

被覆石の被災率に対する確率個別要素法の適用性

伊藤 一教*・東江隆夫**・勝井秀博***

捨石構造物の性能照査において実務上要求されることは、変形量だけでなく被災率といった確率的評価である。近年、変形照査手法として個別要素法による変形解析が試みられているが、被災率を算出することはできない。それゆえ、個別要素法に確率理論における摂動近似を適用した確率個別要素法が提案されている。確率個別要素法の検証は、数値実験に基づく基礎的なものととどまっている。そこで、捨石構造物の被災率への適用性について、混成堤マウンドや複断面緩傾斜堤を構成する被覆石を対象とし、実験結果と比較することで適用性を検討した。その結果、確率変数の設定が適切であれば十分な精度で被災率を算定できることが立証された。

1. 序 論

捨石構造物の性能を照査する場合、断面変形だけでなく被災率や被災度といった確率的な評価が必要である。捨石構造物の性能設計手法として個別要素法による変形解析（例えば、荒木ら, 2000; 伊藤ら, 2001）が試みられている。しかし、断面 2 次元解析の場合、実験にみられる捨石挙動の水路幅方向のばらつきを評価できない。

個別要素法による解析は目的断面を直接表現するため汎用性が高い。しかし、被災率など確率的評価を試みる場合にはモンテカルロ法の適用が必要になり、それは膨大な計算時間のため現実的ではない。そのため、伊藤ら (2002a) はモンテカルロ法の 1% 程度の計算時間でモンテカルロ法と同等の結果を算出できる確率個別要素法を提案した。

本研究では、確率個別要素法の捨石構造物に対する適用性を明らかにすることを目的とし、混成堤マウンドおよび複断面緩傾斜堤の被覆石の被災率について実験結果と比較して検証を行った。

2. 確率個別要素法の概要

伊藤ら (2002a) が開発した確率個別要素法 (SDEM: Stochastic Distinct Element Method) は、個別要素法に確率理論の 1 次近似法あるいは 2 次近似法を応用したものである。本手法の概念を図-1 に示す。

図-1 は捨石マウンドに被覆石が設置された断面 2 次元実験の模式図である。図中の●で示した被覆石を例にとると、法肩に位置する被覆石は水路幅方向に複数存在する。波の作用により被覆石が移動する状況を考える時、被覆石の形状が一様でないため、その移動量も一様ではない。しかし、その移動量は図-1 のように平均値を中心とした分布を示すと考えられる。そこで、従来の個別要素法の解析パラメータに平均値を用いると、その解析結果

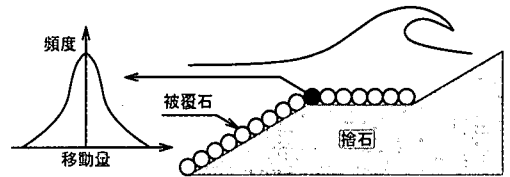


図-1 確率個別要素法のモデルの概念図

は移動量の平均値を与えると仮定し、移動量の分布（平均値からの広がり）は、摂動法を用いた確率理論の 1 次近似法（あるいは 2 次近似法）によって算定できる。

本論では被覆石の被災率を対象に検討する。まず、数値波動水路により被覆石に作用する流速場を算定する。その結果をもとにモリソン式にしたがって波力を算定する。被覆石が振動流によって往復運動する現象では、流体力に関する係数の影響が大きいことを、伊藤ら (2002a) がモンテカルロ法によって示している。このことから、抵抗係数、慣性力係数、摩擦係数および流速を確率変数とし、1 次近似を適用して検討した。以下に、その手順の概略を示す。

抗力係数 C_D 、慣性力係数 C_M 、摩擦係数 μ および流速ベクトル U を式 (1)～(4) のように平均値が 0 の微小確率変数 $\alpha_1 \sim \alpha_n$ を用いて表す。一の付いた変数は各々の平均値である。ここで、 $\bar{U}$ は数値計算によって得られる流速ベクトル U_{cal} である。

$$C_D = \bar{C}_D(1 + \alpha_1) \dots\dots\dots (1)$$

$$C_M = \bar{C}_M(1 + \alpha_2) \dots\dots\dots (2)$$

$$\mu = \bar{\mu}(1 + \alpha_3) \dots\dots\dots (3)$$

$$U = \bar{U}(1 + \alpha_4) \dots\dots\dots (4)$$

要素 i の変位ベクトル X_i をテーラー展開すると式 (5) となる。ここで、変位ベクトル X_i に添字で示した 0000～1000 は各確率変数と展開の次数を表している。0000 は 0 次項を、1000 は C_D に対する 1 次項を表す。同様に 0100 は C_M に、0010 は μ に、0001 は U に対する 1 次項を示している。また、 $\partial \xi$ は ξ による偏微分を示す。

* 正会員 工 修 大成建設(株)技術センター土木技術研究所
** 正会員 M.S 大成建設(株)技術センター土木技術研究所
*** フェロー 博(工) 大成建設(株)技術センター土木技術研究所

$$\begin{aligned}
X_i(C_D, C_M, \mu, U) &= X_i(\bar{C}_D, \bar{C}_M, \bar{\mu}, \bar{U}) \\
&\quad + 0.5(\bar{C}_D \alpha_1) \partial C_D X_i|_{\bar{C}_D} + 0.5(\bar{C}_M \alpha_2) \partial C_M X_i|_{\bar{C}_M} \\
&\quad + 0.5(\bar{\mu} \alpha_3) \partial \mu X_i|_{\bar{\mu}} + 0.5(\bar{U} \alpha_4) \partial U X_i|_{\bar{U}} + \cdots \\
&= X_{i,0000} + \alpha_1 X_{i,0000} + \alpha_2 X_{i,0000} \\
&= X_{i,0000} + \sum_{n_1=0}^1 \sum_{n_2=0}^1 \sum_{n_3=0}^1 \sum_{n_4=0}^1 (n_1 \alpha_1 + \cdots + n_4 \alpha_4) \\
&\quad \times X_{i,n_1 n_2 \cdots n_4} + \cdots : n_1 + n_2 + \cdots + n_4 = 1 \quad (5)
\end{aligned}$$

式(1)～(5)を個別要素法の運動方程式に代入し、 $\alpha_1 \sim \alpha_4$ に対する1次の項まで考慮すると次の摂動展開式を得る。ただし、 $n_1 \sim n_4$ は0か1の整数である。

$O(0)$:

$$m \partial_{tt} X_{i,0} + C_i \partial_t X_{i,0} + F_{i,k,0} + F_{i,g} + F_{i,f,0} = 0 \quad (6)$$

$$I_i \partial_{tt} \phi_{i,0} + D_i \partial_t \phi_{i,0} + M_{i,0} = 0 \quad (7)$$

$O(1)$:

$$\begin{aligned}
m \partial_{tt} X_{i,n_1 n_2 n_3 n_4} + C_i \partial_t X_{i,n_1 n_2 n_3 n_4} + F_{i,k,n_1 n_2 n_3 n_4} \\
+ F_{i,f,n_1 n_2 n_3 n_4} = 0 : n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 1 \quad (8)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
I_i \partial_{tt} \phi_{i,n_1 n_2 n_3 n_4} + D_i \partial_t \phi_{i,n_1 n_2 n_3 n_4} + M_{i,n_1 n_2 n_3 n_4} = 0 \\
: n_1 + n_2 + n_3 + n_4 = 1 \quad (9)
\end{aligned}$$

ここで、式(6)の左辺第3項～第5項は、要素間のバネとダッシュポッド、重力および流体による各作用力を示す。また、式(8)の左辺第3項と第4項は、バネと流体による1次の作用力を示す。さらに、式(7)と式(9)の左辺第3項は、要素に作用するモーメントを示す。

要素*i*の変位ベクトル X_i の平均値(式(10))は各確率変数の平均値を用いた算出結果である。そして、すべての確率変数を独立とし、各確率変数の平均値と分散(あるいは標準偏差)を与えることで変位ベクトル X の分散は式(11)となり、標準偏差は分散の平方根で算出できる。

$$E(X_i) = X_{i,0} \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
Var(X_i) &= X_{i,1000}^2 Var[C_D] + X_{i,0100}^2 Var[C_M] \\
&\quad + X_{i,0010}^2 Var[\mu] + X_{i,0001}^2 Var[U] \\
&\quad \cdots \quad (11)
\end{aligned}$$

一般に捨石構造物の破壊は、対象とする捨石数 N に対する移動した捨石数 n の割合として定義する被災率で評価される。このとき、捨石の移動の定義(破壊の定義)は、捨石の変位量が許容変位量 X_c を上回ることである。ここで、性能関数 Z_i を定義すれば式(12)となる。

$$Z_i = |X_i| - X_c \quad (12)$$

そして、要素*i*に対する破壊確率 p_i は、性能関数 Z_i が正値となる確率である。いま、確率変数が正規分布に従うとするならば性能関数 Z_i も正規分布に従い、式(10)と(11)から分布形が決定できるので、式(12)より破壊確率が算出できる。もちろん、確率変数の確率分布については別途検討を要するが、便宜上本論では各確率変数を正規分布に従うものとして取り扱う。式(12)から

明らかなように、この方法では破壊確率を各要素に対して算出できることに特徴がある。そして、各被覆石の移動現象を独立と仮定すると、被災率 D_r は対象とする被覆石の破壊確率 p_i の平均値として式(13)で算定できる。ここで、 N は対象とする捨石個数である。

$$D_r = \frac{1}{N} \sum_i^N p_i(Z_i \geq 0) \quad (13)$$

3. 確率個別要素法の適用性

(1) 対象構造物

確率個別要素法の適用性は、図-2に示す松本・高橋(2001)の実験を対象とした。松本・高橋は被覆石の被災率を図中の区間A～Eに対して整理した。作用波は規則波で波高を8～17 cm、周期1.3 sとした。表-1に解析に用いた確率変数の設定条件を示す。

(2) 平均値、標準偏差および破壊確率の経時変化

図-3には図中に示した法肩部の要素aについて、絶対変位の平均値 $|\bar{X}|$ を時系列で示し、図-4にはそれに対する標準偏差(S.D.)を示す。両図において $|\bar{X}|$, S.D. は要素直径 D で無次元化した。

図-3の波高 $H = 15$ cm の場合、 $|\bar{X}|$ は短時間に発生し直ちに0にもどる。これはロッキングを示し、図-4の標準偏差は変位の発生にともない階段状に増加する。この標準偏差の変化は、個々の被覆石に作用する流体力が異なるため、同じ法肩に並んだ被覆石であっても変位量が異なり分散していくことを表している。そして、流体力が繰り返して作用するたびに分散が大きくなることに对应している。

$H = 16$ cm や 17 cm の場合では初期位置から大きく移動した。図-3には変位の状況(①～⑥)を模式図で示した。 $H = 16$ cm の場合、 $t/T = 13$ (①)と14付近(②)の連続した2回の作用波で沖側に転移した。 $H = 17$ cm では $t/H = 13$ (③)付近で移動を開始するが、流向の反転に伴って元の位置に戻り、 $t/T = 14$ 付近以後(④～⑥)の作

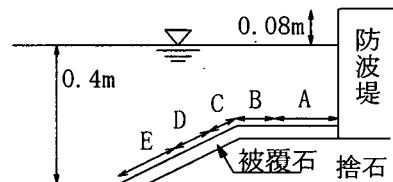


図-2 混成堤マウンド被覆石の対象断面

表-1 確率個別要素法における確率変数の設定条件

	C_D	C_M	μ	U
期待値	0.6, 0.8, 1.0	1.0	0.6	計算結果
標準偏差	0.1	0.1	0.1	2.4 cm/s
変動係数	0.1～0.17	0.1	0.17	0.03～0.04

用波で岸沖方向の往復運動を繰り返し沖側に転移した。このように、 $H=16$ cm と 17 cm で最終的な移動位置は同じだが、その過程が異なる。この理由は以下のように説明できる。 $H=16$ cm と 17 cm で作用流速の位相は同じであるが絶対値が異なる。そのため、 $H=16$ cm の場合には流向が反転しても慣性で凸部を乗り越えたが、 $H=17$ cm の場合には凸部を乗り越えようとする慣性より抗力が卓越し元の位置に戻った。流速と要素の移動速度による相対速度が大きくなると、流体力が C_D や流速の 2 乗に比例するため、 C_D や流速といった確率変数の影響が顕著となり、移動量のばらつきが大きくなる。図-4 に示した標準偏差は作用流速の大きい $H=17$ cm の方が大きく、図-5 に示す $\partial X/\partial C_D (=X_{1000})$ の経時変化においても、 $H=17$ cm の結果は $H=16$ cm を大きく上回っている。

図-6 は法肩要素 a の破壊確率 p の経時変化と代表時刻における $|X|$ の確率密度 (P.D.) を示す。破壊確率は $X_c=D$ として算定し、確率密度には破壊確率の積分範囲をハッチングで示した。 $t/T > 14$ の破壊確率は、 $H=16$ cm の値が最も大きく、ついで $H=17$ cm, 15 cm の順である。図-3 と 4 の $t/T=13$ 付近に着目すると、 $H=16$ cm のケースは $|\bar{X}|=X_c=D$ で、性能関数 Z_i を正規確率分布としているため、 $|X|$ が X_c を上回る確率は標準偏差に関係なく概ね 50% になる。一方、 $H=17$ cm では $|\bar{X}|=0.5D$ で $|\bar{X}|$ が X_c を下回るが、標準偏差が非常に大きくなったため破壊確率が 50% 近くになる。 $t/T=15$ 以後、

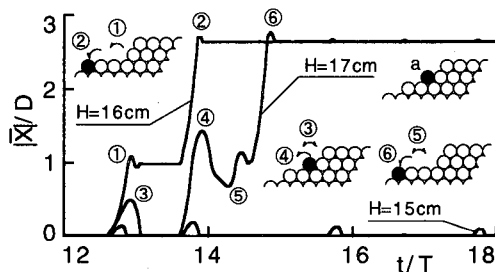


図-3 法肩要素の平均移動量の経時変化
($\bar{C}_D=1.0$, $\bar{C}_M=1.0$, $\bar{\mu}=0.6$, $\bar{U}=U_{cal.}$)

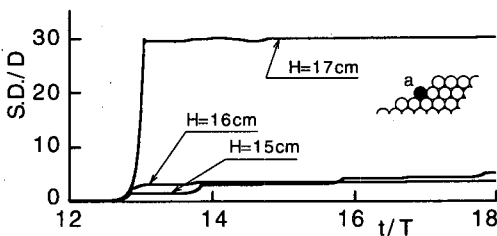


図-4 移動量の標準偏差の経時変化
($\bar{C}_D=1.0$, $\bar{C}_M=1.0$, $\bar{\mu}=0.6$, $\bar{U}=U_{cal.}$)

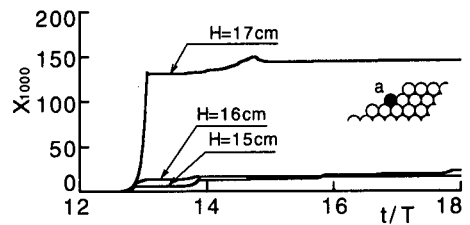


図-5 法肩要素の $X_{1000}(=\partial X/\partial C_D)$ の時系列
($\bar{C}_D=1.0$, $\bar{C}_M=1.0$, $\bar{\mu}=0.6$, $\bar{U}=U_{cal.}$)

$H=17$ cm の $|\bar{X}|$ は $H=16$ cm と同じ値になるが、標準偏差が大きく一様分布に近いので $|\bar{X}|$ が X_c を上回っても破壊確率が 50% を若干上回る程度になっている。 $H=17$ cm のように標準偏差が非常に大きくなるケースは、本手法の狭帯分布の仮定や一次近似の精度など、計算の仮定を逸脱している可能性があると考えられる。ロッキングを繰り返す $H=15$ cm の場合には、 $|\bar{X}|$ と D_c の相対変化が小さいため、標準偏差の増加に依存して破壊確率が大きくなっている。

(3) 被災率の比較とそれに及ぼす統計量の影響

図-7 は、各要素の破壊確率を基に式 (13) にしたがって区間 C の被災率を算出し実験結果と比較した図である。計算では本実験ケースの KC 数が 25 以上と大きく抗力が卓越するため $\bar{C}_D$ を変化させた。その結果、 $\bar{C}_D=1$ の計算結果は実験結果とよく一致した。ただし、 $H=17$ cm については、前述の理由により、一致度が低下している。また、区間 C の次に被災率の大きい区間 B でも計算結果の再現性はよかった。 $\bar{C}_D=1$ は、Alger・Simons ら (1968) が形状の異なる石に対して実施した抗力係数に関する実

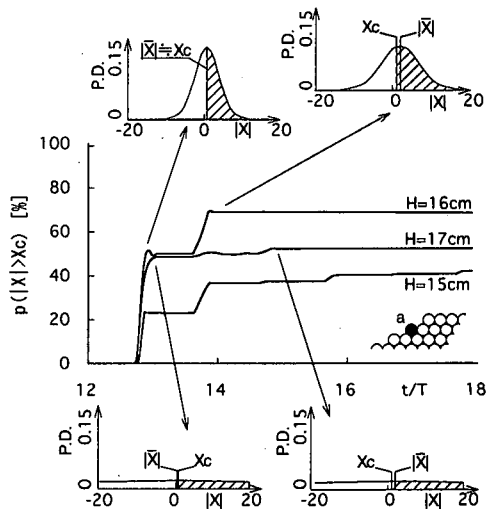


図-6 法肩要素の破壊確率の経時変化
($\bar{C}_D=1.0$, $\bar{C}_M=1.0$, $\bar{\mu}=0.6$, $\bar{U}=U_{cal.}$)

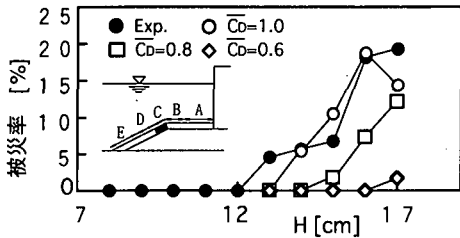


図-7 被災率に関する実験値と計算値の比較

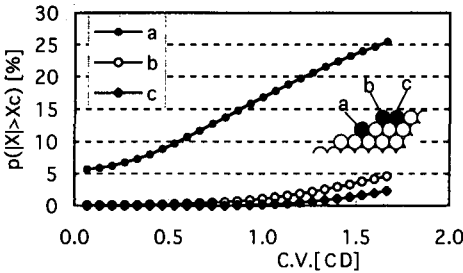
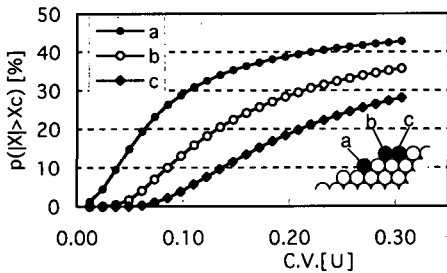
(a) $\bar{C}_D=0.6$, $\bar{C}_M=1.0$, $\bar{\mu}=0.6$, $\bar{U}=U_{cal.}$ (b) $\bar{C}_D=0.6$, $\bar{C}_M=1.0$, $\bar{\mu}=0.6$, $\bar{U}=U_{cal.}$

図-8 破壊確率に及ぼす変動係数の影響

験結果からほぼ妥当と判断できる。

図-8は $\bar{C}_D=0.6$ のケースに対して、 C_D と $U_{cal.}$ の標準偏差が破壊確率に及ぼす影響を示した図である。図の横軸は各変数の変動係数 [C.V.] で、縦軸は $X_c=D$ とした破壊確率である。 C_D の変動係数を変化させた図-8(a) は要素位置によって変動係数の影響が異なり、法面法肩部の要素 a に対する影響が他の要素に比べて大きい。一方、流速の変動係数を変化させた図-8(b) では、(a) の場合より各要素に与える影響が大きい。特に (a) の場合、変動係数 C.V. [C_D] が 1.5 程度になると C.V. [C_D]=0.1 の 4 倍程度にまで破壊確率が増加する。それに対し、(b) の場合では変動係数 C.V. [U] が 0.2 や 0.3 程度で非常に大きな破壊確率を示す。これは、流体力が流速 U の 2 乗に比例するのにに対して C_D に対しては 1 乗でしか比例せず、流速 U に対する変動係数の影響が顕著に現れることに対応している。

確率個別要素法の適用性という意味では、確率変数の

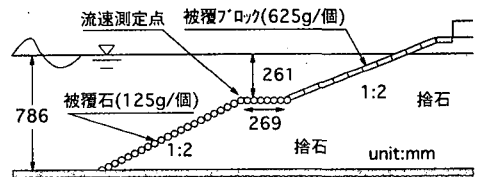
平均値や標準偏差は設定条件であるため、ここで用いた各条件の妥当性が重要である。しかし、本手法は数値実験(伊藤ら 2002a)によってその妥当性が検証されていることから、図-7 は確率変数の平均値や標準偏差が適切に与えられれば、汎用性と精度の高い解析が可能となることを示している。つまり、本手法を用いた逆解析によって捨石に対する確率条件を検討することができ、設定条件の適正值に対する検討も可能になると考えられる。

4. 確率個別要素法における要素配置の影響について

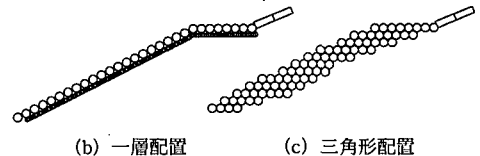
本手法は要素形状をすべて円形要素としているが、流体力に関わる係数を確率変数として扱うことで、捨石の不規則形状を与えたことと等価である。また、同一形状でも噛み合わせによって挙動が異なる場合もある。抗力係数などを確率変数とすることは、噛み合わせに起因する抵抗力を流体力に還元していることにもなる。しかし、要素の初期配置の影響までは考慮できない。そこで、図-9(a) に示す複断面緩傾斜堤の被覆石の安定性実験(伊藤ら, 2002b)を対象に、要素配置が破壊確率に及ぼす影響について検討した。

本実験の被覆石は、「張り石」状の一層を完全に構成するように被覆したので、計算では図-9 に示す一層配置と三角形配置(隣接する要素中心が正三角形になる配置)の 2 通りの条件で検討した。

作用波は有義波高 20 cm, 有義波周期 2 s の不規則波



(a) 実験断面



(b) 一層配置 (c) 三角形配置

図-9 要素配置の検討断面と計算条件

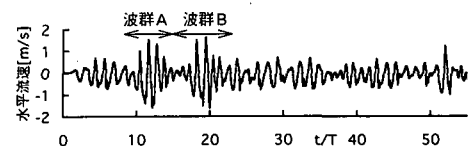
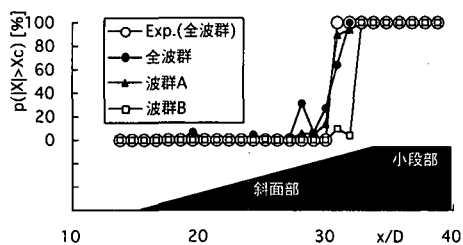
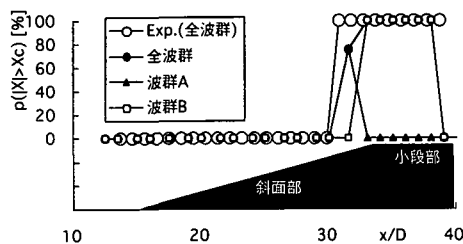


図-10 流速の経時変化と波群の定義



(a) 一層配置



(b) 三角形配置

図-11 破壊確率の比較

で、図-10 に被覆石法肩部における水平流速の経時変化を示す。検討では図-10 に示す全波群、波群 A および波群 B の 3 パターンを作用させた。確率変数の条件は、表-1 と等しく設定した。

図-11(a) は一層配置をした場合の各要素の破壊確率であり、全波群、波群 A および B を作用させた場合で顕著な差異はなく、実験結果と一致している。特に全波群作用時と波群 A 作用時では結果が酷似しており、波群 A の作用が破壊確率を支配していることがうかがえる。一方、(b) の三角形配置の場合では、波群 A を作用させた結果が他の結果と大きく異なる。波群規模は波群 A と B で顕著な差がないにもかかわらず、波群 A の破壊は法肩のみで、配置による影響が現れたと解釈できる。三角形配置の場合、要素の移動が始まったとき隣接の要素を乗り越えなければならない。しかし、一層配置は底面が平坦であるため動きやすく、この差が計算結果に現れた。したがって、「張り石」状に配置した被覆石の場合には、

実況をできる限り再現した一層配置の方が妥当な結果を算定することがわかる。

5. 結 論

本論は確率個別要素法の被覆石の被災率に対する適用性を、実験結果との比較によって検討した。

混成堤マウンドの被覆石および複断面緩傾斜堤の被覆石を対象に実験結果と確率個別要素法による計算結果を比較した。その結果、確率個別要素法による結果は十分な精度で実験結果を再現し、被災率という確率的評価を可能にする手法であることが確認できた。

本手法において、確率変数の平均値や標準偏差は設定条件であり、これらを適切に与えることが確率的評価には重要である。本論の設定条件は捨石に対する設定の目安を与えることができた。しかし、これは限られた結果であり、数多くの事例に対して確率個別要素法を適用し、逆解析的に確率変数の平均値や標準偏差といった設定条件の信頼性を高めることが、今後の課題である。

謝辞：株式会社テトラの松本朗氏には、貴重な実験データを提供して頂きました。ここに記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 荒木進歩・藤原由康・宮崎敏弘・出口一郎 (2000): 個別要素法を用いた捨石潜堤の断面変形計算, 海岸工学論文集, Vol. 47, pp. 761-765.
- 伊藤一教・樋口雄一・東江隆夫・勝井秀博 (2001): 個別要素法に基づく捨石のランダム性を考慮した潜堤の変形予測手法, 海岸工学論文集, Vol. 48, pp. 806-810.
- 伊藤一教・樋口雄一・東江隆夫・勝井秀博 (2002a): 確率理論に基づく個別要素法の拡張, 海岸工学論文集, Vol. 49, pp. 771-775.
- 伊藤一教・織田幸伸・東江隆夫 (2002b): 複断面緩傾斜堤岸の断面変形に関する研究: 海洋開発論文集, Vol. 18, pp. 245-250.
- 松本朗・高橋重雄 (2001): 流速場に基づく混成堤マウンド被覆材の高度設計, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 911-915.
- Alger, G. R and D. B. Simons (1968): Fall velocity of irregular shaped particles, Journal of the hydraulic division. Proc. of A. S. C. E, pp. 721-737.