

島嶼部周辺の波浪スペクトル特性

吉田明徳*・横田雅紀**・山城 賢***・宮本好英****

波の散乱解析の結果を利用して, 周波数スペクトルおよび方向スペクトルを推定する方法を示し, Bretschneider-光易型周波数スペクトル, 光易型方向分布関数を有する不規則波を仮定して, 白島石油備蓄基地を対象に, 島周辺の周波数スペクトルおよび方向スペクトルを推定した。その結果, 反射側海域では島からの反射波が複雑に重なり合い, しかもその影響が相当遠くまでおよぶため, スペクトルには空間的な変動が大きく現れ, 入射波のスペクトルとは大きく異なること, 島の背後域では静穏域が相当遠くまでおよぶこと, また方向スペクトルの推定では分解能の良いスペクトルが容易に推定できることを示した。

1. ま え が き

島嶼部沖合では島からの散乱波の影響が相当沖合まで及ぶため, 島周辺の波浪のスペクトルは外海からの入射波スペクトルとは大きく異なる。しかも, 島からの散乱波が複雑に重なり合うため空間的な変動が大きく, 特定の点で観測値が得られたとしてもそれによって近傍の任意点の波浪スペクトルを類推することはできない。

著者らは, 波動境界値問題の分野で開発された波の散乱解析法を用いて島近傍の任意点における周波数スペクトルの推定をおこない, 白島石油備蓄基地での波浪と作業船の動揺の観測結果を用いてその妥当性を検討した(吉田ら, 2002)。本研究は, さらに方向スペクトル推定もおこなって島周辺の波浪スペクトルの変動特性について検討したものである。

2. 波浪推算の概略

(1) 波の散乱解析法

波の散乱解析法は一定水深の海域にある任意平面形状の柱状構造物を対象とする解析法を用いた(土木学会, 1994)。島を一定水深 h の海域にある任意形状の柱状構造物と考え, 静水面上に x 軸と y 軸を取り, 鉛直上方に z 軸を取るものとする。この構造物に対して周波数スペクトル $S_i(f)$, 方向分布関数 $G_i(\theta, f)$ を有する不規則波が, x 軸と主波向き θ_m の角度をなして入射するものと仮定する。周波数 f で進行角 θ の入射成分波の振幅を $\zeta_0(f, \theta)$, 角周波数を $\sigma(=2\pi f)$ で表し, 波動の速度ポテンシャルが入射波のポテンシャルと島からの散乱波のポテンシャルの和として次式で表せると仮定する。

$$\phi(x, y, z, t) = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \frac{g \zeta_0(f, \theta)}{\sigma} \{ \phi_i(x, y|f, \theta) + \phi_s(x, y|f, \theta) \} \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cdot e^{-i\sigma t} d\theta df \dots\dots (1)$$

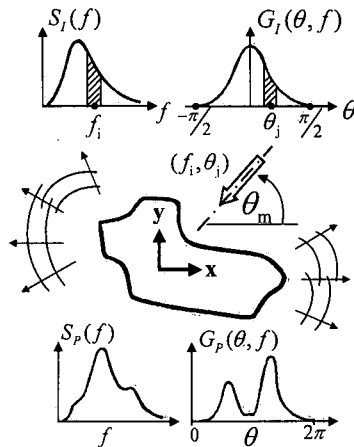


図-1 模式図

上式で, $i = \sqrt{-1}$, g は重力加速度, k は分散方程式を満足する周波数成分 f の波の波数である。 $\phi_i(x, y|f, \theta)$ と $\phi_s(x, y|f, \theta)$ はそれぞれ入射波のポテンシャルと島からの散乱波のポテンシャルの空間分布を表す無次元の関数で, $\phi_i(x, y|f, \theta) = i \cdot \exp\{-ik(x \cos \theta + y \sin \theta)\}$ で与えられる。詳細は先述の参考文献を参照していただくことにするが, 島の境界上の散乱波のポテンシャルを未知量とする境界値問題として, 境界要素 ΔS_j 上の $\phi_s(j)$ に関する連立一次方程式が導かれ, これを解いて $\phi_s(j)$ が決まると, 海域の任意点における散乱波のポテンシャルが算定できる。

(2) 周波数スペクトル推定法

不規則入射波の成分 (f, θ) によって生じる任意の推定点 (x, y) における散乱波は, 一般には多方向に進行する成分波から成る。この散乱成分波の水面変動の複素振幅を進行角を β として $F_s(\beta|f, \theta)$ と表すと, 散乱成分波 $\eta_s(\beta|f, \theta)$ は次式で表せる。

$$\eta_s(\beta|f, \theta) = F_s(\beta|f, \theta) \cdot e^{i(2\pi f t - kx \cos \beta - ky \sin \beta)} \dots\dots (2)$$

このとき, 任意の推定点における散乱波の水面変動の複素振幅 $\zeta_s(f, \theta)$ は $\eta_s(\beta|f, \theta)$ を β について一周積分して与えられる。

* 正 会 員 工 博 九州大学助教授 大学院工学研究院環境都市部門
** 正 会 員 工 修 国土環境
*** 学生会員 工 博 九州大学助手 大学院工学研究院環境都市部門
**** 正 会 員 (株) 山本基礎

$$\zeta_s(f, \theta) = \int_0^{2\pi} F_s(\beta|f, \theta) e^{-i(kx \cos \beta + ky \sin \beta)} d\beta \dots (3)$$

一方、波の散乱解析より得られる推定点でのポテンシャル関数 $\phi_s(f, \theta) (= \phi_s(x, y|f, \theta))$ は速度ポテンシャルと水面変動の関係より次式の関係にある。

$$\phi_s(f, \theta) = \frac{\zeta_s(f, \theta)}{\zeta_0(f, \theta)} \cdot e^{i\frac{\pi}{2}} \dots (4)$$

これより $\phi_s(f, \theta)$ の絶対値は入射波の振幅に対する推定点での散乱波の振幅の比を表し、入射波（原点位置）に対する散乱波の位相差が $\phi_s(f, \theta)$ の偏角を $\varepsilon_s(f, \theta)$ とすると $\{\varepsilon_s(f, \theta) - (\pi/2)\}$ で与えられることを示す。以上のことより、方向分散を有する周波数成分 f の入射波による推定点の水面変動の複素振幅 $\zeta_s(f)$ は $\zeta_s(f, \theta)$ を θ について一周積分した次式で与えられる。

$$\zeta_s(f) = \int_0^{2\pi} \zeta_0(f, \theta) |\phi_s(f, \theta)| \cdot e^{i(\varepsilon_s(f, \theta) - \frac{\pi}{2})} d\theta \dots (5)$$

推定点での散乱波の周波数スペクトルを $S_s(f)$ とすると

$$S_s(f) df = \frac{1}{2} |\zeta_s(f)|^2 \dots (6)$$

入射波 (f, θ) 成分の振幅 $\zeta_0(f, \theta)$ は、入射波の周波数スペクトル $S_i(f)$ と、方向分布関数 $G_i(\theta, f)$ より次式で算定される。

$$\zeta_0(f, \theta) = \sqrt{2S_i(f)G_i(\theta, f)\Delta f\Delta\theta} \dots (7)$$

なお、式中の位相 $\varepsilon_s(f, \theta)$ は、波の散乱解析においては入射成分波の位相をすべて 0 として解析した結果であるから、式 (4) の $\zeta_s(f)$ より算定されるスペクトルは、スペクトルの一つの実現値を与える。そのため、実際の周波数スペクトルの算定にあたっては式中の $\varepsilon_s(f, \theta)$ を $\varepsilon_s(f, \theta) + (\varepsilon_1(f) + \varepsilon_2(\theta))$ と表し、周波数と方向角に関する位相 $\varepsilon_1(f)$, $\varepsilon_2(\theta)$ を乱数を用いてランダムに与えて得られる $\zeta_s(f)$ の平均値を用いてスペクトルを算定した。

(3) 方向スペクトルの推定法

方向スペクトル入射波のもとでの任意点における周波数 f の水面変動 $\eta_s(t|f)$ は $\eta_s(\beta|f, \theta)$ を θ と β についてそれぞれ一周積分をおこなって与えられ

$$\eta_s(t|f) = \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\int_0^{2\pi} F_s(\beta|f, \theta) d\theta \right] \cdot e^{-i(kx \cos \beta + ky \sin \beta)} d\beta \right\} e^{i2\pi ft} \dots (8)$$

なおこれは、先述の式 (5) の $\zeta_s(f)$ とは次式の関係にある。

$$\eta_s(t|f) = \zeta_s(f) e^{i2\pi ft} \dots (9)$$

よって方向スペクトル入射波によって生じる推定点での散乱波の水面変動を $\eta_s(t)$ と表すとこれは $\eta_s(t|f)$ の全周

波数成分を合成して得られ

$$\begin{aligned} \eta_s(t) &= \int_0^\infty \eta_s(t|f) e^{i2\pi ft} df \\ &= \int_0^\infty \left[\int_0^{2\pi} F_s(\beta, f) e^{-i(kx \cos \beta + ky \sin \beta)} d\beta \right] \cdot e^{i2\pi ft} df \dots (10) \end{aligned}$$

ただし

$$F_s(\beta, f) = \int_0^{2\pi} F_s(\beta|f, \theta) d\theta$$

一方、異なる地点 1 と 2 の水面変動 $\eta_s^1(t)$, $\eta_s^2(t)$ の相関 $R_{12}(\tau)$ を考えると

$$R_{12}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \eta_s^1(t) \eta_s^2(t + \tau) dt \dots (11)$$

これに式 (10) を用いると結局次式を得る。

$$\begin{aligned} R_{12}(\tau) &= \int_0^\infty \left[\int_0^{2\pi} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |F_s(\beta, f)|^2 \right. \\ &\quad \cdot \exp\{-ik(x_1 - x_2)\cos\beta \\ &\quad \left. + (y_1 - y_2)\sin\beta\} d\beta \right] e^{i2\pi f\tau} df \dots (12) \end{aligned}$$

ただし、 $\eta_s^1(t)$ と $\eta_s^2(t)$ は同一の波動場とみなせる程度に近接した 2 点であり、同一の振幅スペクトル $F_s(\beta, f)$ を持つと仮定している。一方、 $\eta_s^1(t)$ と $\eta_s^2(t)$ のクロススペクトルを $\Psi_{12}(f)$ と書くと、このとき相互相関関数とクロススペクトルは次のフーリエ変換対の関係にある。

$$\Psi_{12}(f) = \int_0^\infty R_{12}(\tau) e^{-i2\pi f\tau} d\tau \dots (13)$$

$$R_{12}(\tau) = \int_0^\infty \Psi_{12}(f) e^{i2\pi f\tau} df \dots (14)$$

式 (12) と式 (14) を比較することにより次の関係が成り立つことがわかる。

$$\begin{aligned} \Psi_{12}(f) &= \int_0^{2\pi} S_s(\beta, f) \exp\{-ik(x_1 - x_2)\cos\beta \\ &\quad + (y_1 - y_2)\sin\beta\} d\beta \dots (15) \end{aligned}$$

ただし $S_s(\beta, f)$ は次式で表され、方向スペクトルを意味する。

$$S_s(\beta, f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} |F_s(\beta, f)|^2$$

式 (15) を用いて方向スペクトルを求めるには離散化した方向スペクトルの値に関して成立する連立一次方程式を解く必要があり算定が面倒である。ここでは、この関係式を直接数値的に解いて方向スペクトルを求めることはせず、次に述べる方向スペクトルとクロススペクトルの関係式を用いて近似的に算定した。

いま、異なる 2 点の水面変動を、地点の座標を (x, y) と $(x+X, y+Y)$ で表し、水面変動の時間と空間に関する 3 次元の相関係数を考え $R(X, Y, \tau)$ と表す。このとき $R(X, Y, \tau)$ のフーリエ変換対 $S(u, v, f)$ は

$$R(X, Y, \tau) = \iiint S(u, v, f) \cdot e^{i(uX+vY-2\pi f\tau)} du dv df \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$S(u, v, f) = \iiint R(X, Y, \tau) \cdot e^{-i(uX+vY-2\pi f\tau)} dXdYd\tau \quad \dots\dots\dots (17)$$

ただし、 $u = k \cos \beta$, $v = k \sin \beta$ で、 k は波の波数、 β は x 軸より反時計回りに取った波の進行方向角をあらわす。通常、波浪観測では時間波形は十分な長さのデータが得られることから、式(17)についてまず時間項の積分をおこなうと、これは2点 (x, y) と $(X+X, y+Y)$ の水面変動のクロススペクトル $\Psi(X, Y, f)$ の共役関数を与える。

$$S(u, v, f) = \iint \Psi^*(X, Y, f) e^{-i(uX+vY)} dXdY \quad \dots\dots\dots (18)$$

上式で、 $S(u, v, f) = S(f)G(\theta, f)$ と表し、離散点に配置された波高計対 (X_n, Y_n) に関して和分を取ると、方向スペクトル $G(\theta, f)$ は次式で算定される(Barber, 1961; 合田, 1984)。

$$G(\beta, f) = \alpha \left[C(0, 0) + 2 \sum_{n=1}^M \cdot \{ C(X_n, Y_n) \cos(kX_n \cos \beta + kY_n \sin \beta) + Q(X_n, Y_n) \sin(kX_n \cos \beta + kY_n \sin \beta) \} \right] \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで、 α は方向分布関数 $G(\theta, f)$ の全周積分が1となるための補正值で、 $C(X_n, Y_n)$ と $Q(X_n, Y_n)$ は、クロススペクトルを $\Psi(X_n, Y_n) = C(X_n, Y_n) - iQ(X_n, Y_n)$ と表すときの実数部と虚数部を意味する。

現実の海域では通常は高々数点での観測値しか得られない為、精度の良いクロススペクトルを得ることが出来ず方向角の分解能が上がらない(Barber, 1961; Panicker, 1970; 橋本典明, 1992)。波の散乱解析法では水面変動を任意の地点で得ることができて十分精度の良いクロススペクトルを用いることができる。しかも成分波 (θ_i, f_i) についての水面変動の結果が、現実の観測値を周波数分解した成分波に対応するから、水面変動のクロススペクトルは観測値の場合と異なり、時間波形の周波数分解を行うことなく式(5)、式(9)で与えられる水面変動 $\eta_s(t|f)$ の相互相関より直接次式で算定される。

$$\Psi(X, Y, f) = \frac{1}{2} \zeta_{1s}^2(f, \theta) \|\zeta_{1s}(t)\| \zeta_{2s}(f) \cdot e^{i\epsilon_{12}(f)} \quad \dots\dots\dots (20)$$

上式中の $\epsilon_{12}(f)$ は $\zeta_{1s}(f)$ の偏角と $\zeta_{2s}(f)$ の偏角の差で与えられる水面変動の位相差である。

なお、現実の海面の水面変動に対応するスペクトルは、ポテンシャル関数 $(\phi_i + \phi_s)$ によって与えられる波動で、その周波数スペクトルの算定は式(6)において ϕ_s を $(\phi_i$

$+ \phi_s)$ で置き換えることで得られる。

3. 白島周辺の波浪スペクトル

(1) 白島石油備蓄基地

白島石油備蓄基地は北九州市の北方約8kmの沖合に建設された原油備蓄量約560万klの大規模洋上備蓄基地である。計算は白島を囲む4km四方の領域を対象としておこなった。計算に用いた白島の境界形状と、座標を図-2に示す。

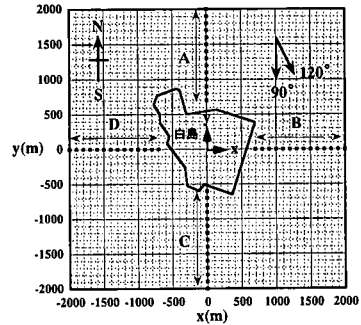


図-2 白島の平面境界座標

(2) 計算の条件

Bretschneider-光易型の周波数スペクトル $S_i(f)$ で、光易型方向分布関数 $G_i(f, \theta)$ を有する不規則波が入射するものと仮定した。この周波数スペクトルおよび方向分布関数については参考文献(合田, 1984)に詳しく述べてある。波の散乱解析における境界要素サイズ、境界における反射率の設定、成分波を重ね合わせる際の乱数を用いる位相の組の所要個数などについては、著者らが検討した結果を用いた(吉田ら, 2002)。有義周期 $T_{1/3} = 8.0$ 秒の周波数スペクトルを周期5秒から15秒まで0.2秒間隔で51個の周波数成分に分割し、入射角については入射波の主波向に対して左右90度を5度間隔で37個に分割した総数 $(51 * 37 = 1887)$ 個の成分波 (f_i, θ_i) についての散乱解析の結果を用いて算定した。

(3) 周波数スペクトル

有義周期 $T_{1/3} = 8.0$ 秒、有義波高 $H_{1/3} = 3$ m、 $S_{max} = 10$ および75の入射波が、主波向き $\theta_m = 90^\circ$ および 120° で入射する場合について、図-2の格子点上における周波数スペクトルを算定した。この際、推定地点のポテンシャル値は推定点を囲む(10m×10m)の領域の平均値を算定して用いた。

入射側の海域 $x/h = 0$ 上の推定点Aにおける周波数スペクトルを $\theta_m = 120^\circ$ 、 $S_{max} = 10$ の場合について図-3に示している。入射側の海域には島からの反射波が存在し重複的な変動が生じる。推定点が重複波の腹に位置す

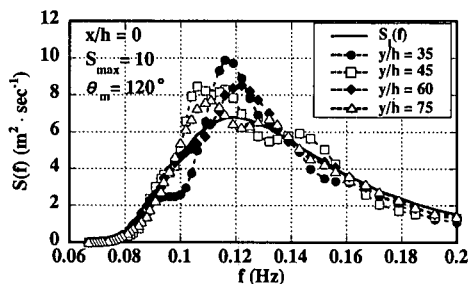


図-3 入射側海域の推定点 A における周波数スペクトルの変動 ($\theta_m = 120^\circ$, $S_{\max} = 10$)

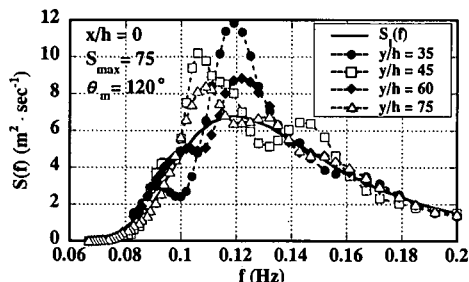


図-4 入射側海域の推定点 A における周波数スペクトルの変動 ($\theta_m = 120^\circ$, $S_{\max} = 75$)

る周波数成分が増大し、節に位置する周波数では減少するが、島からの反射波の影響がかなり遠くまでおよび、しかもそれが複雑に重なり合う為、スペクトルの周波数特性には空間的な変動が大きくあらわれる。図-4は同じ推定点での集中度 $S_{\max} = 75$ の場合の周波数スペクトルで、重複波的な波動場がより強まるものと考えられ、周波数スペクトルもこれを反映して $S_{\max} = 10$ に比べると変動が大きく現れていることが見て取れる。

一方、 $\theta_m = 120^\circ$, $S_{\max} = 10$ の場合に、島背後の推定点 C における周波数スペクトルの変動を示すと図-5 のようになる。島陰で、島の両端からの回折波のみで反射波が存在しない為に、水面変動の振幅は小さく周波数スペクトルは入射波のスペクトルとほぼ相似の形をとり、島から遠ざかるにつれて入射波のスペクトルに近づいてい

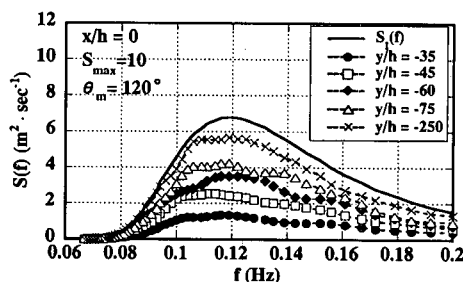


図-5 島背後の推定点 C における周波数スペクトルの変動 ($\theta_m = 120^\circ$, $S_{\max} = 10$)

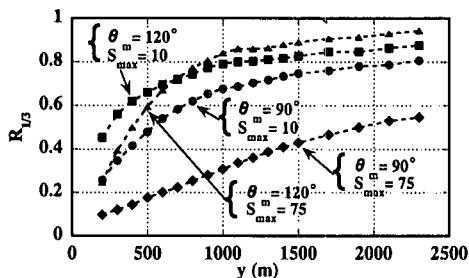


図-6 島陰背後の離岸距離に対する有義波高の変動 ($\theta_m = 90^\circ, 120^\circ$, $S_{\max} = 10, 75$)

る。

周波数スペクトルの 0 次モーメント m_0 と有義波高 $H_{1/3}$ の関係式 $H_{1/3} = 4\sqrt{m_0}$ を用いて算定した有義波高の、入射波の有義波高 $H_{1/3} = 3$ m に対する比 $R_{1/3}$ を、島からの離岸距離を横軸にとって示した (図-6)。この結果を見ると、白島程度の大きさの島では、海岸からかなり離れても島陰背後域の静穏域が存在し、特に、 $\theta_m = 90^\circ$, $S_{\max} = 75$ の場合、離岸距離が 2 km 以上あっても $H_{1/3}$ は入射波の 5 割から 6 割程度でしかない。

(4) 方向スペクトル

方向スペクトルの分布関数 $G(\theta, f)$ の推定に用いる水面変動の観測点は任意の位置に任意の個数設定することが出来る。本計算では、推定点を中心とする一辺が B の矩形領域内の格子点において中心点とのクロススペクトルを算定し、それを用いて方向分布関数を算定した。このときの矩形領域の大きさによる方向分解能を周期 $T = 10$ 秒、 $\theta = 90^\circ$ の単一成入射波について検討した結果を図-7 に示す。図より $B/L = 3$ 程度であれば分解能は十分得られ、現地観測などで数個の波高計を星型に配置する場合と比べると格段に良い分解能が得られることがわかる (Panicker, 1970)。

図-8 は $\theta = 90^\circ$ の単一成入射波によって生じる島周りの散乱波について方向分布関数を推定したもので、散乱波の波率線の分布と推定点 P1 を図-9 に示している。

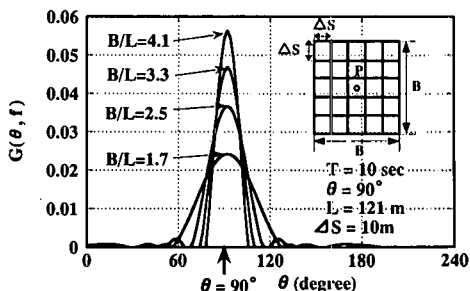
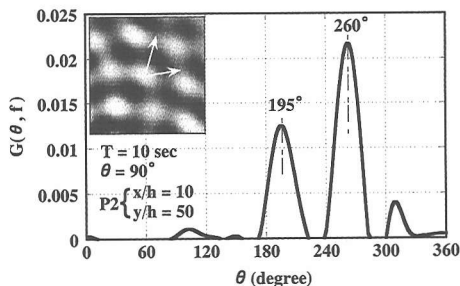
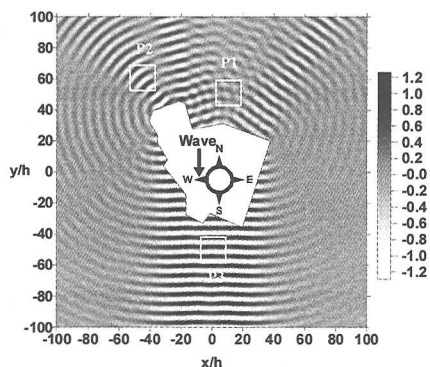


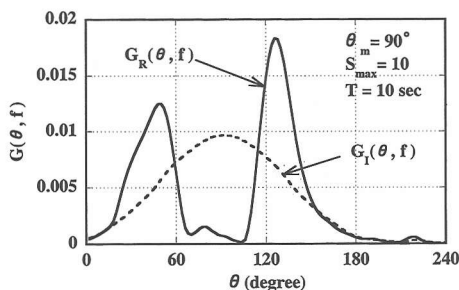
図-7 クロススペクトル算定格子領域と方向角分解能の変動



図—8 単一成分波による推定点 P1 のクロススペクトル分布と方向分布関数 ($T=10$ sec., $\theta=90^\circ$)



図—9 単一成分入射波による散乱波の波峰線分布 ($T=10$ sec., $\theta=90^\circ$)



図—10 方向分散を有する入射波による推定点 P3 の方向分布関数 ($T=10$ sec., $\theta_m=90^\circ$, $S_{max}=10$)

図—8 中には推定点格子領域についてのクロススペクトルの分布を示している、このパターンより概略読み取った波の進行角と、方向分布関数が与える進行波成分の進行角がほぼ一致することが確かめられる。

図—10 は $T=10$ 秒、主波向き $\theta_m=90^\circ$ の方向分散を有する入射波成分の波動場における、島陰部(図—9 中 P3)における方向分布関数を、入射波の方向分布関数と共に示したもので、島の両端からの回折波によって波浪場が

構成されていることがわかる。

4. あとがき

波の散乱解析の結果を利用して、周波数スペクトルおよび方向スペクトルを推定する方法を示し、白島石油備蓄基地を対象に、Bretschneider-光易型周波数スペクトル、光易型方向分布関数を有する不規則波を仮定して、島嶼部周辺でのスペクトルの特性について検討した。

本研究で得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 入射波側海域での波浪の観測値には、島からの反射波が複雑に重なり合い、しかも反射波の影響は相当沖合いにまで及ぶことから、島周辺の波浪のスペクトルは入射波スペクトルとは大きく異なり、かつ観測点による変動が大きく現れる。

(2) 島背後域の周波数スペクトルは入射波のスペクトルとほぼ相似の形をとり、島から遠ざかるにつれて入射波のスペクトルに近づく。白島では島陰背後域の相当遠くまで静穏域が存在し、特に入射波スペクトルの集中度が高い場合には、離岸距離が 2 km 以上あっても有義波高は入射波の有義波高の 5 から 6 割程度である。

(3) 波の散乱解析法では入射波スペクトルの各成分波 (f_i, θ_i) に関して散乱波の分布が得られることから、島周辺の任意点における方向スペクトルを容易に求めることができる。しかも、現地観測と異なり波高計の配置と個数に制限がなく分解能の高い方向スペクトルを算定することができる。

謝辞：本研究に関して九州大学大学院工学研究院教授 入江 功先生より示唆ならびに多くの助言を頂いた。また、本論文の作成には修士課程学生宮地正樹君の助力を得た。記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 合田良実 (1984): 港湾構造物の耐波設計, 鹿島出版会, pp. 211-218.
- 土木学会編 (1994): 海岸波動, 第II編, 第3章, pp. 182-185.
- 橋本典明 (1992): 海洋波の方向スペクトル推定法に関する研究, 港湾技研資料, No. 722, pp. 1-119.
- 吉田明徳・一田 剛・山城 賢・宮本好英 (2002): 波の散乱解析法を用いた島周辺の波浪スペクトル推定, 海岸工学論文集, 第 49 巻, pp. 226-230.
- Barber N. F. (1961): The Directional Resolving Power of an Array of Wave Detectors, Ocean Wave Spectra, Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., pp. 138-150.
- Panicker N. N., L. E. Borgman (1970): Directional Spectra from Wave-Gage Arrays, Twelfth Int. Conf. Coastal Eng., Vol. 1, pp. 117-136.