

Adjoint WAM (Cycle 5) のデータ同化における評価関数の検討

橋本典明*・川口浩二**・松浦邦明***・宇都宮好博****

波浪推算のデータ同化の性能向上を目的として, 第三世代波浪推算モデル WAM Cycle 5 を改良し, 方向スペクトルの第 1 推定値を同化変数として, 評価関数に観測誤差項と背景誤差項の両方を考慮して 4 次元変分法 (Adjoint 法) により幾つかの検討を行った。その結果, 背景誤差共分散行列の格子間相関が高いほど, また観測地点が複数で適度に離れている場合には, 同化される海域が広がることが分かった。また, 実海域を対象とした検討では, データ同化により波浪推算値は観測値に近づくように修正され, 推算精度は向上することが示された。

1. はじめに

近年, 高精度な第三世代波浪推算モデルが実務で用いられるようになってきた。しかし, 実際の波浪推算においては, 推算結果と観測データを照合・検討し, 推算精度が思わしくない場合には, 解析者がモデルのパラメータや海上風等を試行錯誤で修正し, 再計算しているのが一般である。

一方, 最近では, 優れたデータ同化技術が開発され, 様々な分野で利用され始めている。データ同化技術は, 数値モデルを用いて現象を再現・検証する際に, モデルと現実との接点を保つために不可欠の技術である。したがって, 信頼性のある数値計算結果を得るためには, 数値モデルの性能はもちろんであるが, 同化するデータの精度, 更には観測データと数値モデルとを仲立ちするデータ同化技術の性能も重要な役割を担う。

データ同化する観測データの有用性は, 観測誤差と背景誤差 (第一推定値の誤差) との比によって推定することができる。近年, 数値モデルの発展により, 観測誤差の大きさに対する背景誤差の大きさの割合が小さくなりつつある。このような状況においては, 数値モデルの改良だけでなく, データ同化処理の高度化が大きな課題のひとつになる。

波浪推算の分野では, 小林ら (2000, 2001) が WAM を対象として方向スペクトルの境界条件のデータ同化を行っている。しかし, データ同化の性能を決定する評価関数には観測誤差項のみを考慮しており, 背景誤差項については未検討のままである。そこで本研究では, 第三世代波浪推算モデル WAM Cycle 5 を対象としてデータ同化を行う研究の第一段階として, 評価関数に観測誤差項と背景誤差項の両方を考慮し, この内, 特に背景誤差項の波浪推算精度に及ぼす影響について検討することとした。

2. WAM Cycle 5 とその改良

WAM Cycle 5 は, WAM Cycle 4 を一部改良したモデルである。エネルギー・ソース項そのものは変更されていないが, ①発達・減衰方程式, および②単位時間あたりの波浪の発達の増分の制限, の 2 点が変更されている。

WAM では, 方向スペクトルの発達・減衰計算には, 次式で表される 2 次オーダーの陰的差分法が用いられている。

$$E_{n+1} = E_n + \Delta t \{ (1 - \alpha) S_n(u_n^*) + \alpha S_{n+1}(u_{n+1}^*) \} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここに, E は波浪の方向スペクトル, S はエネルギー・ソース項, n は時間ステップを示す。また, α は 0~1 の間の値をとるパラメータで, WAM Cycle 4 では $\alpha=0.5$ が用いられている。

Hersbach・Jannsen (1997) は, 式 (1) で $\alpha=0.5$ を用いると計算値に数値的なノイズが生じることから, この変動を抑えるために, WAM Cycle 5 では $\alpha=1$ を用いることを提案している。

また, WAM Cycle 4 では, 方向スペクトルの計算値が不安定になるのを防ぐため, E の高周波数側の単位時間当たりの増分に制限 (リミター) を設けている。しかし, WAM Cycle 4 を湖などの狭い領域で細かい計算格子に適用すると, リミターの作用によって波高は過小に推定される (Hersbach・Jannsen, 1997)。そのため, WAM Cycle 5 では, 次式で表されるリミターが導入されている。

$$\Delta E|_{\max} = 3.0 \times 10^{-7} g \tilde{u}_* f^{-4} \Delta t \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに, $\tilde{u}_* = \max(u_*, gf_{PM}/f)$ であり, $f_{PM} = 5.6 \times 10^{-3}$ は無次元の Pierson-Moskowitz スペクトルのピーク周波数である。

WAM Cycle 5 は, このように WAM Cycle 4 を改良したモデルと, このモデルに 4 次元変分法 (Adjoint 法) を導入して新たに開発された ADWAM と呼ばれるデータ同化型波浪推算モデルとセットになっている。すなわち, 通常の波浪推算を行う場合には, WAM Cycle 5 を

* 正会員 工博 (独法) 港湾空港技術研究所
** 正会員 工修 (独法) 港湾空港技術研究所
*** 水修 (財) 日本気象協会首都圏支社
**** 工修 (財) 日本気象協会首都圏支社

時間に関して順方向に数値積分し(フォワードラン), 観測データを同化する場合には, ADWAM を時間に関して逆方向に数値積分して(アジョイントラン), WAM に含まれる同化変数の修正情報を得る。しかし, Hersbach (1998) が提案した WAM Cycle 5 では, モデルに含まれる幾つかのパラメータを同化変数として修正する機能は有しているものの, 方向スペクトルの第一推定値を同化できるようにはなっておらず, WAM Cycle 5 の評価関数においても観測誤差項のみを考慮している。すなわち, WAM Cycle 5 では, 方向スペクトルの第一推定値や境界条件を同化変数として推算精度の向上に反映できず, 波浪推算の精度は, 海上風と幾つかのパラメータによって決定されることになり, 推算精度の向上にも限界がある。

推算精度向上の観点からは, モデルのパラメータのみならず, 方向スペクトルの第一推定値, 境界条件および外力となる海上風も同化変数としてデータ同化を行えば理想的であるが, 計算負荷は膨大となる。そこで本研究では, 気象分野のデータ同化で実施されているのと同様に, まず方向スペクトルの第 1 推定値を同化変数として扱えるように WAM Cycle 5 を改良し, 次節で述べる理由により, 評価関数に観測誤差項と背景誤差項の両方を考慮して検討した。

3. Adjoint 法と評価関数

Adjoint 法は, 非線形性を含むモデルの同化変数を最適推定量として推定することができる。このため, 気象の分野では Adjoint 法により基礎方程式の時間発展を拘束条件として, 次式で表される評価関数を最小にするように同化変数を推定する。

$$J(x) = \frac{1}{2}(x - x^0)^T B^{-1}(x - x^0) + \frac{1}{2}(Hx - y^0)^T R^{-1}(Hx - y^0) \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここに, 右辺第 1 項は背景誤差項, 第 2 項は観測誤差項である。\$x\$ はある時刻の波浪の状態を表す \$n\$ 個の成分からなる同化変数ベクトル, \$x^0\$ はその第 1 推定値からなるベクトル, \$y^0\$ はその時刻の \$m\$ 個の観測値からなるベクトルである。演算子 \$H\$ は同化変数を観測変数に変換する観測演算子で, 同化変数が定義されている格子点から観測地点への空間内挿などを含む。行列 \$B\$ と \$R\$ は, それぞれ背景誤差共分散行列と観測誤差共分散行列と呼ばれ, 第一推定値の誤差を \$\Delta x^0\$, 観測誤差を \$\Delta y^0\$ とすると, 次式で定義される。

$$\begin{aligned} B &= \langle \Delta x^0 (\Delta x^0)^t \rangle & (B_{ij} &= \langle \Delta x_i^0 \Delta x_j^0 \rangle) \\ R &= \langle \Delta y^0 (\Delta y^0)^t \rangle & (R_{ij} &= \langle \Delta y_i^0 \Delta y_j^0 \rangle) \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに, \$<\$> は期待値を表す。また, 上付き添字 \$t\$ は行列またはベクトルの転置を表す。誤差共分散行列の対角成分は誤差分散に等しく, 非対角成分は誤差相関係数に比例する。

一般に, 評価関数を最小にする \$x\$ の値を解析的に求めることは困難で, 数値的に求めなければならない。降下法を用いる場合には, 評価関数の勾配を計算する必要がある。評価関数の勾配は,

$$\nabla_x J = B^{-1}(x - x^0) + H^T R^{-1}(Hx - y^0) \quad \dots\dots\dots (5)$$

で与えられる。\$\nabla_x J\$ を計算するためには, 観測演算子の転置行列 \$H^T\$ が必要である。これは, 接線形観測演算子 \$H\$ の Adjoint 演算子 \$H^*\$ に相当する。実際には, \$\nabla_x J\$ は数値モデルのソースコードから Adjoint コードを作成し, アジョイントランを実行することによって求めることができる。本研究では, Adjoint コードの作成には AMC (Adjoint Model Compiler) を用いた。また, 評価関数の最小化 (非線形最適化) には降下法及び準ニュートン法 (LBFGS 公式) を用いた。

なお, WAM Cycle 5 では同化変数として扱うパラメータ個数が, 観測誤差項で用いる観測データ個数よりも少数であることから, 観測誤差項のみを最小化することにより適切に同化変数を修正できた。しかし, 本研究では第 1 推定値そのものを同化変数にしていることから, 修正すべき未知パラメータの数が方程式の数よりも圧倒的に多い非適切な逆問題になる。このような場合に, WAM Cycle 5 と同様に観測誤差項のみの最小化により同化変数を推定すれば, 観測誤差項を最小化する何らかの推定値は得られるものの, 物理的には意味を持たない値が推定される可能性がある。そこで背景誤差項も含む評価関数の最小化によって, 第 1 推定値に近い, ある範囲内で同化変数の修正を行い, 数値モデルの観測データへの適合性を向上させる必要がある。これが, 本研究で背景誤差項を考慮している理由である。

4. チェックポイント法

アジョイントランは, フォワードランで計算される基本場を用いて実行される。フォワードランの計算では非線形性が含まれているのが一般である。そこで, アジョイントランを行うには, フォワードランの各タイムステップでの基本場の非線形性を保存しておく必要がある。しかし, 初期時刻から最終時刻までの全ての非線形性を保存すると, 計算格子数や計算タイムステップ数が大きい場合には, 計算機のメモリが不足する。そこで本研究では WAM Cycle 5 と同様にチェックポイント法を採用した。

チェックポイント法 の概念図を図-1 に示す。積分時間全体 (時刻 \$t=t_0 \sim t_k\$) を \$\Delta T\$ 毎の短いランに分割し,

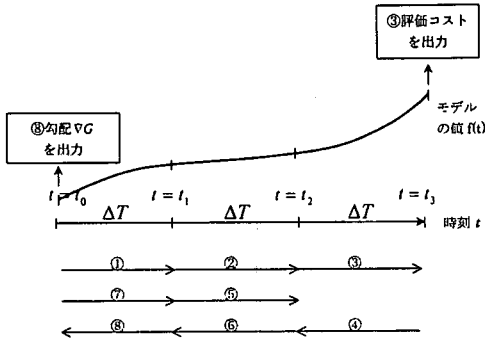


図-1 チェックポイント法

各々のランの終わりで再スタート用のファイルを作成する。最後のランに対してのみ基本場を保存する。この様にして、図-1の場合、①、②、③、④、⑤、⑥、⑦、⑧の順に計算を行う。初期時刻から最終時刻までのタイムステップ数を n 、各チェックポイント間のタイムステップ数を nc 、フォワードランの実行時間を Tf 、アジョイントランの実行時間を Tad とすると、必要なメモリレコード数と、計算時間は、 $n/nc + nc, Tad + Tf + ((nc - 1)/nc) \times Tf$ である。また、最適なチェックポイントの時間間隔は、 $nc_{opt} = \sqrt{n/a}$ で与えられる。ここに a は、1ステップ毎に必要なメモリ容量と再スタートファイルのメモリ容量の比である。本研究で対象とする積分時間は6～24時間であり、これに最適なチェックポイント時間間隔は2.4～5.0時間である。そこで、本研究ではチェックポイント時間間隔を一律3時間とした計算した。

5. 背景誤差項に関する数値的検討

(1) 2×2行列を用いた背景誤差項のコストの検討

観測誤差は互いに独立であると考えられるので、本研究では観測誤差共分散行列は対角行列とした。一方、背景誤差は地点（格子）間相関を有すると考えられる。そこで、ここではまず、背景誤差の地点間相関と背景誤差項のコストとの関係を簡単な2×2行列の例で説明する。この時、式（3）の評価関数の背景誤差項は次式で表される。

$$(b_1 \ b_2) \begin{pmatrix} 1 & a \\ a & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 b_1 と b_2 は同化変数と第1推定値との差、非対角成分 a は、 b_1 と b_2 の誤差相関である。

表-1は、誤差相関 a と変数 b_1, b_2 の相違によるコストの変化を示したもので、ここでは $b_1=0.2$ で固定し、 $a=0 \sim 0.9$ で0.1毎に、 $b_2=0.05 \sim 0.2$ で0.05毎に式（5）を計算した値を示している。 $a=0$ のとき $b_2=0$ がコスト最小となる。 $a=0.5$ のときは $b_2=0$ と $b_2=0.2$ でコストは同値となり、 $b_2=0.1$ がコスト最小となる。また、 $a=0.9$ のときは $b_2=0.2$ でコスト最小となる。このように、同化変数の誤差相関が無相関($a=0$)の場合には、変数 b_1, b_2 が互いに異なる値の場合にコスト最小となり、誤差相関が高い場合には変数 b_1, b_2 が近い値の場合にコスト最小となる。すなわち、格子間の誤差相関の大小によって、コスト最小となる同化変数が異なってくる。

(2) 矩形海における数値実験

ここでは、背景誤差共分散行列の誤差相関は距離に反比例して小さくすると仮定し、格子点 (i, j) 間の誤差相関 a_{ij} を① $40/x_{ij}$ 、② $80/x_{ij}$ 、③ $120/x_{ij}$ として検討した(図-2)。ここに、 x_{ij} は (i, j) 間の地点間距離(km)で a_{ij} の最大値は1である。また、比較のために背景誤差共分散行列を④単位行列 I とした場合についても検討した。

計算領域は21×21格子の矩形とし、図-3(a)に示すように西側5×21格子は陸域、その東側を海域とした。格子間隔は110 km、風向は東で一樣風(10 m/s)、深海条件、積分時間間隔は30分で、同化期間は6、12時間とした。

実験ケースを表-2に示す。Case 01～04では図-3(a)の●の1地点を、Case 05では○の2地点を観測地点と

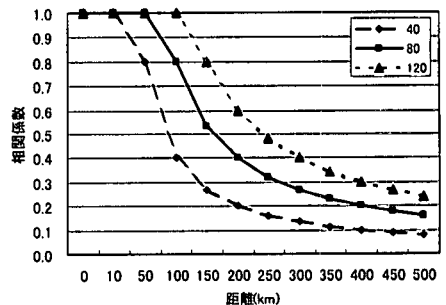


図-2 格子間距離と相関係数

表-1 2次元行列での背景誤差項のコスト

b_2	a									
	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.00000	0.04000	0.04040	0.04167	0.04396	0.04762	0.05333	0.06250	0.07843	0.11111	0.21053
0.05000	0.04250	0.04091	0.04010	0.04011	0.04107	0.04333	0.04766	0.05588	0.07361	0.12895
0.10000	0.05000	0.04646	0.04375	0.04176	0.04048	0.04000	0.04062	0.04314	0.05000	0.07368
0.15000	0.06250	0.05707	0.05260	0.04890	0.04583	0.04333	0.04141	0.04020	0.04028	0.04474
0.20000	0.08000	0.07273	0.06667	0.06154	0.05714	0.05333	0.05000	0.04706	0.04444	0.04211

表-2 矩形海における実験ケース

Case	観測誤差項	背景誤差項	観測地点	積分時間*
01	あり	なし	1	6
02	あり	単位行列 I	1	6
03	あり	$a=80/x$	1	6
04	あり	$a=80/x$	1	12
05	あり	$a=80/x$	2	12

して同化実験を行った。各観測地点の波高観測値はフォワードランで推算された波高値の1.5倍とした。また、観測値の海域代表性は完全であるとし、観測誤差共分散行列は単位行列とした。紙数の都合で、ここでは上記② $80/x_{ij}$ のケースのみの計算結果を示す。

図-3(b)のCase 01は、背景誤差項を考慮せず観測誤差項のみの評価関数を最小化した場合の初期海面波高の同化結果である。この場合は、(c)、(d)に示すCase 02、Case 03に比べて波高の局所的な空間変化が大きい。これは、観測地点の推算値と観測値が一致（観測誤差項が最小）するように初期波浪場を変化させたためである。図-3(c)に見られるように、背景誤差項を加えることにより初期波浪場の局所的な空間変化はなだらかになる。また、図-3(c)と(d)を比較すると、初期推定値の誤差の格子間相関を考慮することにより、同化される海域

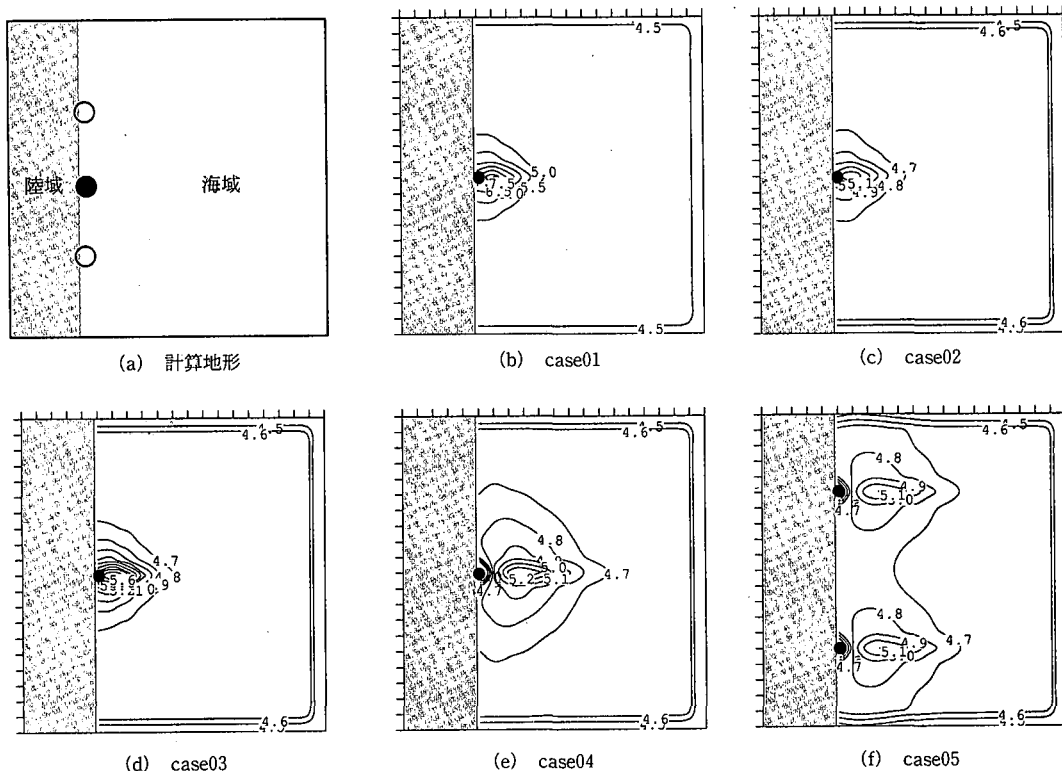
が広がることが分かる。次に図-3(e)と(f)を比較すると、観測地点が多い場合、特に観測地点が適度に離れている場合には同化される海域がさらに広がることが分かる。

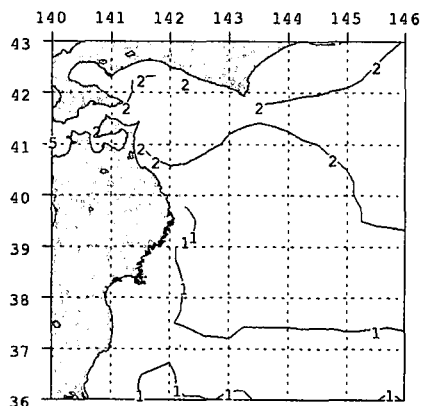
6. 実海域を対象とした検討

(1) 計算条件

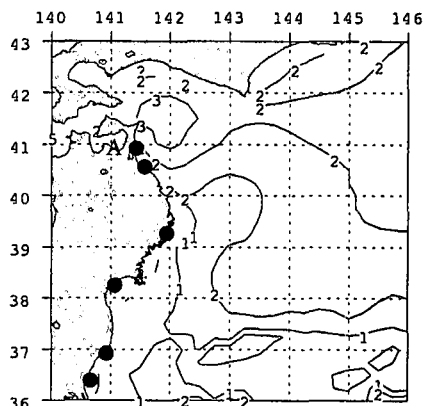
実海域を対象とした検討は、図-4に示す北緯 $36^{\circ} \sim 43^{\circ}$ 、東経 $140^{\circ} \sim 146^{\circ}$ の東北地方沿岸を対象とし、格子間隔を緯度・経度方向とも 0.25° として同化実験を行った。海上風にはECMWFのデータを用い、深海条件で、積分時間間隔は15分、同化期間は24時間で計算した。また、データ同化には図-4に示す地点A～Fの6地点のNOWPHAS観測データを用いた。観測値の海域代表性は、観測地点別・波向別に周辺地形による遮蔽や浅瀬の存在を考慮し、観測値の重み係数（0または1）として観測誤差共分散行列に乗じた。なお、本推算領域はネスティング後の領域であり、開境界からは大領域からの波浪エネルギーの流入を考慮している。

以下では、観測誤差項と背景誤差項の両方を考慮した同化計算結果を示す。なお、このケースでは誤差相関が距離に反比例し、 $a_{ij}=80/x_{ij}$ で小さくなるように仮定した背景誤差共分散行列を用いた。





(a) 同化前の波高 (m), 初期時刻



(b) 同化後の波高 (m), 初期時刻

図-4 データ同化処理の実海域における適用結果

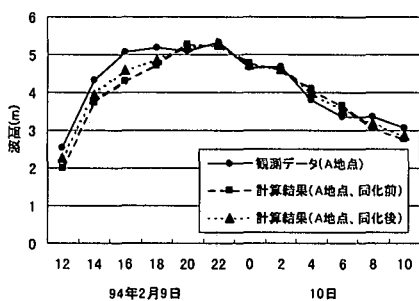


図-5 波高の経時変化の比較

(2) 計算結果

図-4は観測データを同化する前と後の初期時刻の波高平面分布図である。また、図-5は図-4のA地点の同化前と後の波高の経時変化図である。図-5に見られるように、同化前の推算波高は観測データに比べて低く推算されているが、同化後ではやや高くなっている。同様の影響が図-4(b)に見られ、A地点の波高が図-4(a)の同化前と比べて局所的にやや高くなっていることがわかる。この他の観測地点においても、同化前の波高は観測値に比べて低く推算されていたが、これらの観測地点においても同化後の波高はやや高く推算され観測値に近づくことが分かる。

7. おわりに

本研究では第三世代波浪推算モデル WAM Cycle 5 を改良し、方向スペクトルの第1推定値を同化変数として、評価関数に観測誤差項と背景誤差項の両方を考慮して幾つかの検討を行った。ここでは、背景誤差の地点間の相

関係数として、便宜的に距離に反比例する関数形を仮定して検討したが、これについてはさらに検討する必要がある。また、第1推定値を同化するだけでは、波浪推算の精度向上にも限界があることから、波浪推算モデルに含まれる幾つかのパラメータや海上風あるいは開境界上の方角スペクトルなども同化変数として取り込めるような汎用的なモデルを作成する必要がある。なお、本論文では具体的には述べなかったが、降下法や準ニュートン法を用いた繰り返し計算により評価関数を最小化する最適な同化変数を推定したが、条件によっては計算値が発散する場合も度々発生した。この方面の研究も併せて実施して行くことにより、さらに高精度で信頼性の高い次世代波浪推算法の開発に取り組む予定である。

謝辞：本研究では、実海域を対象としたデータ同化の検討に際し、海上風データには ECMWF の客観解析データ、波浪観測データには NOWPHAS データを用いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 小林智尚・足立忠行・藤岡康弘・安田孝志 (2000): データ同化を用いた波浪推算開境界条件の推定法, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 266-270.
- 小林智尚・藤岡康弘・山口幸司・足立忠行・安田孝志 (2001): データ同化による波浪推算の高精度化, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 211-215.
- Hans Hersbach (1998): The adjoint of the WAM model., KNMI-WR, pp. 7-9, 15.
- Hersbach H., P. A. E. M. Janssen (1997): Improvement of the Short Fetch Behavior in the WAM model, Journal of Atmospheric and Oceanic Technology 16, pp. 884-892.