

潮位変動に対する飽和/不飽和砂地盤の応答予測

佐々真志*・李 風英**・関口秀雄***

本研究では、水面変動下における飽和/不飽和砂地盤の挙動を精確に予測するための解析フレームワークを提示している。すなわち、水際不飽和土の乾燥収縮、圧縮/せん断挙動、浸潤膨張とコラプス過程および繰返し塑性挙動を整合的に記述可能な一般化した弾塑性構成式を定式化した。本構成則と提案する増分形の水分特性式を組込むことにより、二次元弾塑性変形と間隙空気-水連成流れの場を一体的に予測する有限要素解析コードを開発した。本解析コードの予測能力を、サクシオン、飽和度変化及び体積変形に関する解析解、細砂と中砂に対する毛管上昇実験、さらには大蔵砂浜海岸の潮位変動応答の現地観測結果との突き合わせにより実証した。

1. はじめに

不飽和土は、地下水面の上方に存在し、毛管上昇や環境外力条件を反映して、サクシオンと飽和度に関する特徴的な分布を示す。不飽和土の工学的挙動に及ぼすサクシオンや飽和度の役割に関しては、これまでに数多くの研究がなされており、その結果、不飽和土の強度や変形特性には、サクシオンが重要な影響をもたらすことが明らかとなっている (Lloret・Alonso, 1980; Fredlund・Rahardjo, 1993; Cui・Delage, 1996)。不飽和土の弾塑性挙動のモデリングも近年特に注目を集めている (Alonsoら, 1990; Wheeler・Sivakumar, 1995; Thomas・He, 1998; Gallipoliら, 2003)。しかし、これまでの研究は主に粘土質土の不飽和挙動に力点が置かれてきたため、動的な環境外力を受けるような不飽和砂の弾塑性挙動に着目した研究は少ない。

一般に、水際の不飽和砂地盤の挙動は、波浪・潮汐や地下水変動等の影響を受けるため、本質的に非定常である。このことは、護岸背後の不飽和砂質盛土における空洞形成と、それによってもたらされた深刻な結果の事例 (土木学会海岸委員会, 2002; Sekiguchiら, 2002) にも反映されている。不飽和砂質地盤中の空洞の安定性には、サクシオンが大きな役割を担っている。すなわち、サクシオンが大きいと空洞を保持する能力が大きく、サクシオンがある限界値まで減少すると空洞は崩壊し、場合によっては地表に変状をもたらす。水面変動にともなう不飽和粒状土中のサクシオンの変化は、間隙流体 (空気と水) の動態と密接に関わっているため、その合理的な理解は極めて重要である。

本研究の目的は、護岸背面の砂質盛土の挙動を精確に予測し、砂浜海岸の安全管理に資するために、飽和/不飽和粒状土の弾塑性特性と間隙流体の流動特性を整合的に予測する連成解析法を開発することである。

本論文の構成は以下の通りである。先ず、水際不飽和土に対する一般形の平面ひずみ弾塑性構成式を提示する。そして、不飽和弾塑性土における間隙空気-水連成流れの場を予測するための有限要素解析フレームワークについて記述する。提案解析コードの予測能力を解析解、実験結果および現地計測の結果との比較により検証する。

2. 水際不飽和土の弾塑性構成モデリング

本研究では、ネット応力 $\sigma' = \sigma - u_a$ (σ は全応力, u_a は間隙空気圧) とサクシオン $s = u_a - u_w$ (u_w は間隙水圧) を応力変量として構成される Alonsoら (1990) による限界状態型の弾塑性モデルを、繰返し塑性論の枠組みで定式化することにより、一般化した不飽和土の平面ひずみ弾塑性構成式を導出している。すなわち、

$$d\sigma'_{ij} = C_{ijkl}^p d\epsilon_{kl} - \left\{ A_s + \frac{\lambda_s - \kappa_s}{v(s_0 + p_r)} \right\} C_{ijkl}^e \delta \kappa_l ds \dots \dots (1)$$

$$A_s = \frac{\kappa_s}{2v(s + p_r)} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 δ_{ij} は Kronecker のデルタ記号、 v は比体積 ($1 + e$)、 λ_s と κ_s はサクシオン変化に関わる圧縮指数と弾性圧縮指数、 s_0 は当該の土要素が過去に経験したサクシオンの最大値、 p_r は規準大気圧値を表す。ここで留意すべきことは、コラプス現象を記述するために、 $\sigma'_{ij}/2 > p_0$ かつ $ds < 0$ の場合には $\delta \kappa_l = -\delta \kappa_l$ と置き換えることである。

弾塑性テンソル C_{ijkl}^p は、次式のように定義される。

$$C_{ijkl}^p = D_{ijkl}^e - (D_{ijkl}^e \cdot \partial Q_1 / \partial \sigma'_{mn} \cdot \partial F_1 / \partial \sigma'_{st} \cdot D_{stkl}^e) / (h + \partial F_1 / \partial \sigma'_{st} \cdot D_{stuv}^e \cdot \partial Q_1 / \partial \sigma'_{uv}) \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 D_{ijkl}^e は弾性テンソル、 F_1 および Q_1 はネット応力に関する降伏及び塑性ポテンシャル関数、 h は塑性係数である。サクシオンが一定すなわち $ds = 0$ の場合には、上記の構成式 (1) は飽和土の構成式に帰着する。式 (1) によると、繰返し脱水/吸水過程における不飽和土の塑性圧縮ひずみの蓄積過程 (すなわち、サクシオン増加にともなう乾燥収縮と、サクシオン減少にともなうコラプス

* 正会員 博(工) 日本学術振興会特別研究員 京都大学防災研究所
** 学生会員 京都大学大学院工学研究科 社会基盤工学専攻
*** フェロー 工 博 京都大学教授 防災研究所

圧縮)の表現が可能である。

3. 飽和/不飽和地盤の弾塑性変形と間隙空気-水連成流れの一体解析

(1) 水分特性モデリング

土の飽和/不飽和浸透を予測する上で、水分特性モデル(飽和度 S_w -サクション関係)の役割は重要である。本研究では、水分ヒステリシスの予測を視野にいて、かつ不飽和弾塑性土における非定常な間隙空気-水連成流れの場を一体的に解析することを目的として、増分形式の水分特性式(4)を提案している。

$$dS_w = -\left(\frac{1-S_w}{n} \cdot A_s + a\right) \cdot ds \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに n は土の間隙率、 a は間隙空気量の変化の影響を表すパラメタである。式(4)において $a=0$ の際には、後述の乾燥空気質量が保存される場合の解析解に帰着する。

(2) 有限要素方程式

本研究では、増分表示の弾塑性構成式(1)および水分特性式(4)を組み込んだ有限要素方程式系、すなわち応力の釣合式、間隙空気及び間隙水の貯留方程式を定式化している。有限要素には、定ひずみ四辺形要素(Desai・Abel, 1972)を用いている。一次未知変量は、要素節点における変位増分ベクトル $\Delta U(J)$ 、要素重心点における間隙空気圧 $u_a(J)$ 及び間隙水圧 $u_w(J)$ である。ここに J は計算ステップを表す。

弾塑性構成式(1)を考慮した増分形の応力の釣合式は、上述の有限要素に対する変位-ひずみマトリックス $[B]$ を用いると、次式(5)のように表現できる。

$$[K]\{\Delta U(J)\} + [K_v]u_a(J) = \{\Delta Q(J-1)\} + [K_v]u_a(J-1) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$[K] = \int_v [B]^T [C^{ep}] [B] dV; [K_v] = \int_v [B_v] dV \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 ΔQ はサクション s 、物体力 b 、および表面力 T_s の変化による節点荷重の増分を表し、次式のかたちとなる。

$$\begin{aligned} \{\Delta Q(J-1)\} &= \int_v [B]^T [D^{ep}] \{\Delta s(J-1)\} dV \\ &+ \int_v [N]^T \{\Delta b(J-1)\} dV + \int_s [N]^T \{\Delta T_s(J-1)\} dS \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (7)$$

ただし、 $[N]$ は内挿関数、

$$D^{ep} = \left\{ \frac{\lambda_s - k_s}{v(s_0 + p_{at})} + A_s \right\} C_{ijkl}^{ep} \delta_{kl} \quad \dots\dots\dots (8)$$

間隙空気の質量保存を考慮した増分形の有限要素方程式は、次式のかたちとなる。

$$\begin{aligned} &[1 - S_w(J-1)][K_v]^T \{\Delta U(J)\} \\ &- \frac{n[1 - (1-H)S_w(J-1)]}{u_a(J-1) + p_{at}} S_x S_z \Delta u_a(J) \\ &+ \alpha u_a(J) + \sum_{i=1}^4 \{\alpha_i u_{ai}(J)\} = -S_x S_z n \Delta S_w(J-1) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここに S_x, S_z は四辺形要素の幅及び高さ、 H は間隙空気の水に対する Henry の溶存係数である。式(9)の $\alpha_i (i=1, 4)$ と $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4$ は透気特性に関する項である。

水分特性式(4)と間隙水の質量保存を考慮した増分形の有限要素方程式は、式(4)中のサクション増分を $\Delta s(J) = u_a(J) - u_w(J) - u_a(J-1) + u_w(J-1)$ と表現すると、次式のかたちとなる。

$$\begin{aligned} &\{S_x S_z n(J) - [K_v]^T \{\Delta U(J)\}\} C_{aw} u_w(J) + \beta u_w(J) \\ &+ \sum_{i=1}^4 \{\beta_i u_{wi}(J)\} = \{S_x S_z n(J) - [K_v]^T \{\Delta U(J)\}\} C_{aw} \\ &\cdot [u_a(J) - u_a(J-1) + u_w(J-1)] \\ &- S_w(J-1)[K_v]^T \{\Delta U(J)\} \quad \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

式(10)の C_{aw} は式(4)の右辺の係数を表し、 $\beta_i (i=1, 4)$ と $\beta = \beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4$ は透水特性に関する項である。

(3) 一体解析フレームワーク

上述の式(5)、(9)及び(10)に基づいて、飽和/不飽和地盤の弾塑性変形と間隙空気-水連成流れの一体解析を実施する。ここで留意すべきことは、式(10)が変位増分と間隙空気圧および変位増分と間隙水圧の積の項を含む非線形方程式であるため、全体系を2段階で解いていることである。本解析のフローチャートを図-1に示す。

計算開始時(ステップ1)のサクション及び飽和度増分はゼロとし、問題に対応した表面力増分を、解析対象の地盤領域に負荷する。連立一次方程式(5)及び(9)をガウスの消去法を用いて解く。各要素に対する変位増分と間隙空気圧の値を算出する。得られた変位増分 $\Delta U(J)$ 及び間隙空気圧値 $u_a(J)$ を代入した式(10)を解く。各要素に対する間隙水圧値 $u_w(J)$ を算出する。次のステップに対するサクション増分値を、 $\Delta s = (\Delta s(J) + \Delta s(J-1))/2$ とする。この取扱いは、数値的な振動を抑制する

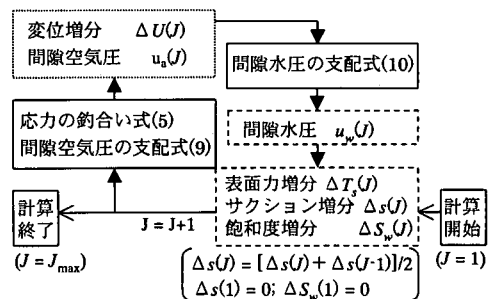


図-1 提案する連成弾塑性有限要素解析のフローチャート

上で有効である。算出したサクシオン増分値を用いて、式(4)により飽和度増分を求める。対象ステップまで、計算を行う。

4. サクシオン、飽和度及び体積変形の予測能力の検証

上述の連成弾塑性解析コードのサクシオン、飽和度及び体積ひずみ変化に関する予測能力を検証する。具体的には、不飽和土柱の浸潤膨張過程におけるサクシオン変化に関する熱伝導型偏微分方程式と飽和度変化に関する水分特性式の解析解と比較している。

すなわち、等方弾性変形、ネット応力変化ゼロならば

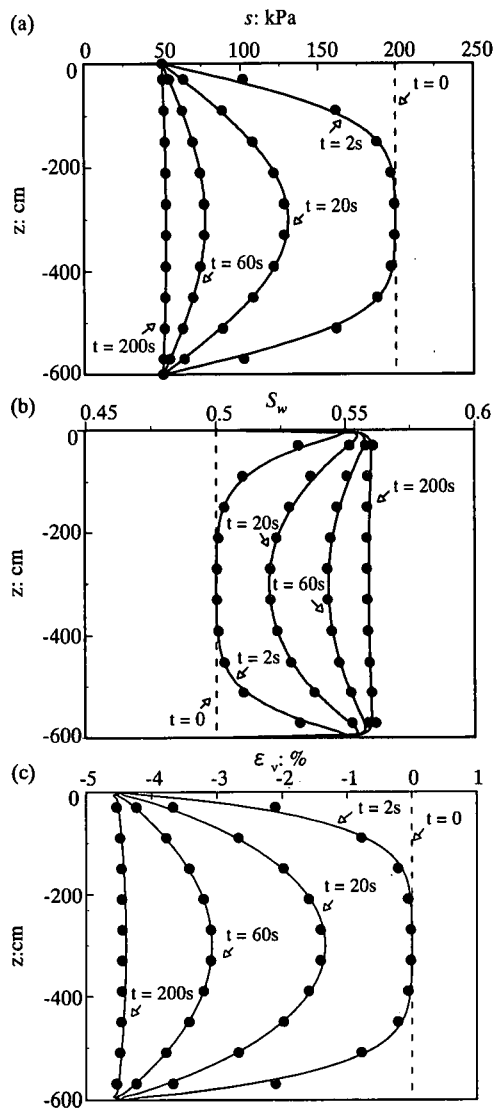


図-2 サクシオン、飽和度及び体積ひずみ分布の時間変化：
●有限要素解析 — 解析解

に乾燥空気質量が一定と仮定すると、式(11)と式(12)のかたちの解析解を得る。

$$s = s_b + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{2s_0}{N} \sin\left(\frac{2N}{D}z\right) \cdot \exp\left(-N^2 \frac{k_w}{\gamma_w A_s D^2} t\right) \dots\dots\dots (11)$$

$$S_w = 1 - (1 - S_{w0}) \exp\left[\frac{A_s}{n}(s - s_0)\right] \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $N = (2n+1)\pi/2$: n は任意の正整数、 D は不飽和土柱の厚さ、 k_w は不飽和土の透水係数、 s_b は不飽和土柱の両端面におけるサクシオン値、 s_0 と S_{w0} は、サクシオンと飽和度の初期値を表す。

有限要素解析におけるパラメタ設定は次のようである。高さ 600 cm、幅 80 cm の不飽和土を対象とする。初期条件は、 $u_a = 0$ kPa、 $u_w = -200$ kPa、 $U = 0$ 、 $S_w = 0.5$ 、 $n = 0.35$ 。境界条件は、 $u_a = 0$ kPa、 $u_w = -50$ kPa on $z = 0, -600$ cm、 $\partial u_a / \partial x = \partial u_w / \partial x = 0$ on $x = 0, 80$ cm。土のパラメタ値は一定とした： $A_s = 3.0 \times 10^{-4}$ kPa⁻¹、 $k_w = 0.1$ cm/s。サクシオン、飽和度及び体積ひずみ分布の時間変化の予測結果と対応する解析解を図-2に示す。不飽和土柱の両端面から水が内部に浸潤していく過程において、サクシオンは減少、飽和度は増加し、膨張する。時間 200 s の時点で実質的に定常状態となり、 $s = 50$ kPa、 $S_w = 0.56$ 、 $\epsilon_v = -4.5\%$ を得ている。

上述の有限要素解析による予測結果は、図-2(a)、(b)、(c)にプロットした解析解とよく整合している。

5. 不飽和砂地盤の移動境界問題への適用

本節では、提案解析フレームワークの不飽和砂地盤への代表的な適用例について述べる。

(1) 毛管上昇現象

毛管上昇は、不飽和砂の基本的かつ重要な特性である。解析対象とした不飽和細砂 (Silica 7 : $D_{50} = 0.14$ mm) と中砂 (Silica 5 : $D_{50} = 0.44$ mm) の毛管上昇現象の問題設定を図-3に示す。

ここでは、乾燥砂が定常水位の飽和砂に接した以降に発生する毛管上昇面の移動過程を予測することが課題と

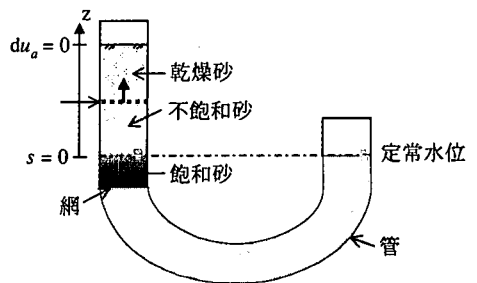


図-3 不飽和砂の毛管上昇現象の問題設定

なる。対象とした解析領域は、高さ 200 cm、幅 15 cm で、10 個の有限要素に分割した。毛管上昇予測のために設定した初期及び境界条件は次のようである。初期条件は、 $u_a=0$ kPa、 $s=20$ kPa、 $S_w=0.02$ 。境界条件は、不飽和砂の上面 ($z=200$ cm) では、 $u_a=0$ kPa、 $s=20$ kPa、下面 ($z=0$) では、 $u_a=0$ kPa、 $s=0$ kPa である。計算は時間ステップ 4 s で 24 時間を対象とした。解析に用いた細砂と中砂の主要なパラメタを表-1 にまとめている。また、実験に際しては、自由水面の水位を一定に保った状態で、毛管上昇の発達を観測した。

表-1 解析に用いた細砂、中砂及び礫質砂の主要なパラメタ

砂のタイプ	λ_s	κ_s	e	a (kPa ⁻¹)	k_w (mm/s)	k_a (mm/s)
Silica 7	0.3	0.25	0.94	0.001	0.022	0.05
Silica 5	0.2	0.15	0.73	0.001	0.083	0.5
大蔵礫砂	0.08	0.05	0.66	0.009	0.37	5.0

細砂 (Silica 7 : $D_{50}=0.14$ mm) と中砂 (Silica 5 : $D_{50}=0.44$ mm) における毛管上昇高さの時間変化の予測結果と実験結果を図-4 に示す。実験結果をみると、Silica 7 砂は Silica 5 砂に比べて、初期段階における毛管上昇速度が遅い。一方、最終的な毛管上昇高さは、Silica 7 砂では 42 cm と Silica 5 砂の 17 cm に比べて著しく大きいことがわかる。本解析結果は、このような砂の粒径の違いによる毛管上昇の進展過程の差異を、定量的によく説明している。

(2) 砂浜海岸の潮位変動応答

地下水面を含む砂浜海岸は、飽和/不飽和砂地盤であり、潮位変動の影響を受けて、サクシオンや水分特性が動的に変化する。本節では、国土交通省姫路工事事務所によって 1 ヶ月にわたり行われた大蔵砂浜海岸におけるサクシオンと水分変動の現地観測をとりあげる。観測場所の平面図を図-5 に示す。砂浜は主に粗砂 ($D_{50}=1$

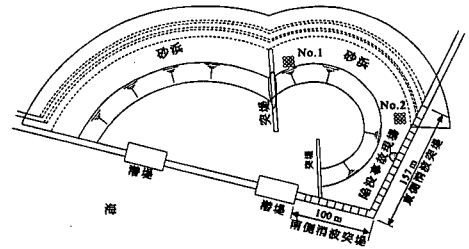


図-5 大蔵砂浜海岸の平面図

mm) によって構成される。砂浜の東及び南側には突堤がある。東側突堤に接した砂浜部が、空洞陥没事故 (土木学会海岸委員会, 2002) の箇所である。以下に記す解析では、No. 1 地点における応答を対象とし、降雨の影響のない 1 週間を考える。

解析に際しては、実際に観測された変動潮位 $z_t = z_0 - \eta(t)$ (z_0 は平均地下水位、 $\eta(t)$ は観測潮位変動) を入力として、飽和/不飽和砂地盤内の地下水位変動を同定し、平均地下水面上の地点におけるサクシオンと飽和度の発達性状を予測している (図-6)。平面ひずみ解析のために設定した対象領域は、幅 6 m、高さ 5 m であり、150 個の有限要素に分割した。平均地下水位 $z_0 = -2.5$ m である。サクシオンと飽和度に関する初期条件は、上述の連続観測の直前に行われた地盤内 5 点における計測結果を参考に、次のように設定した。 $s_i = 2.5$ kPa、 $S_{wi} = 80\%$ on $z = -2.25$ m、 $s_i = 4.0$ kPa、 $S_{wi} = 20\%$ on $z = -1.75$, -1.25 , -0.75 , -0.25 m。潮位変動を負荷するために設定した $x=0$ における境界条件は次のようである。

$$\begin{aligned} u_w &= -\gamma_w(z - z_t) & \text{for } z \leq z_t \\ u_w &= s_i(z) & \text{for } z_t < z \text{ and } z_0 < z \dots\dots\dots (13) \\ u_w &= s_i(z)_{\min} & \text{for } z_t < z \leq z_0 \end{aligned}$$

ここに、 $s_i(z)_{\min}$ は $s_i(z)$ の最小値を表す。これは、最初に水没していた領域が、地下水面低下により不飽和状態になった際のサクシオン値に対応している。解析に用いた大蔵礫質砂のパラメタを表-1 にまとめている。

潮位変動にともなう地下水位変動の予測結果と実測結果を図-7(a) に示す。地下水位は、潮位とほぼ同位相で

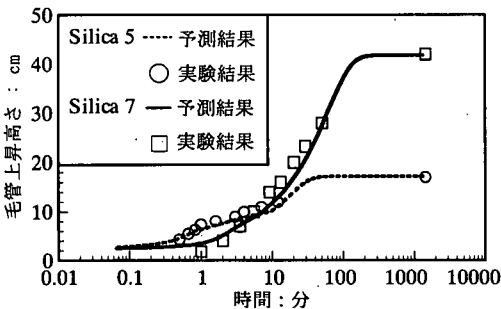


図-4 細砂と中砂における毛管上昇高さの時間変化：予測と実験結果

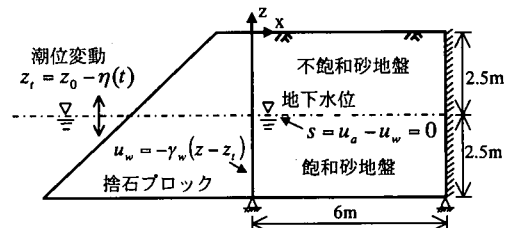


図-6 飽和/不飽和砂地盤の潮位変動応答解析の問題設定

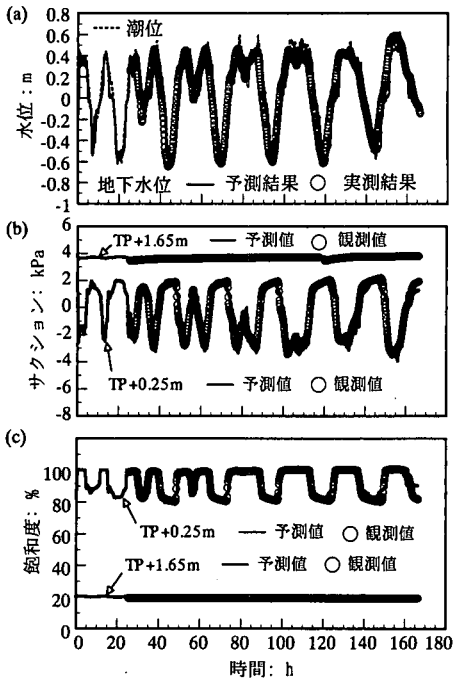


図-7 潮位変動に対する地下水位、サクシオン及び飽和度変化：予測と観測結果

両振幅にして約0.9m～1.2mの間で変化しており、解析でもよく追隨できていることがわかる。平均地下水面の上よりTP+0.25mとTP+1.65mの地点におけるサクシオン変化の時刻歴の予測結果と観測結果を図-7(b)に示す。観測結果をみると、平均地下水面近くのTP+0.25mの地点では、サクシオンは4～6kPaの間で変動しているのに対し、TP+1.65mの地点では、サクシオン変化は0.2kPa程度と小さい。また、TP+0.25mの地点のサクシオンは、当該地点近傍の地下水位変動(図-7(a)参照)に対して、非常に敏感な変化を示している。本解析結果によると、上述のようなサクシオン変動の特徴を精度よく再現している。対応する飽和度変化の時刻歴の予測と観測結果を図-7(c)に示す。サクシオン変動にともなう、TP+0.25mの地点では、飽和度が80～100%の間で変動している。本解析によると、このような不飽和/飽和状態間の非定常な遷移過程も忠実に再現することができる。

6. まとめ

一般化した不飽和土の弾塑性構成式と増分形式の新たな水分特性式を提案し、これらを組込むことにより二次元弾塑性変形/間隙空気-水連成流れの場を一体的に予測しうる有限要素解析コードを開発した。提案連成弾塑性

解析コードの予測能力を、解析解、実験結果及び現地計測の結果との比較により検証した。得られた主要な知見は以下の通りである。

不飽和土の一次元浸潤過程におけるサクシオン、飽和度および体積ひずみ分布の時間変化に関する解析解を求め、それらと有限要素解析による予測結果を比較した。その結果、両者はよく一致した。

細砂と中砂における毛管上昇実験を行った。細砂においては、初期段階の毛管上昇速度が遅い一方で、最終的な毛管上昇高さは42cmと大きかった。中砂においては、毛管上昇速度が速い一方で、最終的な毛管上昇高さは17cmにとどまった。本解析法によると、上述のような砂の粒径の違いによる毛管上昇形態の顕著な差異を定量的によく説明した。

潮位変動に対して大蔵砂浜海岸のサクシオンと飽和度は敏感な変化を示した。本解析法によると、上述の観測結果を精度よく再現できる。以上のことは、今後の水面変動下における不飽和砂質盛土挙動の詳細解析に有用な情報を与えている。

謝辞：大蔵砂浜海岸におけるサクシオンと水分変動の現地観測データの参照をお認めいただいた国土交通省姫路工事事務所の関係各位に感謝の意を表します。

参考文献

- 土木学会海岸工学委員会 (2002): 大蔵海岸 陥没事故調査報告書。
- Alonso, E. E., A. Gens and A. Josa (1990): A constitutive model for partially saturated soils. *Geotechnique* 40, No. 3, pp. 405-430.
- Cui, Y. G. and P. Delage (1996): Yielding and plastic behaviour of an unsaturated compacted silt. *Geotechnique* 46, No. 2, pp. 291-311.
- Desai, C. S. and J. F. Abel (1972): Introduction to the finite element method. New York: Van Nostrand Reinhold.
- Fredlund, D. G. and H. Rahardjo (1993): Soil mechanics for unsaturated soils. New York: Wiley.
- Gallipoli, D., A. Gens, R. Sharma and J. Vaunat (2003): An elasto-plastic model for unsaturated soil incorporating the effects of suction and degree of saturation on mechanical behaviour. *Geotechnique* 53, No. 1, pp. 123-135.
- Lloret, A. and E. E. Alonso (1980): Consolidation of unsaturated soils including swelling and collapse behaviour. *Geotechnique* 30, No. 4, pp. 449-477.
- Sekiguchi, H., S. Sassa and F. Li (2002): Instability of fluid-granular soil systems subjected to dynamic environmental loading. Proc. 5th Taiwan-Japan Joint Seminar on Natural Hazards Mitigation, Taiwan, pp. 345-354.
- Thomas, H. R. and Y. He (1998): Modelling the behaviour of unsaturated soil using an elastoplastic constitutive model. *Geotechnique* 48, No. 5, pp. 589-603.
- Wheeler, S. J. and V. Sivakumar (1995): An elasto-plastic critical state framework for unsaturated soil. *Geotechnique* 45, No. 1, pp. 35-53.