

ケーソン連結目地内での流体共振特性とその発生条件

斎藤 武久*・荒木 孝之**・G. P. Miao***・石田 啓****

ケーソン防波堤連結目地内における流体共振現象の発生の有無および発生条件を理論解析および室内実験により検討した。漸近接合法を用いた理論解析から、ケーソン防波堤へ入射波が直角入射する場合、流体共振の発生条件に関する漸近解が $kL = n\pi$ ($n=1, 2, \dots$; k : 波数, L : 目地長さ) となることが分かった。さらに、実験から、目地内で流体共振現象が発生することを確認し、最大波高が入射波高の 4 倍を上回る共振状態は、本研究で対象とした実験範囲において $kL=2.5 \sim 3.5$ の場合に発生することが明らかになった。また、流体共振時の目地内最大波高は入射波高の増加とともに増加し、砕波に至ることが分かった。

1. 緒 論

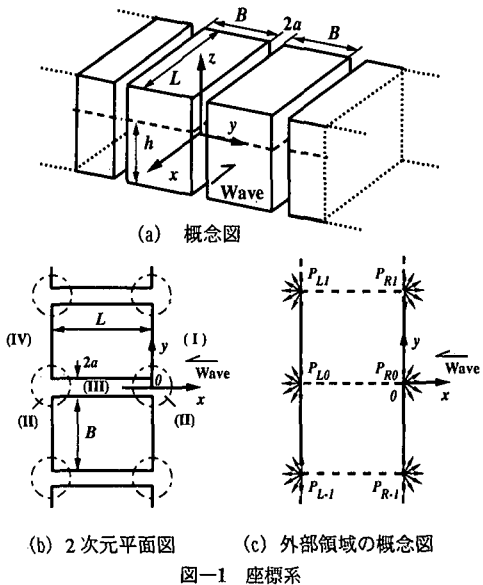
悲しく痛ましい事故となった大蔵海岸陥没事故では、ケーソン護岸連結目地内の防砂板が破損し、背後砂が流れ出したことが主な事故原因と報告されている。通常、背後砂の吸い出し問題は、ケーソン前面での水圧変動に連動した陸側地盤内の間隙水圧変動と関連して多くの研究が行われてきている (例えば、高橋ら, 1995)。しかし、防砂板の破損理由を検討する場合、主要な外力となる目地内の波力評価は重要であり、再発防止のため、連結目地内の流体運動を正確に把握することが必要不可欠であると考えられる。ところが、ケーソン式構造物中の連結目地のサイズは構造の代表長さに比べて微小であるため、ケーソン護岸に限らず、目地内での流体運動がこれまで技術的に論じられることは少なかった。

これに関して、著者らは、近接された 2 ケーソン間の流体運動特性に関して、境界要素法を用いた数値解析および漸近接合法を用いた理論解析 (Miao et al., 2001, 斎藤ら, 2001)、さらに、実験の結果 (Saitoh et al., 2001) から、間隙内でケーソン近接効果による流体共振が発生することを明らかにし、これに伴う多くの危険性を示唆してきている。

本研究では、上述の研究を発展させ、ケーソン防波堤を対象に、連結目地内での流体特性および流体共振の発生条件を理論的および実験的に考究する。特に、実験では、流体共振現象の発生範囲、さらに、流体共振発生時における入射波高の変化に対する目地内波高の変化特性を検討する。

2. 理論解析

図-1(a)に座標系を示す。本研究では、幅 B および目地長さ L のケーソンが、一定水深 h 上に目地幅 $2a$ で無限列配置され、入射波がケーソンへ直角に入射する場合



を想定する。なお、目地内の最も基本的な流体運動を解析し、その特性を把握するため、線形ポテンシャル理論を用いる。このとき、流体場の速度ポテンシャル ϕ は角振動数 ω の調和運動を仮定することにより、 $\phi(x, y, z, t) = \hat{\phi}(x, y, z)e^{-i\omega t}$ と記述できる。ここで、 $\hat{\phi}(x, y, z)$ は、入射波および壁面からの反射波や目地からの擾乱波による速度ポテンシャルの和であり、入射波 $\hat{\phi}_I(x, y, z)$ は次式で与えられる。

$$\hat{\phi}_I(x, y, z) = \phi_I(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \dots \dots \dots (1)$$

$$\phi_I(x, y) = \bar{A}e^{-ikx}, \bar{A} = -\frac{igA}{\omega}, i = \sqrt{-1} \dots \dots (2)$$

式中、 A は振幅、 g は重力加速度、 k は波数を表す。さらに、入射波以外の速度ポテンシャル $\hat{\phi}_R(x, y, z)$ は、ケーソンの断面が鉛直方向に変化しないことを考慮し、入射波と同様な z 方向への変数分離を用いて次式で定義する。

* 正会員 博(工) 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
** 正会員 修(工) KK 建設技術研究所
*** Ph.D. Prof. of Shanghai Jiao Tong University
**** 正会員 工 博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科

$$\hat{\phi}_T(x, y, z) = \phi_T(x, y) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \quad \dots\dots\dots (3)$$

この場合、式(3)は水面および水底の境界条件を満足するため、上述の境界値問題は図-1(b)に示す2次元問題として扱うことが可能となる。

以下では、まず図-1(b)の全領域を、(I)入射波側外部領域、(II)目地端部領域、(III)目地内部領域、(IV)透過波側外部領域に分割する。さらに、各領域の速度ポテンシャルを定義し、隣接する他の領域への漸近速度ポテンシャルを誘導する。

(1) 外部領域の速度ポテンシャル

目地が波動場に及ぼす影響は、目地端部あるいは目地内部で大きく、外部領域では極めて小さくなる。そこで、外部領域では図-1(c)に示すように、目地を取り除いた連続直立壁上に点湧き出しを設けることによって、目地が外部領域に及ぼす影響を考慮する。

このとき、入射波側外部領域(I)の速度ポテンシャルは直立壁からの反射波 $\phi_R(x, y)$ および点湧き出し $\phi_S(x, y)$ の和として次式で与えられる。

$$\phi_R + \phi_S = \bar{A} e^{ikx} + \sum_{m=-\infty}^{+\infty} Q_{Rm} H_0^{(1)}(kr_{Rm}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

式中 $H_0^{(1)}(kr_{Rm})$ は0次第一種ハンケル関数を表し、 Q_{Rm} は P_{Rm} 上の点湧き出しの強さ、 r_{Rm} は P_{Rm} から対象点までの距離を表す。なお、 $\phi_S(x, y)$ は入射波と直交する壁面上に等間隔に配置される。このため、対称性を利用し、未知数として同一の湧き出し強さ Q_R を用いると、入射波側外部領域の速度ポテンシャル ϕ_0 は次式となる。

$$\phi_0 = \phi_I + \phi_R + \phi_S = 2\bar{A} \cos kx + Q_R \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kr_{Rm}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

さらに、上述の対称性より、 x 軸上の目地のみに着目し、式(5)を P_{R0} 上の湧き出し点へ漸近展開すると、漸近速度ポテンシャルは次式のように誘導できる。

$$\phi_0|_{P-P_{R0}} = 2\bar{A} + Q_R \left(1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{\gamma k r_{R0}}{2} + 2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kmd) \right) \quad \dots\dots\dots (6)$$

式中、 $d = B + 2a$ 、 $\ln \gamma$ はオイラー一定数 $0.5772157 \dots$ を表す。

一方、透過波側外部領域(IV)では、速度ポテンシャルは点湧き出しのみからなる次式で与えられる。

$$\phi_0 = \phi_S = Q_L \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kr_{Lm}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

また、式(6)の場合と同様に、 P_{L0} 上の湧き出し点への漸近速度ポテンシャルは、次式のように誘導できる。

$$\phi_0|_{P-P_{L0}} = Q_L \left(1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{\gamma k r_{L0}}{2} + 2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kmd) \right) \quad \dots\dots\dots (8)$$

(2) 目地端部領域の速度ポテンシャル

目地端部領域の速度ポテンシャルは、図-2に示すシュワルツークリstoff変換

$$\hat{z} = \frac{2a}{\pi} \left[-\hat{j}(\tau^2 - 1)^{\frac{1}{2}} + \ln(\tau / ((\tau^2 - 1)^{\frac{1}{2}} + \hat{j})) \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\hat{z} = x + \hat{j}y = re^{i\theta}, \quad \hat{j} = \sqrt{-1}$$

を用いて次式で表す。

$$\phi = \text{Re } W(\tau) = \text{Re}(M \ln \tau + C) \quad \dots\dots\dots (10)$$

式(10)の中で、未知数は M と C (共に実数)である。また、 Re は実部をとることを意味する。以下、式(9)の関数特性を利用し、 x の負領域、正領域にわけて $x=0$ への漸近速度ポテンシャルを誘導する。

x の負領域($|\hat{z}|/a$ が大きな値の場合に、 $|\tau|$ が小さな値となる領域)では、式(9)右辺を漸近展開することにより、次式の関係が得られる。

$$\frac{\pi \hat{z}}{2a} = 1 + \ln \tau - \ln 2\hat{j} + O(\tau^2) = \ln \frac{e\tau}{2\hat{j}} + O(\tau^2)$$

$$\tau = \frac{2\hat{j}}{e} e^{\frac{\pi \hat{z}}{2a}}, \quad \ln \tau = \frac{\pi \hat{z}}{2a} - \ln \frac{e}{2\hat{j}}$$

上式の関係を式(10)へ代入することにより次式の漸近速度ポテンシャルが誘導される。

$$\phi_0|_{x<0} \sim \text{Re} \left(M \left[\frac{\pi \hat{z}}{2a} - \ln \frac{e}{2\hat{j}} \right] + C \right)$$

$$= M \frac{\pi x}{2a} - M \ln \frac{e}{2} + C \quad \dots\dots\dots (11)$$

また、 x の正領域($|\hat{z}|/a$ が大きな値となる場合に、 $|\tau|$ が大きな値となる領域)では、式(11)右辺を漸近展開することにより、次式の関係が得られる。

$$\hat{z} = \frac{2a}{\pi} \left[-\hat{j}\tau + O\left(\frac{1}{\tau}\right) \right], \quad -\hat{j}\tau = \frac{\pi \hat{z}}{2a} \left[1 + O\left(\frac{a}{\hat{z}}\right)^2 \right]$$

x の負領域の場合と同様に、式(10)へ代入することにより次式の漸近速度ポテンシャルが誘導できる。

$$\phi_0|_{x>0} \sim \text{Re} \left(M \ln \frac{\hat{j}\pi \hat{z}}{2a} + C \right) = M \ln \frac{\pi r}{2a} + C \quad \dots\dots\dots (12)$$

なお、図-2の平面で、 $x=0$ から $x=-L$ への平行移動と 180° の回転で変換された座標系を用い、上述と同様の誘導過程から、 $x=-L$ における目地端部での漸近速度ポテンシャルは、未知数 $\bar{M}$ および $\bar{C}$ を用いて類似した関係式として誘導される。

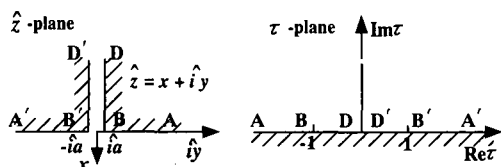


図-2 $\hat{z}$ 平面と τ 平面に関する写像変換

(3) 目地内部領域の速度ポテンシャル

目地内部領域の速度ポテンシャルは、 $2a \ll L, B$ より、流体場 y 向変化を無視し、線形波理論の一般解として次式で与える。

$$\phi_{g-in} = \bar{B}e^{-ikx} + De^{ikx} \dots\dots\dots (13)$$

式中 $\bar{B}$ および D は目地内の流体運動振幅に関する未知数である。式 (13) を $x=0$ および $x=-L$ へ漸近展開すると、目地内部領域の漸近速度ポテンシャルは次式となる。

$$\phi_{g-in}|_{x=0} = (\bar{B} + D) + ik(-\bar{B} + D)x + \dots + O(kx)^2 \dots\dots\dots (14)$$

$$\begin{aligned} \phi_{g-in}|_{x=-L} &= (\bar{B}e^{ikL} + De^{-ikL}) \\ &+ ik(-\bar{B}e^{ikL} + De^{-ikL})(x+L) + \dots + O(k(x+L))^2 \end{aligned} \dots\dots\dots (15)$$

(4) 共振発生条件の理論解

$x=0$ の目地端部において、式 (6) と式 (12)、式 (11) と式 (14) をそれぞれ項別に等値することにより、次式の関係が導かれる。

$$\bar{B} + D = C - M \ln \frac{e}{2} \dots\dots\dots (16)$$

$$ik(-\bar{B} + D) = \frac{\pi M}{2a} \dots\dots\dots (17)$$

$$\begin{aligned} 2\bar{A} + \left(1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{\gamma k}{2} + 2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kmd)\right) Q_R \\ = C + M \ln \frac{\pi}{2a} \end{aligned} \dots\dots\dots (18)$$

$$\frac{2i}{\pi} Q_R = M \dots\dots\dots (19)$$

同様に、 $x=-L$ の目地端部において、次式の関係が導かれる。

$$\bar{B}e^{ikL} + De^{-ikL} = \bar{C} - \bar{M} \ln \frac{e}{2} \dots\dots\dots (20)$$

$$ik(-\bar{B}e^{ikL} + De^{-ikL}) = \frac{\pi \bar{M}}{2a} \dots\dots\dots (21)$$

$$\left(1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{\gamma k}{2} + 2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kmd)\right) Q_L = \bar{C} + \bar{M} \ln \frac{\pi}{2a} \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{2i}{\pi} Q_L = \bar{M} \dots\dots\dots (23)$$

以上の式 (16) から式 (23) が、未知係数と湧き出し強さを含む連立方程式となる。式中、 $\bar{B}$ および D が目地内の波高の大きさに関係するため、 $\bar{B}$ および D が無限大になる場合が共振の発生を意味する。

そこで、式 (16) から式 (23) 中の $M, \bar{M}, C, \bar{C}, Q_R, Q_L$ を消去し、 $\bar{B}$ および D に対する連立方程式、 $(1 + ka\bar{R})\bar{B} + (1 - ka\bar{R})D = 2\bar{A}$
 $(1 - ka\bar{R})e^{ikL}\bar{B} + (1 + ka\bar{R})e^{-ikL}D = 0$

から、行列式をゼロとした式 (23) に注目する。

$$[1 + (ka)^2 \bar{R}^2] \sin kL + 2ika\bar{R} \cos kL = 0 \dots\dots\dots (24)$$

ここで、 $\bar{R}_R$ と $\bar{R}_L$ は次式による置き換えを行った。

$$\bar{R} = 1 + \frac{2i}{\pi} \ln \frac{2\gamma ka}{e\pi} + 2 \sum_{m=-\infty}^{+\infty} H_0^{(1)}(kmd)$$

このとき、式 (24) の中で、 $ka \rightarrow 0$ とした、漸近解として、共振の発生条件は $\sin kL = 0, kL = n\pi (n=1, 2, \dots)$ となることが分かる。なお、 ka が有限値の場合、共振の発生条件は、式 (24) を満たすように、 $kL = n\pi$ の条件から多少移動することになる。

3. 実験装置および実験方法

図-3 に実験装置の概要を示す。水槽中央部に長さ $L=77$ cm, 幅 38.5 cm の 2 つのアクリル製ケーソンを設置することにより、目地を入射波側および透過波側ともに開放し、かつ入射波に対向して無限列となるケーソンの配置を想定した。この際、水槽側面とケーソンとの間にアクリル板を挿入することにより、目地幅を $2a=3, 2.6, 2, 1.4$ cm として変化させた。実験では、水深を 20 cm に固定し、入射波周期 $T=0.83 \sim 2$ s, 入射波高 $H=0.8 \sim 2.3$ cm とし、合計約 150 ケースを実験の対象とした。目地内部および目地外部の水位の時間変化は入射波の進行方向に平行な水槽の中心線上の 27 箇所において容量式波高計を用いて計測した。このとき、目地内部では 1 つ、目地外部では 3 つの波高計を移動しながら、造波開始直後（厳密には、計測点 0 の波高計の水位が静水位より 2.5 mm 以上の値を記録してから）に 160 s 間の計測を行うことによって、計測位置の異なる計測データの同期をとった。後述する平均波高の空間分布の算定では、計測された水位の時間変化データの中で、後半の 100 s 間のデータを用いて計算を行った。また、目地内部の水面変動は水槽側面に設置した高速度ビデオカメラ (500 コマ/s) で、造波開始後 60 s 経過後から撮影を行った。なお、共振発生域の判定では、 $H=1.5$ cm 以下の入射波高に対して、入射波周期を変化（入射波の周波数を 0.01 Hz 間隔で変化）させ、目地内最大波高 H_0 が入射波高の 4 倍を上回る入射波周期の範囲を共振発生域とした。さらに、共振発生時の入射波高の変化に対する目地内波高

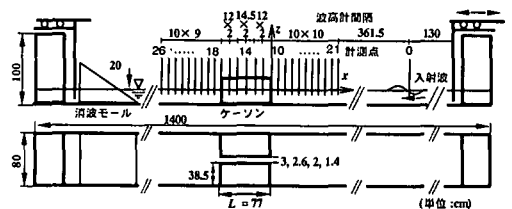


図-3 実験装置

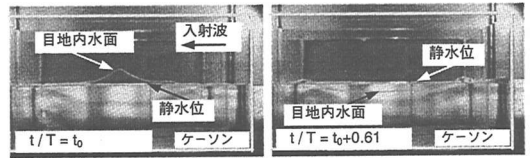
の変化は、上述の結果から得られた目地内最大波高の中で、最も波高が大きかった入射波周期の場合を対象として計測を行った。

4. 実験結果および考察

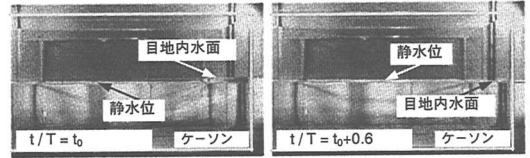
写真-1 に目地内の水面形状を例示する。(a)は入射波周期 T が 1.22 s (図中の $t=t_0$ は、目地中央での水位が最大となった時)(b)は 2 s (図中の $t=t_0$ は、ケーソン前面目地部での水位が最大となった時)で、ともに目地幅が 3 cm および入射波高 H が 1.2 cm の場合である。写真より、(a)の場合、水面変動は、目地中央を中心とした左右対称形であり、目地両端を節とする1次モードの流体共振現象に極めて近い変動特性を示していることが分かる。このときの目地中央位置における水位の時間変化を図-4に示すが、造波開始後すぐに、波高は入射波高の8倍を越える大きな値となり、さらに、水面変動の周期は、入射波の周期と一致していることが確認できる。一方、(b)の場合、(a)に見られるような特な水面変動は確認できない。また、他の入射波周期の場合も同様に、(a)のような特な水面変動は確認できなかった。以上のことは、特定の入射波周期において得意な水面変動が発生すること意味するもので、目地内での流体共振現象の発生を示すものである。なお、目地中央部で波高が極値をとる水面変動の発生は、平面波浪場に2つの矩形断面柱体を近接設置させた場合の数値解析(斎藤ら, 2001)でも同様な結果が確認されている。

次に、目地幅が 2 cm の場合の波高の空間分布を図-5に例示する。図中において、 $x=-77\text{ cm}\sim 0\text{ cm}$ の位置が目地内部に相当する。図より、すべての入射波周期に対して、ケーソン前面では反射波による重複波が発生し、ケーソン背後では、透過波が非常に小さくなっていることが分かる。一方、目地内の波高は、 $T=1.27\text{ s}$ の場合に極めて大きくなり、目地中央の波高は、入射波高の7倍を上回っている。さらに、目地内の極端な波高変化が目地外部に影響を与えるため、ケーソン背後における波高が他の場合に比べわずかに大きくなっている。これに対して、 $T=1.27\text{ s}$ から離れた $T=1\text{ s}$ および 2 s の場合、目地内の最大波高は、ケーソン前面の重複波の波高とほぼ等しく、目地内の波高がケーソン前面で形成される波高と同程度となることが分かる。

以上により、目地内での流体共振現象の発生を実験的に確認し、流体共振発生時における目地内外の波高特性について述べた。続いて、本研究で対象としたすべての実験条件から、目地内での流体共振の発生範囲を整理した結果を図-6に示す。図中、横軸 kL は、入射波周期および水深により線形波理論から求めた波数 k とケーソンの長さ L との積からなる無次元波数であり、縦軸は、目



(a) $T=1.22\text{ s}$



(b) $T=2\text{ s}$

写真-1 共振時の目地内水位変動特性
 (目地幅 3 cm , $H=1.2\text{ cm}$)

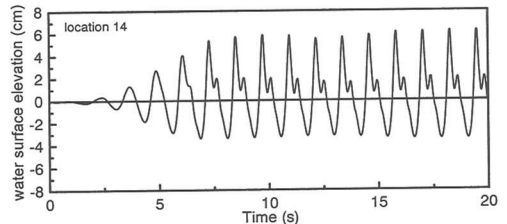


図-4 目地内水位の時間変化
 (目地幅 3 cm , $T=1.22\text{ s}$, $H=1.2\text{ cm}$)

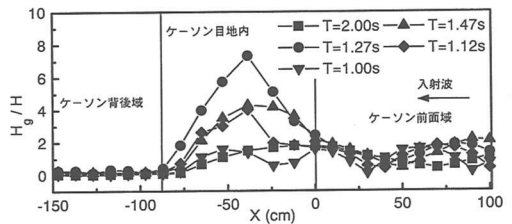


図-5 平均波高の空間分布特性 (間隙幅 2 cm)

地中央位置での最大波高 H_{g-c} と入射波高 H との比を表す。図より、本研究で定義した H_{g-c}/H が4倍を超える流体共振現象の発生範囲は、目地幅の変化によって多少変化するものの、およそ $kL=2.5\sim 3.5$ であることが分かる。さらに、 kL が3付近において、 H_{g-c} が最大となり、流体共振現象が最も顕著となることが確認できる。この結果は、漸近接合法を用いた理論解析による目地内での流体共振の発生条件で、目地幅をゼロへ漸近させた場合の漸近解 $kL=\pi(kL=n\pi(n=1))$ とほぼ一致するものであり、本研究で提示した理論解により、目地内における流体共振現象の発生条件を予測できることを示している。ただし、理論解析では、目地内の水面変動が無限大になる条件として流体共振の発生条件を算出しているため、発生規模などの予測には、粘性の影響を考慮した数

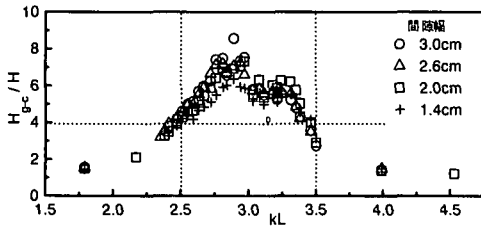
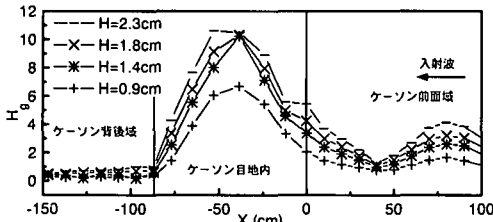


図-6 流体共振の発生条件

図-7 入射波高の変化に伴う平均波高の空間分布特性
($T=1.27$ s 間隙幅 2 cm)

値解析的な検討が必要となる。

図-7に、入射波高の変化に対する流体共振発生時 ($T=1.27$ s, 目地幅 2 cm) の目地内での波高の空間分布を例示する。ケーソン前面では、入射波波高の増加に比例して重複波の波高が増加していることが分かる。一方、目地内部では、入射波高の増加により目地内の最大波高は増加するが、ある程度以上波高が増幅された以降は砕波が発生し、波高限界が存在することが分かった。ただし、目地内で砕波が発生した場合、目地内では、流体共振と砕波による複雑な水面変動が発生した。このため、流体共振の発生に伴う周辺へ影響を検討する場合、より大きな入射波高の場合を含めた系統的な実験が必要となる。

5. 結 論

本研究では、ケーソン防波堤の連結目地内での流体特性および流体共振の発生条件を理論的および実験的に考

究した。その主要な結論は以下のようにまとめられる。

1) 漸近接合法を用いた理論解析結果より、入射波がケーソンへ直角入射する場合、ケーソン防波堤連結目地内での流体共振の発生条件の漸近解が、 $kL=n\pi$ ($n=1, 2, \dots$) となることが分かった。

2) 本研究で対象として実験条件では、目地内最大波高が入射波高の4倍を超える流体共振現象の発生範囲は、目地幅の変化によって多少変化するものの、およそ $kL=2.5\sim 3.5$ であることが明らかになった。また、 kL が3付近において、目地内最大波高が最も大きくなることが分かった。このことは、漸近接合法を用いた理論解析結果と非常によく一致した。

3) 流体共振発生時の目地内の最大波高は、入射波高の増加とともに増加し、砕波に至ることが分かった。また、目地内で砕波が発生した場合、流体共振と砕波による複雑な水面変動が発生することが明らかになった。

最後に、本研究を行うに際し、実験およびデータの整理に終始助力を惜しまなかった本間組の平池智広氏(当時、金沢大学学部生)、五洋建設の南塚祐二氏(当時、金沢大学学部生)、金沢大学大学院生の稲田春野氏に厚く謝意を表す。

参 考 文 献

- 斎藤武久・G. P. Miao・石田 啓 (2001): 矩形断面柱体の近接に伴う微小間隙内での共振特性に関する研究, 海洋開発論文集, 第17巻, pp. 333-338.
- 高橋重雄・鈴木高二朗・徳淵克正・岡村知光・下迫健一郎・菅 功 企・山崎浩之 (1995): 護岸の吸出しに関する水理実験, 港研報告, 35巻, 2号, pp. 3-63.
- Mei, C. C. (1989): The applied dynamics of ocean surface waves, World Scientific, Singapore, pp. 199-206.
- Miao, G. P., T. Saitoh and H. Ishida (2001): Water Wave Interaction of Twin Large Scale Caissons with Small Gap between, Coastal Engineering Journal, Vol. 43, No. 1, pp. 39-58.
- Saitoh, T., G. P. Miao and H. Ishida (2002): Experimental study on resonant phenomena in a narrow open channel under waves, Proc. of the 12th Int. Offshore and Polar Engineering Conf., pp. 622-627.