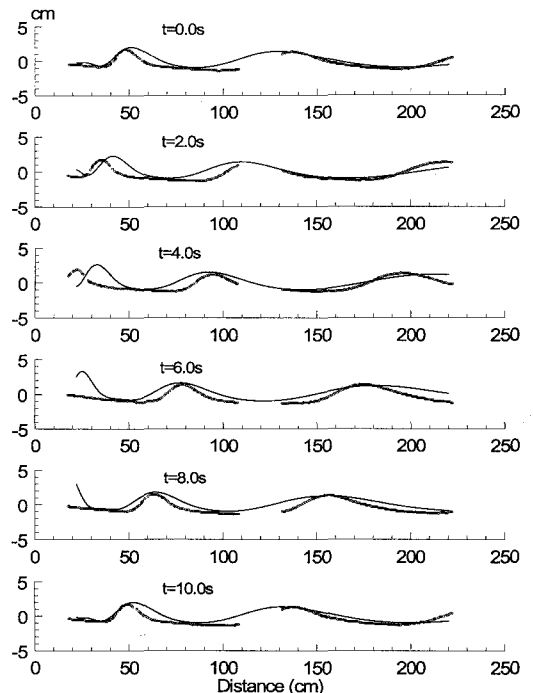


図-2 内部空間波形の時間変動 ($T=10.2\text{ s}$)

れないのに対して、境界面が斜面と交わろうとする浅水域においてやや高くなっている。理論的には周期の短い内部波の方がより沖側でセットアップが起きる傾向にあ

るが、最終セットアップ量はどのケースもだいたい同じで 2 cm 程度である。

周期が $T=10.2$ s である場合の可視化および PIV 法によって求めた波速の変化を図-4 に示す。可視化によって求めた波速は地点別の 3 分間平均値であり、PIV 法によるものは同じ時間内に断面内で得た波速の一部である。PIV 法による流速はかなりのばらつきが見られるが、値が密になっている場所と可視化による平均波速分布がよい整合性を示している。

(2) 数値シミュレーション結果

図-5 には、数値モデルを用いて計算した周期が $T=5.2$ s の場合の一周期平均の残差流およびある瞬間の内部波形と一周期平均の密度境界面の位置が示されている。

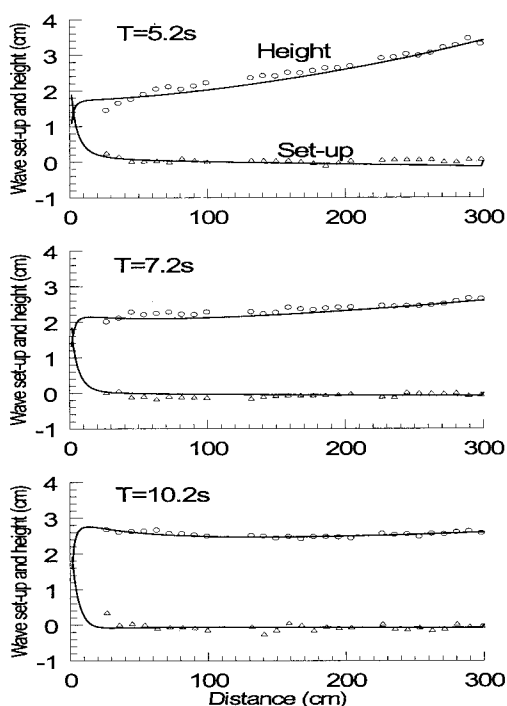


図-3 内部波高とセットアップ

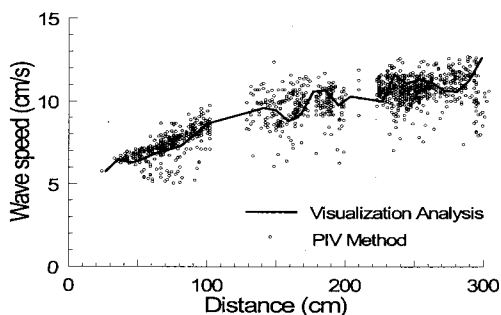


図-4 可視化と PIV 法による波速 ($T=10.2$ s)

る。残差流のベクトル図を見ると原点から沖に向かうにつれて幾つかの流れの層が形成されているのがわかる。縦座標の 2 cm よりも上方で沖方向の流れに、その高さよりも下方では初期内部境界面を越えて -1 cm 近傍までが岸向きの流れになっていて、さらにその下方では斜面上で一部の領域で岸向きの流れになっているのを除いてほぼ全水深で沖向きの流れになっていく様子が確認できる。密度境界面の平面形状については、沖から伝播してきた内部波が浅水域に侵入して来ることに伴って波高、波長が減衰しており、それに伴ってセットアップが起き、波形が非線形になってゆく現象が得られている。

同様に、周期が $T=7.2$ s の場合の残差流およびある瞬間の内部波形と密度界面の位置を図-6 に示す。この場合の残差流は図-5 の場合とは様子が若干異なり、上層で形成されていた流れの層がはっきりとは表れなくなっており、また、戻り流れは原点に近い区域の方が速くなっている。波形は、より峰が尖り、谷が平たくなっているのがわかる。また、波高は比較的減衰しないままで原点付近まで伝播している。セットアップについては 50~100 cm 上昇が始まっているが、原点付近でも 1 cm 以内である。

最後に、周期が $T=10.2$ s の場合のものを図-7 に示す。この場合、原点近傍でかなり速い戻り流れが生じているのがわかる。その影響は沖方向において、密度境界面付近では上層・下層ともに戻り流れとして表れている。岸に向かう流れは、原点の上層領域と斜面上部に見

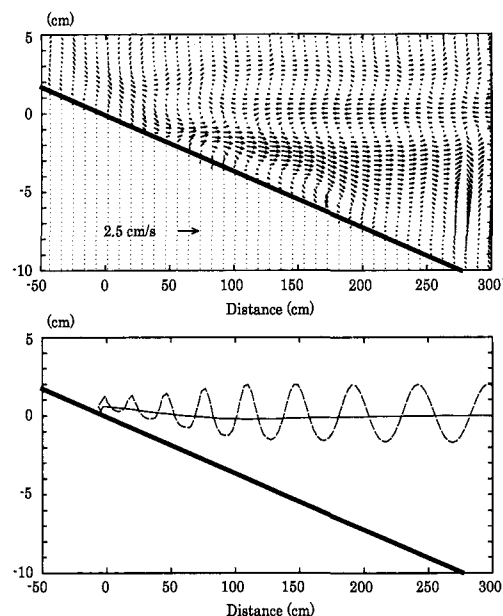


図-5 一周期平均の残差流と内部波形と平均密度界面 ($T=5.2$ s)

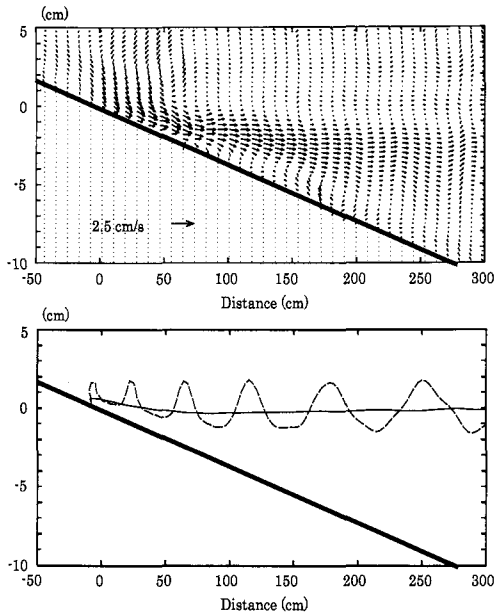


図-6 一周期平均の残差流と内部波形と平均密度界面 ($T = 7.2$ s)

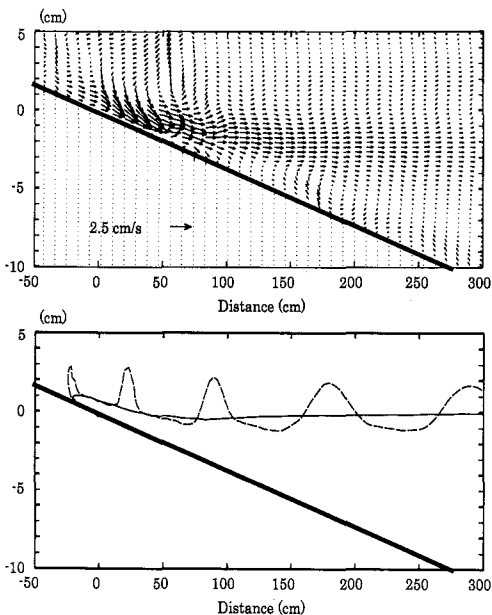


図-7 一周期平均の残差流と内部波形と平均密度界面 ($T = 10.2$ s)

られるのみである。波形は、沖から非線形性が卓越していて、砕波（波高が減少し始める）ポイントはより岸側にあるが、原点付近ではむしろ波高が増加傾向にある。残差流が最大流速になる位置も、より岸側に移っているのが分かる。一周期平均密度境界については沖側ではさほど周期の影響は見られないが、50～100 cm で一度セッ

トダウンが起こり、原点付近では周期が小さい場合よりもセットアップ量が大きく出ているのが確認できる。

5. 結 論

本研究では、緩勾配斜面上の2成層流体中で発生する内部波について、可視化手法に PIV 測定法を加えて実験を行い、波形、波高、波速、密度境界面のセットアップ量を求めた。それら物理量は、非線形内部長波理論で内部波形を、逸散を考慮したエネルギー平衡式によって波高変化を、運動量の平衡条件式にラディエーションストレス、底面および界面応力を考慮して密度境界面のセットアップを予測した。また、数値シミュレーションモデルでは、残差流、内部波形、一周期平均の密度境界面のセットアップの予測を可能にした。実験および理論結果は比較がなされ、以下のことがわかった。可視化解析によって得られた内部波形は、周期が小さいほど峰の部分がり、谷の部分が緩やかになっている様子が得られたが、理論及び数値計算においても同様な結果が得られた。深水域から浅水域に至る波高と密度境界面のセットアップ量は、理論的に高い精度で求めることが可能であることがわかった。数値シミュレーションによって得られた残差流は周期によりその流れの場がかなり異なっており、その流れ場の違いは波形の変形状況と何らかの関係があることがはじめて示された。

参 考 文 献

- 梅山元彦・新谷哲也 (2001): 斜面を遡上する内部波の変形・砕波に関する可視化実験と $k-\varepsilon$ モデルを用いた数値解析, 海工論文集, 第 48 巻, pp. 136-140.
- 新谷哲也・梅山元彦 (2004): 斜面を遡上する内部波の数値計算と可視化実験, 土木学会論文集, No. 768/II-68, (印刷中).
- 中山恵介・Jorg Imberger (2003): 斜面に連続的に作用する内部波の砕波と残差流, 海工論文集, 第 50 巻, pp. 141-145.
- 中山恵介 (2004): 2 成層層におけるソリトンに対する新たなスキームの適用と検討, 第 48 回水工学論文集, pp. 1219-1224.
- Carrier, G. F. and H. P. Greenspan (1957): Water waves of finite amplitude on a sloping beach, J. Fluid Mech., Vol. 4, pp. 97-109.
- Gerritsen, F. (1981): Wave attenuation and wave set-up on a coastal reef, Look Lab. Tech. Rep., No. 48, Univ. Hawaii, 416 p.
- Jonsson, I. G. (1966): Wave boundary layers and friction forces, Proc. 10 th ICCE, pp. 127-148.
- Keulegan, G. H. (1949): Interfacial instability and mixing in stratified flows, J. Res., Vol. 43, Nat. Bur. of Stands, pp. 487-500.
- Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart (1964): Radiation stresses in water waves; a physical discussion, with applications, Deep-Sea Res., Vol. 11, pp. 529-562.
- Umeyama, M. (2002): Experimental and theoretical analyses of internal waves of finite amplitude, J. Waterw., Port, Coastl, Ocean Eng., ASCE, Vol. 128(3), pp. 133-141.
- Umeyama, M. and T. Shintani (2004): Visualization analysis of runup and mixing of internal waves on an upper slope, J. Waterw., Port, Coastl, Ocean Eng., ASCE, Vol. 130 (2), pp. 89-97.