

# 斜め入射する碎波段波の反射特性

松 富 英 夫\*・今 井 健 太 郎\*\*

1983 年日本海中部地震津波の際に秋田県北部海岸で形成されたエッヂ・ボアの特性との関連で、水平床上を伝播し、真っ直ぐに延びた鉛直壁や一様勾配斜面に斜め入射する碎波段波の基礎的な反射特性を実験的に検討している。鉛直壁で斜め反射する碎波段波については簡易モデルを考察し、実験との比較・検討によりその有効性を確かめ、モデル解の考察を通して対象段波の反射特性を総合的に論じている。なお、本モデルは従来の定常衝撃波理論を包含しており、より一般的なものとなっている。

## 1. はじめに

1983 年日本海中部地震津波の際に秋田県北部海岸でエッヂ・ボアが形成され、津波防災の観点からその研究の必要性が指摘された (Shuto, 1985)。著者はこのエッヂ・ボアの特性との関連で、斜面に斜め入射する碎波段波の挙動に興味を持っている (Matsutomi, 2003)。

本研究は実験を通して、水平床上を伝播し、真っ直ぐに延びた鉛直壁や一様勾配斜面に斜め入射する碎波段波の基礎的な反射特性を検討するものである。鉛直壁で斜め反射する碎波段波については簡易モデルを考察し、実験との比較・検討によりその有効性を確かめ、モデル解の考察を通して対象段波の反射特性を総合的に論じる。

## 2. 実 験

実験に用いた平面水槽を図-1 に示す。透明な塩化ビニール樹脂製である。この水槽に図-2 に示す塩化ビニール樹脂製の一様勾配斜面(厚さ 4 mm で、斜面法先と水平床は粘土で滑らかに接続)または鉛直壁(厚さ 10 mm)を設置した。図中の●は容量式波高計の設置点で、本図は代表的な配置例を示す。ただし、測定は各測点間の同期を考慮しながら複数回(多くの場合、5 回)に分けて行った。座標原点 O は斜面または鉛直壁の最上流端で、X 軸は斜面法先または鉛直壁に沿って取る。

段波は厚さ 2 mm の真鍮製ゲートを急開することで発生させた (Matsutomi, 2003)。実験ケースは表-1 に示す 27 ケースで、 $h_1$  は初期ゲート上流側の静水深、 $h_0$  は初期ゲート下流側の一様静水深、 $\alpha$  は段波入射角(斜面法先または鉛直壁と直角な Y 軸方向を基準。図-2 または 4 参照)、 $\theta$  は斜面傾斜角である。各ケース 5 回ずつ実験を行った。発生段波は何れも移動跳水発生条件(松富, 1989)を満足する碎波段波である。

測定項目は容量式波高計による入・反射段波の時空間変化とビデオによる入・反射段波の伝播状況および平面的な拡がりである。

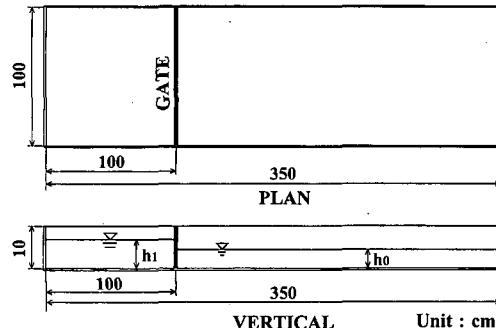
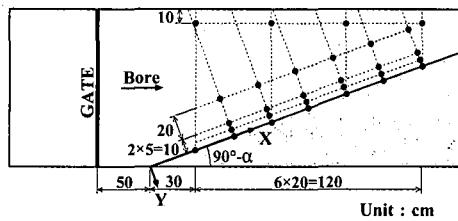


図-1 実験水槽



□ Plane bottom with a slope  $\theta$  • Gauge locations  
図-2 一様勾配斜面と波高計の配置

表-1 実験条件

$h_1$ (cm)	7, 8, 9
$h_0$ (cm)	2
$\alpha$ (°)	60, 70, 80
$\theta$ (°)	10, 20, 90

図-3 に  $h_1=9$  cm,  $h_0=2$  cm,  $\alpha=70^\circ$ ,  $\theta=90^\circ$ (鉛直壁)の場合の入・反射段波の経時変化例を示す。図中の括弧内の数値は波高計設置点の座標 ( $X, Y$ ) で、上から 1, 3, 4, 6 番目が鉛直壁沿い、残りが他測点での経時変化である。入射段波、反射段波と水槽側壁からの反射波が重なり合って複雑な経時変化を示す測点もあることが判る。

\* 正会員 工博 秋田大学助教授 工学資源学部土木環境工学科

\*\* 学生会員 修(工) 秋田大学大学院工学資源学研究科

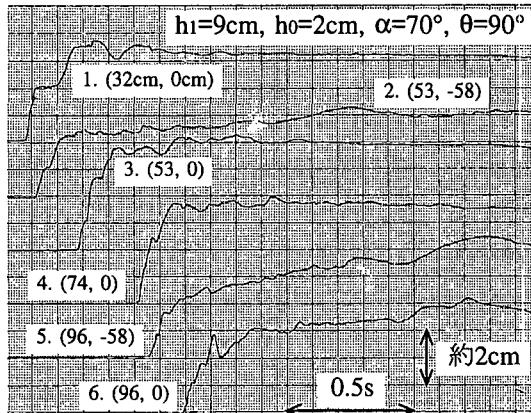


図-3 入・反射段波の経時変化例

### 3. 反射段波の簡易モデル

#### (1) 基 础 式

水平床上を伝播し、真っ直ぐに延びた鉛直壁で斜め反射する碎波段波の簡易モデルを構築する。定常な入・反射段波を仮定する。図-4に反射段波の簡易モデル、諸記号の定義と座標系を示す。ここで、簡易モデルと呼ぶ理由は、実際の反射段波領域R-3は図に示すようなきれいな直角三角形ABOにならないからである。

上流側の反射段波面BOでの質量と運動量の保存則は次式である。

$$h_2 u_2 \sin(\alpha + \beta) = h_3 u_3 \cos \beta + (h_3 - h_2) \omega \quad \dots \dots \dots (1)$$

$$h_2 u_2^2 \sin^2(\alpha + \beta) + \frac{1}{2} g h_2^2 - \frac{1}{2} g h_3^2 = h_3 u_3^2 \cos^2 \beta$$

$$+ \{h_3 u_3 \cos \beta - h_2 u_2 \sin(\alpha + \beta)\} \omega \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $h_2$ と $u_2$ は入射段波(領域R-2)の全水深と流速、 $h_3$ と $u_3$ は反射段波(領域R-3)の全水深と流速(流向は鉛直壁に平行と仮定)、 $\omega$ は領域R-2へ伝播する反射段波の伝播速度、 $\beta$ は反射段波面BOの鉛直壁に直角な方向(Y軸)からの鋭角、 $g$ は重力加速度である。

一般に $h_2$ 、 $u_2$ と $\alpha$ は条件として予め与えられる。 $h_3$ と $u_3$ には後述するように一義的な関係があり、式(1)と(2)における未知量は $h_3$ 、 $\omega$ と $\beta$ の3つである。もう1つ基礎式が必要で、それは次の幾何学的なものである。

$$\frac{\omega_3}{\omega_2} = -\frac{\sin \beta}{\cos(\alpha + \beta)} \quad \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 $\omega_2$ は入射段波伝播速度で、一般に条件として予め与えられる。 $\omega_3$ は領域R-0へ伝播する反射段波の伝播速度で、領域R-0の流速 $u_0$ が零の場合は次式が成立する。

$$\omega_3 = \sqrt{gh_0} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h_3}{h_0} \left( \frac{h_3}{h_0} + 1 \right)} \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$u_3 = \left( 1 - \frac{h_0}{h_3} \right) \omega_3 \quad \dots \dots \dots (5)$$

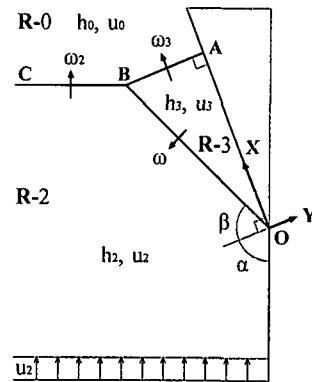


図-4 反射段波の簡易モデルと諸記号の定義

一般に $h_0$ も条件として予め与えられる。よって、 $\omega_3$ も $h_3$ のみの関数であり、本研究の基礎式は式(1)、(2)と(3)である。

#### (2) 解 法

基礎式(1)～(3)は未知量の三角関数や累乗項を含むなど複雑である。解析解を得ることは難しく、数値解を求めるにすることにする。

式(1)と(2)から次式を得る。

$$\omega = -u_2 \sin(\alpha + \beta) + \sqrt{gh_2} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h_3}{h_2} \left( \frac{h_3}{h_2} + 1 \right)} \quad \dots \dots \dots (6)$$

式(1)、(4)、(5)と(6)から次の $\beta$ と $h_3$ の関係式を得る。

$$\beta = \sin^{-1} \left( \frac{C_3}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} \right) - \tan^{-1} \left( -\frac{C_1}{C_2} \right) \quad \dots \dots \dots (7)$$

ここで、

$$C_1 = \left( 1 - \frac{h_0}{h_3} \right) \sqrt{gh_0} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h_3}{h_0} \left( \frac{h_3}{h_0} + 1 \right)} - u_2 \sin \alpha$$

$$C_2 = u_2 \cos \alpha$$

$$C_3 = \left( 1 - \frac{h_2}{h_3} \right) \sqrt{gh_2} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{h_3}{h_2} \left( \frac{h_3}{h_2} + 1 \right)}$$

式(7)において $h_3 (> h_2)$ を仮定すれば、それに対応した $\beta$ が求まる。しかし、無数の $(h_3, \beta)$ の組が存在して、求めた $(h_3, \beta)$ の組で式(3)を満足するものを解として選ぶことになる。

### 4. 結果と考察

#### (1) 定常衝撃波

式(6)において $\omega=0$ と置くと、屈折した射流水路における定常衝撃波(定常斜め跳水)の関係式(Rouse, 1938), 式(8)を得る。

$$\frac{h_3}{h_2} = \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + 8F_{r2}^2 \sin^2(\alpha + \beta)} - 1 \right\} \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここで、 $F_{r2} = u_2 / \sqrt{gh_2}$ である。しかし、本研究の定常反射段波理論では、入射段波の上流域が常流・射流、すな

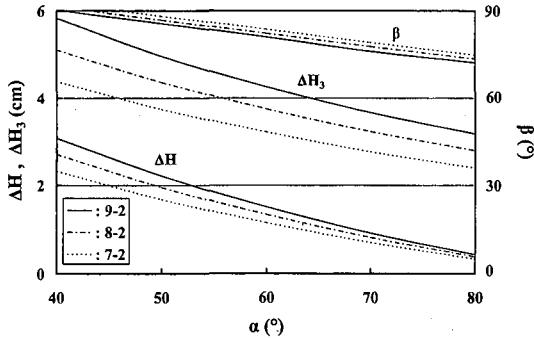


図-5 反射段波波高と反射段波面BOの向き

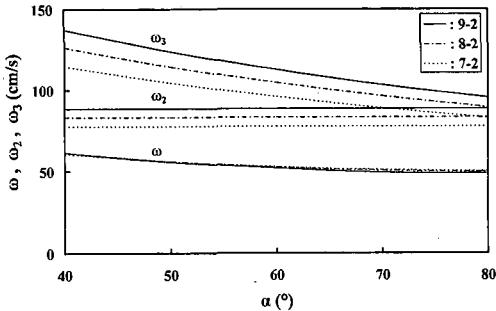


図-6 反射段波伝播速度

わち入射段波強度にかかわらず、一般に  $\omega=0$  とはならない(図-6, 13 参照)。この点が従来の定常衝撃波理論と異なり、本理論はより一般的なものとなっている。

### (2) 解 例

本簡易モデルの反射段波波高、反射段波伝播速度、反射段波面BOの向き $\beta$ に関する解例を図-5と6に示す。図中の凡例、例えば“9-2”は $h_1=9\text{ cm}$ ,  $h_0=2\text{ cm}$ を示す。この凡例表示は以後の図でも同じである。

図-5によると、領域R-0へ伝播する反射段波の段波波高 $\Delta H_3 (=h_3-h_0)$ は、段波入射角 $\alpha$ が $90^\circ$ に近づくにつれて、入射段波波高 $\Delta H_2 (=h_2-h_0)$ 図-7参照に収束している。領域R-2へ伝播する反射段波の段波波高 $\Delta H (=h_3-h_2)$ は、 $\alpha$ が $90^\circ$ に近づくにつれて、零に収束している。 $\beta$ は $\alpha<40^\circ$ で直角入射( $\alpha=0^\circ$ )の場合の $90^\circ$ にほぼ達している。また、 $\beta$ は $\alpha\rightarrow 90^\circ$ (無反射)の場合でも零とはならない。この場合の $(90^\circ-\beta)$ は定常衝撃波におけるMach角に相当するものである。

図-6によると、領域R-0へ伝播する反射段波の伝播速度 $\omega_3$ は、 $\alpha$ が $90^\circ$ に近づくにつれて、入射段波伝播速度 $\omega_2$ に収束している。領域R-2へ伝播する反射段波の伝播速度 $\omega$ は例示程度の入射段波強度変化では入射段波強度にほとんど依存せず、 $\alpha\rightarrow 90^\circ$ の場合でも零とはならない。参考までに、“9-2”的ケースでも入射段波の上流域は常流である。

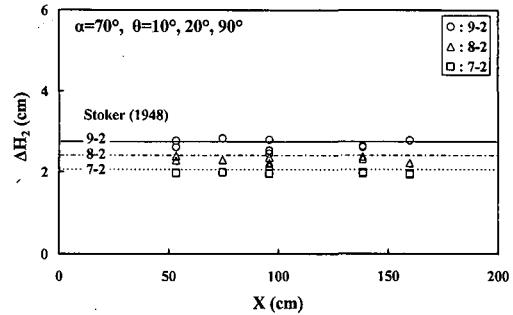


図-7 入射段波波高例

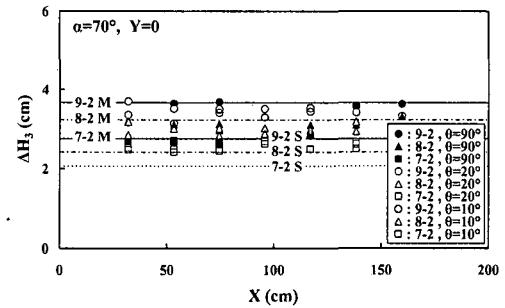


図-8 斜面法先や鉛直壁沿いの反射段波波高例

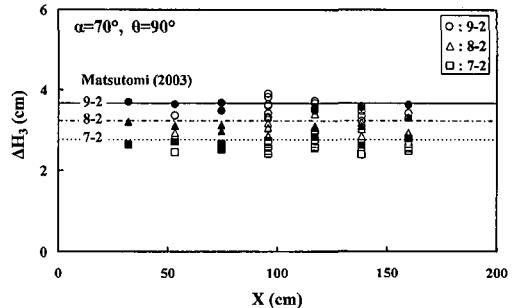


図-9 鉛直壁沿いと他測点での反射段波波高例

以上の反射段波波高と反射段波伝播速度の諸傾向は本簡易モデルの有効性を示すものである。

### (3) 反射段波波高

図-7に $\alpha=70^\circ$ ,  $\theta=10^\circ$ ,  $20^\circ$ と $90^\circ$ の場合の実験とStoker理論(1948)による入射段波波高 $\Delta H_2$ の比較を示す。図中、○と△, □が実験値、実線と一点鎖線、点線が理論値である。これらは以後の図でも同じである。入射段波が立ち上がって準定常となる(立ち上がり始めから0.2~0.4 s後、図-3参照)その前に反射段波が到達する測点が多く、データ数は多くない。図によると、両者はよく一致しており、本実験において目的の定常段波が入射していることが判る。

図-8に同じく $\alpha=70^\circ$ ,  $\theta=10^\circ$ ,  $20^\circ$ と $90^\circ$ の場合の斜面

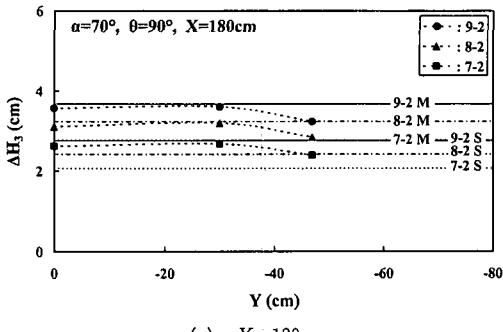
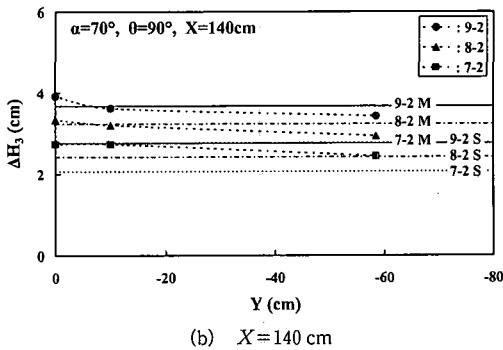
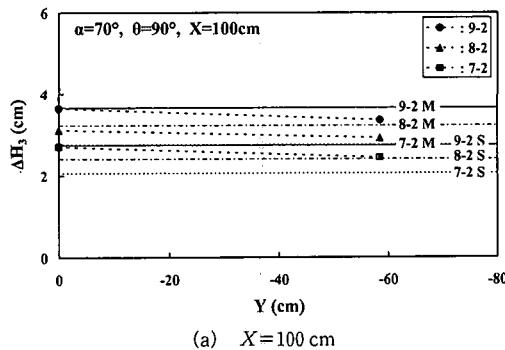


図-10 反射段波波高のY方向変化例

法先や鉛直壁沿い ( $Y=0$ ) の領域 R-0 へ伝播する反射段波の実験段波波高  $\Delta H_3$  の  $X$  方向変化例を示す。図中には本モデル（添字 M付き）と  $\Delta H_2$  に関する Stoker 理論（添字 S付き）も示してある。図から、①本モデルと鉛直壁での実験結果がよく一致していること、②斜面での実験値は鉛直壁でのものより平均的に小さく、しかも全てが本モデルと Stoker 理論の間に位置し、道理にかなったものとなっていること、③斜面での実験結果も  $X$  方向に段波波高が変化しないことが判る。

図-9 に  $\alpha=70^\circ$ ,  $\theta=90^\circ$  の場合の鉛直壁沿いと他測点での領域 R-0 へ伝播する反射段波の実験段波波高  $\Delta H_3$  の  $X$  方向変化例を示す。黒塗りが鉛直壁沿いの実験値

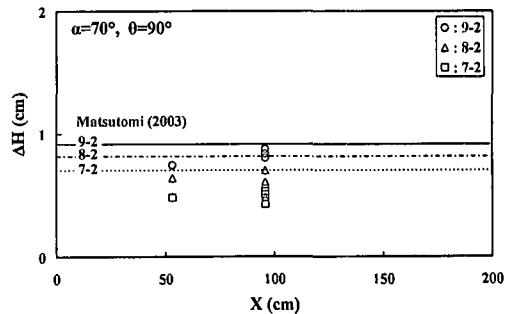


図-11 上流域へ伝播する反射段波の段波波高例

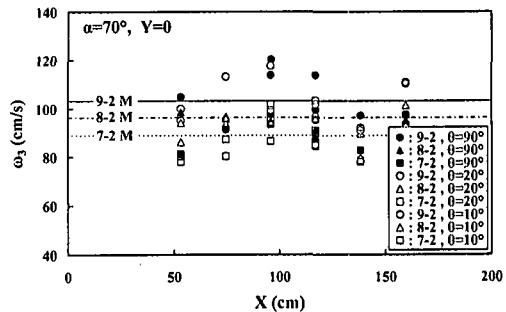


図-12 反射段波面 AB の伝播速度例

（図-8と同じ）である。図より、鉛直壁から  $-Y$  方向に遠ざかるにつれて、実験段波波高がやや小さくなる傾向にあることが判る。図-10(a), (b), (c) にその具体例を示す。この傾向は  $\theta=10^\circ$  と  $20^\circ$  の場合でも同じであった。

図-11 に  $\alpha=70^\circ$ ,  $\theta=90^\circ$  の場合の領域 R-2 へ伝播する反射段波の実験と本モデルによる段波波高  $\Delta H$  の比較を示す。入射段波が立ち上がって準定常となり、その後反射段波が到達して立ち上がるまで、水槽側壁からの反射波の影響を受けない測点が限られるため、データ数は少ない。図から、本モデル値に比べて実験値はやや小さめであるが（この傾向は図-9に示した傾向と整合する）、両者は比較的よく一致していると言える。参考までに、流れを斜めに遡る場合や直に遡る場合の移動跳水発生条件はまだ求められていない。

#### （4）反射段波伝播速度

図-12 に  $\alpha=70^\circ$ ,  $\theta=10^\circ$ ,  $20^\circ$  と  $90^\circ$  の場合の斜面法先や鉛直壁沿いの領域 R-0 へ伝播する反射段波の実験段波伝播速度  $\omega_3$  の  $X$  方向変化例を示す。図中には本モデル結果も示してある。図から、実験値は大きく変動しているが、①本モデルと鉛直壁での実験結果が比較的よく一致していること、②斜面での実験値は鉛直壁でのものより平均的に小さく、道理にかなったものとなっていることが判る。これらも本モデルの有効性を支持するものであ

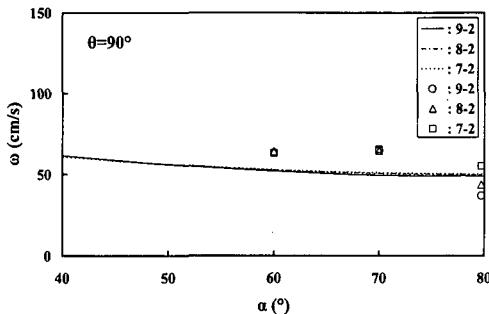


図-13 入射角による反射段波面 BO の伝播速度変化

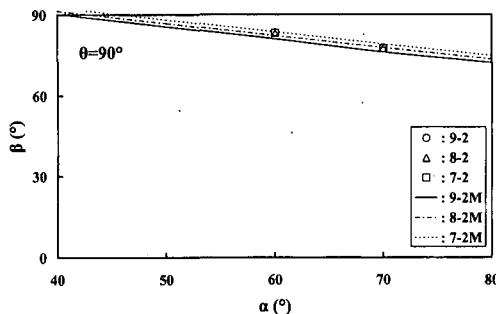


図-14 入射角による反射段波面 BO の向き変化

る。

図-13 に  $\theta=90^\circ$  の場合の領域 R-2 へ伝播する反射段波の実験と本モデルによる段波伝播速度  $\omega$  の比較を示す。実験での  $\omega$  は波高計記録から算定しているが、その際の波高計設置方向 ( $-Y$  方向) と段波伝播方向の不一致による補正は、本モデルから計算される反射段波面 BO の向き  $\beta$  を実験でのものと仮定することにより便宜的に行っている。図から、①実験と本モデル結果の一一致度が比較的よいこと、②実験での  $\omega$  も本実験程度の入射段波強度変化では入射段波強度にあまり依存しないことが判る。

### (5) 反射段波面 BO の向き

図-14 に  $\theta=90^\circ$  の場合の実験と本モデルによる反射段波面 BO の向き  $\beta$  の比較を示す。ただし、実験での  $\beta$  はビデオから反射段波面 AB の拡がり幅とその位置 ( $X=130$  cm に固定) を読み取り、 $\tan^{-1}(130 \text{ cm}/\text{反射段波面 AB の拡がり幅})$  から評価している。 $\alpha=80^\circ$  の場合の実験値が示されていないが、その理由は形成された反射段波が弱く、ビデオでは拡がり幅を明確に読み取ることができなかったからである。また、ビデオでは入射段波強度による拡がり幅の差を見極めることが難しく、実験

値はほぼ同じと判定された。図から、①実験と本モデル結果の一一致度が驚くほどよいこと、② $\beta$  は本実験程度の入射段波強度変化では入射段波強度にあまり依存しないことが判る。

## 5. おわりに

水平床上を伝播し、真っ直ぐに延びた鉛直壁や一様勾配斜面に斜め入射する碎波段波の実験を行い、その基礎的な反射特性を検討した。本研究で得られた主な結論は次の通りである。

①鉛直壁で斜め反射する碎波段波の簡易モデルを考案し、モデル解の考察と実験との比較を通してその有効性を確かめた。なお、本モデルは従来の定常衝撃波理論を包含しており、より一般的なものとなっている。

②斜面傾斜角  $\theta=10^\circ$  と  $20^\circ$  の場合の領域 R-0 へ伝播する反射段波の段波波高は本モデルと Stoker 理論の間に位置し、X 方向に変化しない。

③上流域（領域 R-2）へ伝播する反射段波の伝播速度  $\omega$  は入射段波強度にあまり依存せず、入射角  $\alpha \rightarrow 90^\circ$  の場合でも零とはならない。

④反射段波面 AB の拡がり幅とその位置から実験的に評価した反射段波面 BO の向き  $\beta$  は本モデル結果と非常によく一致し、本実験程度の入射段波強度変化では入射段波強度にあまり依存しないことも一致する。

⑤ $\beta$  は  $\alpha \rightarrow 90^\circ$  の場合でも零とはならない。この場合の  $(90^\circ - \beta)$  は定常衝撃波における Mach 角に相当する。

**謝辞：**本実験を遂行するに当たり秋田大学卒業研究生金田一高成君と上野 繁君の助力を得た。平成 13・14 年度科学技術庁振興調整費（代表：京都大学教授 河田恵昭）の補助を受けた。ここに記して感謝の意を表する。

## 参考文献

- 松富英夫 (1989): 移動跳水（波状段波）発生条件の検討、第 33 回水理講演会論文集, pp. 271-276.
- Matsutomi, H. (2003): Two-dimensional behavior of a strong bore over a sloping beach, Jour. of Hydraulic, Coastal and Environmental Eng., JSCE, II-64 (in print)
- Rouse, H. (1938): Fluid Mechanics for Hydraulic Engineers, McGraw-Hill Book Company, Inc., New York, p. 422.
- Shuto, N. (1985): The Nihonkai-Chubu earthquake tsunami on the North Akita coast, Coastal Eng. in Japan, Vol. 28, pp. 255-264.
- Stoker, J. J. (1948): The formation of breakers and bores, Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. 1, pp. 1-87.