

ブシネスクモデルによる碎波・遡上計算法とその適用性

平 山 克 也*・平 石 哲 也**

乱れエネルギーの生成項に時間発展型の Bore モデルを適用した乱流モデルに基づく碎波モデルと、汀線移動や海底面の露出を許容する遡上モデルを備えたブシネスクモデルを用いて、4 種類の斜面地形に対する碎波・遡上計算を行い、実験結果や既存の実験式に対する計算精度を検証した。本モデルは、2 段階勾配斜面面上の浅水・碎波・遡上変形による波高や平均水位分布のほか、斜面上の潜堤やバー・トラフ地形上でみられる波高分布を極めてよく再現するとともに、引き波時の水平ステップ先端の露出も安定に計算した。また、碎波帯内で生じる波高頻度分布の非対称化や成分波間の非線形干渉に対する再現性も良好であった。

1. はじめに

海浜や珊瑚礁などの極浅海域を含む海域の波浪変形計算を実施するためには、とくに碎波やそれによる波エネルギー減衰、波の遡上変形を高精度かつ安定に計算できるモデルの開発が不可欠である。サーフェス・ローラーの考え方や乱流モデルを導入した碎波モデルは、碎波後の乱れエネルギーの逸散過程を表現することができるが、碎波により生成される渦や乱れエネルギーの大きさを与える経験的なパラメータや生成項の選定には、なおも議論の余地があると思われる（例えば、大山・長谷部, 2001；有川・岡安, 2002）。一方、水際線近傍での波の変形を再現するために、碎波モデルとともに用いられる遡上モデル（例えば、Madsen ら, 1997；Kennedy ら, 2000）は、同時に、極浅海域における波浪変形計算を安定に実行させる役割も担っている。本研究では、乱れエネルギーの生成項に時間発展型の Bore モデルを適用した乱流モデルに基づく碎波モデルと、汀線移動や海底面の露出を許容する遡上モデルを備えたブシネスクモデルを用いて、潜堤や逆勾配斜面、水平ステップなどを含む 4 種類の斜面地形に対する碎波・遡上計算を行い、実験結果や既存の実験式に対する計算精度を検証した。

2. ブシネスクモデルによる碎波・遡上計算法

本研究では、浅海波に対する分散特性が改善された修正ブシネスク方程式を、ADI 法を用いて差分化した NOWT-PARI (平山ら, 1998) を用いた。ただし、1 次元計算では、水路に直角な y 方向の計算ステップでは連続式による水位の更新のみを行うようモデルを修正してある。さらに、碎波・遡上計算を行うために以下の境界処理法を導入した。水路に沿った x 方向に関するこれらの概要はつぎのようである。

(1) 碎波モデル

本研究で行う碎波計算には、1 方程式乱流モデルを導入した修正擬似段波モデル（平山・平石, 2004）を用いた。すなわち、碎波による乱れエネルギーの生成・逸散過程は水深方向に平均した乱流方程式によって算定され、その結果は渦動粘性係数を介してブシネスク方程式に追加した運動量拡散項に反映される（(1) 式および (4) 式）。乱れエネルギーの生成項は、時間領域へ拡張した Bore モデルによって直接算定されるエネルギー逸散率を、乱れスケールで除して与えた（(2) 式および (3) 式）。

1 方程式乱流モデル：
ここに、 $\epsilon = C_u K^{3/2} / l^*$ 、定数 $C_u = 0.09$ 、 $\sigma^* = 1.0$
 K は乱れエネルギー、 u は水深平均流速
 $l^* [\text{m}]$ は乱れスケールで、 $l^* = 1.5 H_0$ (H_0 は沖波波高)
乱れの生成項； $P^* [\text{m}^2/\text{s}^3]$ ：

$$\frac{\partial K}{\partial t} + u \frac{\partial K}{\partial x} = P^* - \epsilon + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\nu_t}{\sigma^*} \frac{\partial K}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (1)$$

$$P^* = P_g \frac{\partial E}{\partial x} / l^* \dots\dots\dots (2)$$

単位時間・単位長さあたりのエネルギー逸散率：
平山・平石 (2004) の (4) 式に、 $\alpha/\beta = 1$ 、 $\alpha' = -1$ を代入して、

$$P_g \frac{\partial E}{\partial x} = P_g \left[\frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{l}{2D_0} D^2 - D \right] - (l-1) \frac{\partial h}{\partial x} \right. \\ \left. + \frac{1}{g} \frac{\partial}{\partial x} \left[\left\{ \frac{1}{2D_0} \eta^2 + h \right\} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) \right] \right. \\ \left. + \frac{1}{6D_0} \left(\eta^3 + 3\eta^2 h - 2h^3 \right) \right. \\ \left. + \frac{1}{2} h^2 \left\{ \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\frac{P}{D} \right) \right\} \right] \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $l = \frac{D_0^2}{D_1 D_2}$ 、 $D_0 = \frac{D_1 + D_2}{2}$
 P は運動フラックス、 g は重力加速度である。
 η 、 h 、 D はそれぞれ水位変動、静水深と全水深
渦動粘性係数：

$$\nu_t = K^{1/2} l^* \dots\dots\dots (4)$$

碎波判定には、緩和された碎波判定条件に対してブシ

ネスク近似された水表面での鉛直圧力勾配を算定する方法を用いた。すなわち、 $-1/\rho g \partial p / \partial z|_{z=\eta} = 0.5$ とした。
ブシネスク近似された鉛直圧力勾配式：

$$-\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=\eta} = 1 - \frac{1}{g} \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{P}{D} \right) - \frac{D}{g} \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} \left(\frac{P}{D} \right) \dots \dots \dots (5)$$

さらに、ブシネスク方程式の弱非線形性による判定精度の低下を補うために、斜面勾配をゼロとした合田 (1973) による砕波限界波高の下限値を超えた波を砕波判定の対象とした。 T は代表波の周期、 h は静水深である。つまり、(6) 式の導入は、砕波が生じるための最小出現波高を各計算格子でそれぞれ予め規定することを意味する。実際に砕波するかどうかは (5) 式による判定結果に従う。

砕波限界波高の下限値：

$$\frac{H_b}{h} = \frac{A}{2\pi} (\sqrt{g/h} T)^2 \{1 - \exp[-3\pi^2/(\sqrt{g/h} T)^2]\} \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 $A=0.12$ 、 $\tan \theta=0$ とし、 $L_0=g/2\pi \cdot T^2$ を用いた。

(2) 遡上モデル

遡上モデルでは、水で覆われた水域格子と全水深が十分に小さい陸域格子との間の水位差を越流公式に代入して遡上・流下フラックス（以下ではまとめて越流フラックスと呼ぶ）を算定し、連続式の計算によって各計算格子の水位が更新されると水塊の遡上・流下が完了するものとした。ここで、水域と陸域の区別は全水深 D の大きさに判定され、 $D > \epsilon_{dry}$ のとき水域格子 (D_{water})、 $D < \epsilon_{dry}$ のとき陸域格子 (D_{land}) と定義した。本研究では最小

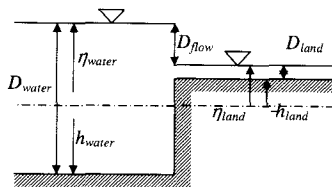


図-1 越流フラックスの定義

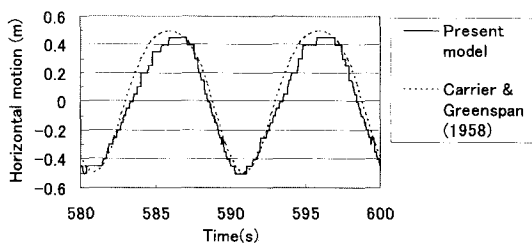


図-2 水平遡上距離の変化

浸水深 ϵ_{dry} は沖波波高の 1% とした。これらの定義を図-1 に示す。

水域格子と陸域格子の境界において、計算格子座標の正方向の越流フラックスは、越流水深 D_{flow} を用いて (7) 式のように算定される。ここで、越流係数は広頂げきに対する値などを参考に $C_0=0.6$ とした。一方、負方向の越流フラックスは、(7) 式の右辺に -1 を乗じて算定される。なお、越流水深は直前の水域格子の全水深を越えないものとし、逆に越流水深がゼロまたは負となるときは遡上・流下が生じず、通常、 $P_{flow}=0$ とした。

越流フラックス（正方向）：

$$\text{if } D \leq \epsilon_{dry}; P_{flow} = \begin{cases} C_0 \frac{2}{3} \sqrt{2g} (D_{flow})^{3/2} & (D_{flow} > 0) \\ 0 & (D_{flow} \leq 0) \end{cases} \dots \dots \dots (7)$$

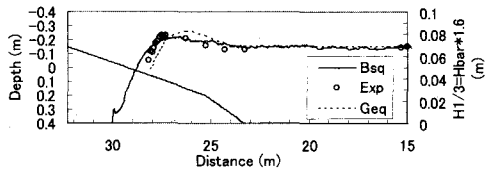
ここに、

$$D_{flow} = \begin{cases} 0 & (D_{land} \leq \epsilon_{dry}) \\ \Delta \eta & (D_{land} > \epsilon_{dry}) \end{cases}; \quad \Delta \eta = \eta_{water} - \eta_{land}$$

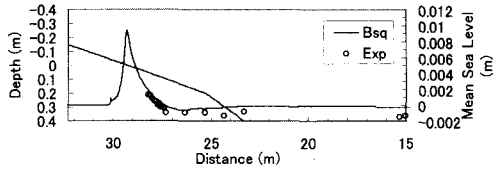
遡上モデルの基本的な性能を検証するために、Madsen 等 (1997) にならい、1/25 勾配の一樣斜面上で計算された非砕波の波の水平遡上距離を、非線形長波理論に基づく Carrier・Greenspan (1958) による理論値と比較した (図-2)。ここで、入射波高は 0.006 m、周期は 10 s とし、比較のために、ブシネスクモデルの分散項をすべて取り除いた非線形長波モデルによる計算を実施した。計算格子幅は $\Delta x=0.05$ m、差分時間は $\Delta t=0.05$ s である。

差分格子毎に水域と陸域の判定がなされるため、本モデルで計算された水平遡上距離の変化は階段状になるものの、最大遡上距離に対する誤差はたかだか 1 計算格子程度である。ただし、計算では遡上波の到達時刻に若干の遅れがみられるので、本モデルを津波の遡上計算などへ適用する場合には注意を要する。なお本研究では、越流係数のキャリブレーションはとくに行っていない。

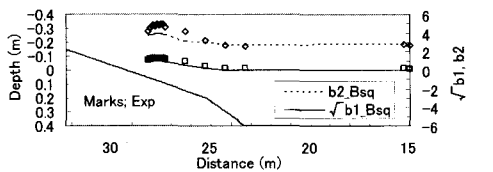
非線形分散波を対象とした遡上計算では、ブシネスクモデルの適用が有効である。ただし、本研究では低次のブシネスクモデルを用いたため、静水深がゼロまたは負の水域格子で分散項が計算されず、初期汀線より岸側では実質的に非線形長波方程式による遡上計算が実施される。これはむしろ、安定な遡上計算を実施するためには有利である。さらに本遡上モデルでは、後述する砕波実験の再現計算でも確認されたように、引き波時にリーフエッジが露出する場合でも発散することなく安定に計算を進めることができる。すなわち、露出部分は陸域格子とみなされ、水陸格子間の水位差から算定される越流フラックスによってリーフ上水塊の沖への流下や沖からリーフ上への波の遡上が生じるまで、運動方程式を計算することはない。このような不連続水面の境界で生じる



(a) 波高分布

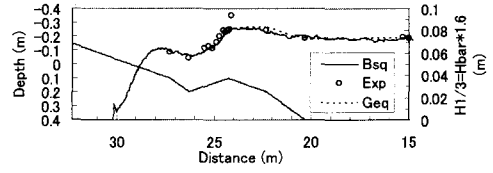


(b) 平均水位分布

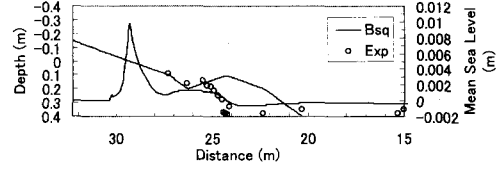


(c) 波形の非対称性 (ひずみ度: $\sqrt{b_1}$, 先鋭度: b_2)

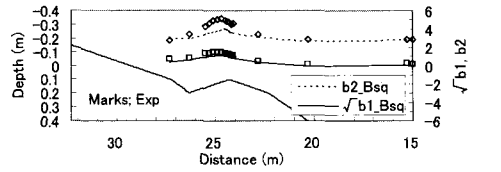
図-3 2段階勾配斜面地形 ($H_0=6.9$ cm, $T_{1/3}=1.5$ s) (白印: 実験値, (a), (b) の実線: ブシネスクモデル, (a) の点線: 合田 (1975) による碎波波高略算式)



(a) 波高分布

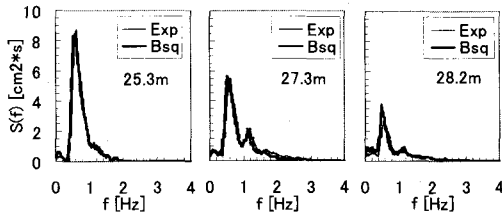


(b) 平均水位分布



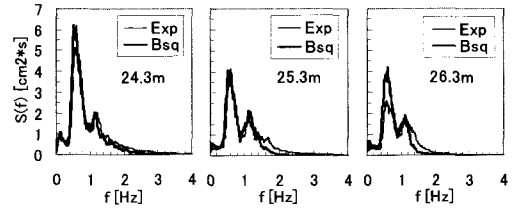
(c) 波形の非対称性 (ひずみ度: $\sqrt{b_1}$, 先鋭度: b_2)

図-5 バー・トラフ地形 ($H_0=7.4$ cm, $T_{1/3}=1.5$ s) (白印: 実験値, (a), (b) の実線: ブシネスクモデル, (a) の点線: 合田 (1975) による碎波波高略算式)



(a) 勾配変化点 (b) 碎波帯内沖 (c) 碎波帯内岸

図-4 スペクトル形状の変化 (2段階斜面地形) (細線: 実験値, 太線: ブシネスクモデル)



(a) バーの頂上 (b) 逆勾配斜面 (c) トラフ谷底

図-6 スペクトル形状の変化 (バー・トラフ地形) (細線: 実験値, 太線: ブシネスクモデル)

流れも非常に簡便な手法を用いて近似的に取り扱えることが本遡上モデルの大きな特長である。また、(7)式では x 方向の越流フラックスを示したが、 y 方向も同様に算定されるので、平面2次元波浪場への適用も容易である。

3. 碎波実験結果に対する計算精度の検証

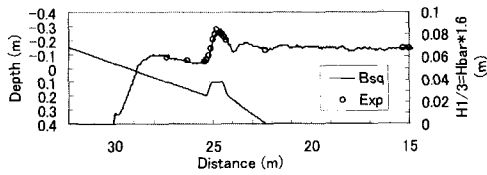
ブシネスクモデルを用いた碎波・遡上計算の妥当性を確認するために、①2段階勾配斜面、②バー・トラフ地形、③斜面上の潜堤、および④掘礁 (水平ステップ地形) のそれぞれについて行われた不規則波造波水路による碎波実験を対象に、2.で説明した NOWT-PARI による検証計算を実施した。計算はすべて模型量で実施し、模型実験の代表波に対して周期 1.2 s では非碎波、1.3 s, 1.4 s,

1.5 s では斜面またはステップ上で碎波するよう波高が調整された不規則波を、吸収造波境界によりそれぞれ入射した。差分条件は、 $\Delta x=0.05$ m, $\Delta t=5$ ms である。

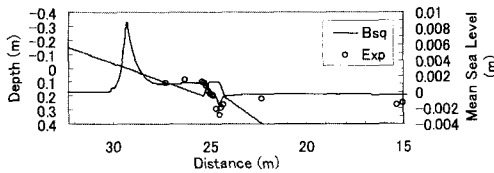
実験結果や既存の実験式に対して、計算により得られた有義波高、平均水位、波形の非対称性を表すパラメータ (ひずみ度、先鋭度) の空間分布を各模型断面についてそれぞれ、図-3, 5, 7, 9 に示す。また岸沖方向への周波数スペクトルの変化をそれぞれ、図-4, 6, 8, 10 に示す。

(1) 浅水・碎波・遡上変形

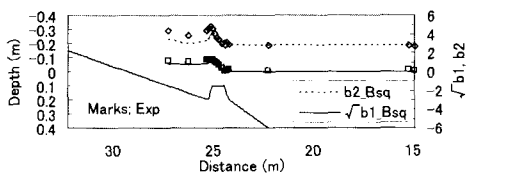
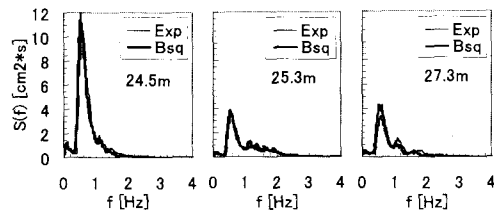
2段階斜面上で計算された波高分布は、ブシネスクモデルの弱非線形仮定のために、実験結果に比べ最大波高がやや小さく算定されることを除けば、概ね実験結果を再現している。合田 (1975) の碎波波高略算式で算定さ



(a) 波高分布



(b) 平均水位分布

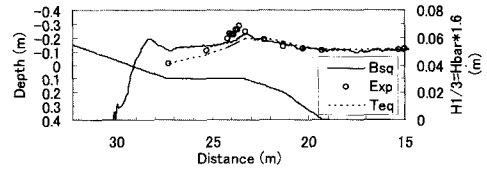
(c) 波形の非対称性 (ひずみ度: $\sqrt{b_1/b_2}$, 先鋭度: b_2)図-7 斜面上の潜堤 ($H_0=6.8$ cm, $T_{1/3}=1.5$ s) (白印: 実験値, (a), (b) の実線: プシネスクモデル)

(a) 潜堤前肩 (b) 潜堤後法先 (c) 背後斜面

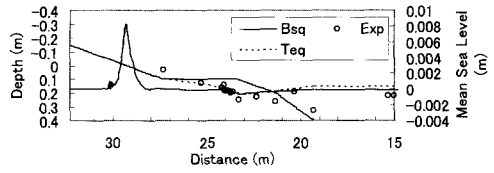
図-8 スペクトル形状の変化(斜面上の潜堤) (細線: 実験値, 太線: プシネスクモデル)

れた最大波高の出現位置はやや沖側にずれているが、これは勾配が変化する斜面に適用したことが原因であると考えられる。また、プシネスクモデルにより計算された平均水位分布は、同様に実験値とよく一致している。初期汀線以浅で平均水位が急速に減少しているのは、遡上波の有無に関わらず初期汀線以深と同様に平均水位を算出したためである。なお、波高・平均水位の計算値から推定される水平遡上距離は初期汀線から 70 cm であった。

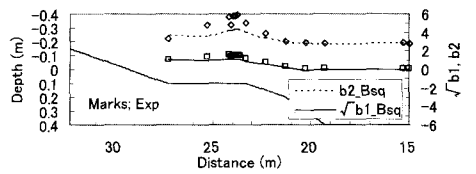
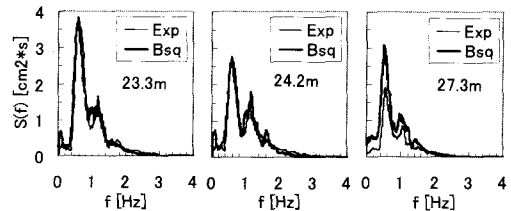
斜面上の潜堤やパー・トラフ地形を対象とした碎波・遡上計算では、乱流モデルから算定される渦動粘性係数の時空間分布を反映して、碎波後の波浪減衰の継続や局所的な波高の増加と減少を非常によく再現した。一方、これらの地形を対象に計算された平均水位分布は、とく



(a) 波高分布



(b) 平均水位分布

(c) 波形の非対称性 (ひずみ度: $\sqrt{b_1/b_2}$, 先鋭度: b_2)図-9 裾礁(水平ステップ地形) ($H_0=5.2$ cm, $T_{1/3}=1.5$ s) (白印: 実験値, (a), (b) の実線: プシネスクモデル, (a), (b) の点線: 高山ら (1977) によるリーフ波高式)

(a) ステップ起点 (b) ステップ上 (c) ステップ終点

図-10 スペクトル形状の変化(水平ステップ地形) (細線: 実験値, 太線: プシネスクモデル)

にパー・トラフ地形において上昇と下降の幅が小さく、波高分布に比べ実験結果に対する再現性が劣っている。逆勾配斜面上での水位上昇が十分に再現されない理由については、今後さらに検討する必要がある。

水平ステップ地形に対して計算された波高は、沖からステップ起点までは浅水変形の理論値や実験値と非常によく一致するものの、それより岸側の実験値やリーフ上の波高算定式 (高山ら, 1977) で示唆される波高減衰を十分に説明できなかった。またこれに伴い、ステップ上で計算された平均水位上昇も実験値や算定式に比べかなり小さかった。本稿では示していないが、模型実験では非碎波条件でも同様の波高減衰がみられたことから、これらの現象では、本計算で考慮していない他の波浪減衰

効果が支配的であったと考えられる。ステップ上の底面摩擦を主要因とした場合には、碎波実験で得られた波高減衰および平均水位上昇を説明するために、底面摩擦係数を $f=0.1$ とする必要があった。なお、高山らによるリーフ内波高算定式の係数 A は、江頭ら (1985) による方法に従い H_0/h_2 に比例するよう修正し、この実験に対する比例係数として、 $T_{1/3}=1.2-1.5$ s に対しともに 0.03 とした。

(2) 水面波形の非対称化

水面波形の非対称化に対する再現性を検討するために、それぞれの断面地形において算定された、波高頻度分布の左右非対称性を示すひずみ度 $\sqrt{\beta_1}(\sqrt{\beta_1})$ と、ピークのとり具合を示す先鋭度 $\beta_2(h_2)$ の分布を比較した。弱非線形仮定のブシネスクモデルによる計算値は、模型実験のものに比べ、とくに碎波帯内では両値とも若干小さめではあるが、碎波点近傍で非対称性が増加し、その後の伝播過程で非対称性が減少する傾向などと合わせ、実験結果を経てよく再現している。また、模型実験では潜堤背後で再び非対称性が増す傾向がみられるが、計算結果でもこれと同様な傾向が確認できる。

(3) 非線形干渉

波高分布が実験結果と非常によく一致した斜面上の潜堤や 2 段階勾配斜面に対する計算結果では、実験結果に対して、周波数スペクトル形状も碎波帯内外の各地点で非常によく一致した。それぞれのスペクトル形状には、成分波間の非線形干渉によって現れた、ピーク周波数の 2 倍周波数成分や 1/2 周波数成分によるピークや、高周波数側への裾の広がりなども含まれているため、少なくともこれらの地形に対して、ブシネスクモデルによる 2 次の非線形干渉に対する再現性は極めて良好であるといえる。一方、波高分布をよく再現したバー・トラフ地形に対する碎波計算では、ピークが出現する各周波数などは再現されたものの、模型実験で観測されたような逆勾配斜面上での高周波波成分の増大は不十分であり、この場合の非線形干渉に対する再現性の向上が今後の課題である。さらに、ステップ上の波高減衰を十分に再現できなかった水平ステップ地形に関しては、ステップ上で算定されたスペクトル値は実験値に比べ同様に大きいものの、その形状は模型実験によるものとよく一致した。

4. おわりに

ブシネスクモデルに、時間発展型の Bore モデルと 1 方程式乱流モデルを組み合わせた碎波モデルを導入して模型実験に対する検証計算を実施したところ、潜堤や逆勾配斜面、水平ステップを有する斜面上で観測された碎波後の波高や平均水位の分布、波高頻度分布の非対称化、成分波間の非線形干渉をほぼ再現できた。また、碎波モデルと共に用いた、海底面の露出を許容する遡上モデルによって、遡上波を安定に計算できることを確認した。

なお本研究は、著者の一人が James Cook 大学に滞在中に行ったものであり、良い機会を与えていただいた(独法) 港空研の小和田亮理事長、親切かつ適切なお指導を頂戴した Marine Modelling Unit の Thomas Hardy 先生と Luciano Mason 先生、碎波実験をご担当いただいた波浪研究室研修生峯村浩治氏に対し、ここに謝意を表します。

参考文献

- 有川太郎・岡安章夫 (2002): 非線形緩勾配方程式を用いた屈折・回折・碎波変形モデルの開発, 海工論文集, 第 49 巻, pp. 26-30.
- 江頭和彦・福田 功・岸良安治・西村達郎 (1985): リーフによる波浪変形の現地観測, 第 32 回海講論文集, pp. 90-94.
- 大山 巧・長谷部雅伸 (2001): 波による渦度供給を考慮した碎波帯内の波・流れ場のモデル化, 海工論文集, 第 48 巻, pp. 121-125.
- 合田良実 (1975): 浅海域における波浪の碎波変形, 港研報告, 第 14 巻, 第 3 号, pp. 59-106.
- 高山知司・神山 豊・菊地 治 (1977): リーフ上の波の変形に関する研究, 港研資料, No. 278, pp. 1-32.
- 平山克也・上原 功・永松宏一・平石哲也 (1998): 珊瑚礁リーフにおける波と流れの計算法の適用性, 海工論文集, 第 45 巻, pp. 161-165.
- 平山克也・平石哲也 (2004): ブシネスクモデルに適した碎波減衰モデル導入のための一考察, 第 29 回海洋開発シンポジウム講演会論文集 (印刷中).
- Carrier, G.F. and H.P., Greenspan (1958): Water waves of finite amplitude on a sloping beach, J. Fluid Mech. 4, pp. 97-109.
- Kennedy, A.B., Q., Chen, J.T., Kirby and R.A., Dalrymple (2000): Boussinesq Modeling of Wave Transformation, Breaking, and Runup. I: 1 D, J. Wtrwy., Port, Coast., and Oc. Engrg., Vol. 126, No. 1, ASCE, pp. 48-56.
- Madsen, P.A., O.R., Sorensen and H.A., Schaffer (1997): Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part I. Model description and cross-shore motion of regular waves, Coastal Eng., 32, pp. 255-287.