

海面抵抗係数の波齢および波形勾配依存型評価式の提案

山下 裕之*・泉宮 尊司**・長谷部 純***
黄 光偉****・石橋 邦彦

本研究では, Janssen の準線形理論を用いて海面抵抗係数が波齢の逆数および波形勾配の関数となることを理論的に示している。まず, 風洞水槽実験において風速分布および風波の諸元を測定し既存の実験データも利用して, 海面抵抗係数が波齢の逆数だけでなく, 風波の波形勾配の関数になっていることを明らかにしている。さらに, その関係を定式化し評価式を提案すると共に, その理論的な裏付けとして準線形理論を用いて数値計算を行い, 海面抵抗係数を算定したところ, 多少過大評価となるものの実測値と高い相関関係にあることが示された。

1. 緒 言

風波による海面抵抗係数を精度良く推定することは, 高潮の推算に用いる海面摩擦応力や風波へのエネルギー供給量をより正確に推定する上で極めて重要なことである。しかしながら, 実用的に用いられている海面抵抗係数の評価式は, 風速のみの関数として表されており, 風波の特性とは無関係となっている。これはある限られた条件下では, 風速と波高や周期との相関が高く, 風速とこれらの波浪特性を分離するのが困難であったことにも拠っている。これまでの実用式の下では, 同じ風速であれば, 波高が 0.5 m でも 3 m でも同じ海面抵抗係数をとることになる。近年, 海面摩擦速度の実測結果に基いた詳細な測定に基いて, 海面抵抗係数や海面粗度が波齢の関数となることが示されており, これまでに数多くの経験式が提案されている (Toba ら, 2001)。しかしながら, 風波の代表的な幾何学的パラメタであり, 気流の排除厚さに影響を及ぼすと考えられる波形勾配が考慮されておらず, 波齢のみでその係数を評価するのには限界があると考えられる。

そこで本研究では, 風洞水槽において摩擦速度および風波諸元を実測すると共に既存の実験データも用いて, 海面抵抗係数を波齢と波形勾配の関数として表した評価式を提案することを研究の目的とする。また, その評価式の理論的な裏付けとして, Janssen (1982, 1989) による準線形理論に基いて数値計算を行い, その結果と実測結果とを比較検討する。

2. 準線形理論による海面抵抗係数

(1) 海面抵抗係数の支配方程式

鳥羽の 3/2 乗則で知られている局所平衡状態にある風波は, 波齢 (C/u^*) と波形勾配 (H/L) との間に一価的な関係が存在し, 風波の海面抵抗係数や海面粗度は波齢

のみの関数としてほぼ表される。しかしながら, より一般的な条件の下では, 波齢と波形勾配はそれぞれ気流の非線形度および風波の非線形度を表す独立なパラメタであり, 海面抵抗係数を支配する要素となると考えられる。

本研究では, 海面抵抗係数を理論的に評価するために, Miles (1957) によって導入された風波によって誘起された気流の応力 (wave-induced Reynolds stress) と気流中の乱流成分を考慮した Janssen (1989) の準線形理論を用いることにした。風波によって励起された気流変動の運動方程式より, 次の Rayleigh 方程式が得られる。

$$(U-C)\left\{\frac{d^2\chi}{dz^2}-k^2\chi\right\}-U''\chi=0 \quad \cdots\cdots\cdots(1)$$

ここに, χ は気流速度の伝達関数で, 海面において $\chi=1$ となる。また, U は風速, C は波速, k は波数, および U'' は z に関する 2 階偏微分を表す。定常状態における平均風速に関する支配方程式は次式で表される。

$$(\nu_a+D_w)\frac{\partial^2 U}{\partial z^2}+\frac{1}{\rho_a}\frac{\partial}{\partial z}\tau_{\text{turb}}=0 \quad \cdots\cdots\cdots(2)$$

ここに, ν_a は空気の動粘性係数, D_w は風波の存在による拡散係数, ρ_a は空気の密度, τ_{turb} は気流の乱流成分による Reynolds 応力であり, Prandtl の混合距離 ℓ を用いて次式で表される。

$$\tau_{\text{turb}}=\rho_a\ell^2\left|\frac{\partial U}{\partial z}\right|\frac{\partial U}{\partial z}, \quad \ell=\kappa z \quad \cdots\cdots\cdots(3)$$

ここに, κ は Kármán 定数である。また, 拡散係数 D_w は, 波速 $C(k)$, 波数 k および風波の波数スペクトル $S(k)$ を用いて次式で表わされる (Janssen, 1989)。

$$D_w=2\pi C(k)k^2|\chi|^2 S(k) \quad \cdots\cdots\cdots(4)$$

風波上の平均風速分布は, 式 (1) および式 (2) を連立させて解くことにより求められる。したがって, ある与えられた摩擦速度 u^* に対して風速分布が求まれば, 海面抵抗係数 C_D も算定できることになる。

ここで, 風波上の平均風速 U および気流速度の伝達関数 χ が波浪のどのようなパラメタの関数になるかを考えてみることにする。一般に, 風波の波高の数倍以上の高さでは, 風速分布は波高に殆ど依らず, ほぼ対数則が成立することはよく知られている。しかしながら, 平均

* 工修 国土交通省北陸地方整備局
** 正会員 工博 新潟大学教授工学部建設学科
*** 豊栄市役所
**** 正会員 工博 新潟大学助教授工学部建設学科
***** 正会員 新潟大学校官工学部建設学科

海面から波高のオーダー以下の高さでは、気流が風波の峰に遮蔽されるため、海面近傍では、波高に対する高さが重要となると考えられる。したがって、海面近傍の高さの代表値として、波高 H_0 を採用し、風速の代表値として u_* をとると、Rayleigh 方程式 (1) は次式となる。

$$\left(U^* - \frac{C}{u_*}\right) \left\{ \frac{d^2 \chi}{dz^2} - (2\pi)^2 \left(\frac{H_0}{L_0}\right)^2 \chi \right\} = U^{*''} \chi \quad \cdots (5)$$

ここに、 U^* および z^* は上述の代表値により無次元化された変数である。上式より、海面近傍においては、気流速度の伝達関数 χ は、無次元高さ z^* の関数だけでなく、波齢あるいは波齢の逆数および波形勾配の関数となる。すなわち、

$$\chi = \chi\left(z^*, \frac{u_*}{C}, \frac{H_0}{L_0}\right) \quad \cdots (6)$$

と表される。したがって、風波の存在による拡散係数 D_w も式 (4) の関係より同様に、

$$D_w = D_w\left(z^*, \frac{u_*}{C}, \frac{H_0}{L_0}\right) \quad \cdots (7)$$

と表される。気流の Reynolds 方程式である式 (2) を積分することにより、風速分布が得られるので、算定される海面抵抗係数 C_D も波齢および波形勾配の関数となると予想される。

$$C_D = C_D\left(\frac{u_*}{C}, \frac{H_0}{L_0}\right) \quad \cdots (8)$$

なお、波齢の逆数 u^*/C は、高さ 10 m における風速 U_{10} を用いて、

$$\frac{u_*}{C} = \frac{u_*}{U_{10}} \cdot \frac{U_{10}}{C} = \sqrt{C_D} \cdot \frac{U_{10}}{C} \quad \cdots (9)$$

と書けるので、海面抵抗係数 C_D と関係付けられる。

(2) 数値計算法

風波上の気流の風速分布を求めるためには、式 (1) と式 (2) を連立させて繰返し計算により解く必要がある。まず、 χ に対する境界条件は、平均海面 $z=0$ で $\chi=1$ 、無限上方 $z \rightarrow \infty$ で $\chi \rightarrow 0$ と与えられる。

ここで、Rayleigh 方程式において、 $\chi = \exp\left\{-\int_0^z \phi dz\right\}$ と変換することにより、

$$\frac{d\phi}{dz} = \phi^2 - k^2 - \frac{U''}{U - C(k)} \quad \cdots (10)$$

ϕ に関する Ricatti 型の微分方程式に書換えることができる。上式により、ルンゲ・クッタ法により容易に計算することができる。 χ に関する 0 次近似解として、風速の曲率 U'' の絶対値が十分に小さいや上方域を考えると、Rayleigh 方程式は、

$$\left\{ \frac{d^2}{dz^2} - k^2 \right\} \chi = 0 \quad \cdots (11)$$

で近似されるので、 $\chi = \exp(-kz)$ を採用することができ

る。なお、この解は十分上方では厳密解に漸近収束するので、 ϕ に関する境界条件として、 $z \rightarrow \infty$ で $\phi \rightarrow k$ とすることができる。

Rayleigh 方程式 (1) は確定特異点をもつので、その近傍では Frobenius 級数解を適用しなければならない。2 つの一次独立な級数解は、次式で与えられる。

$$\chi_1(z) = 1 + \left\{ \frac{1}{2} \frac{U_c'''}{U_c'} - \frac{U_c''^2}{U_c'^2} + \frac{k^2}{2} \right\} (z - z_c)^2 + \frac{U_c'''}{U_c'} (z - z_c) \log(z - z_c) + \cdots \quad \cdots (12)$$

$$\chi_2(z) = (z - z_c) \left\{ 1 + \frac{U_c''}{2U_c'} (z - z_c) + \frac{1}{6} \left(\frac{U_c'''}{U_c'} + k^2 \right) (z - z_c)^2 + \cdots \right\} \quad \cdots (13)$$

ここに、下添字 c は特異点 $z = z_c$ における値を示す。風洞水槽実験の場合、風速 U が相対的に大きく、かつ風波の波速 C の値が小さいので、特異点の高さ z_c は 1 mm 以内となる場合が多い。したがって、平均海面近傍のみで適用されることになる。

一方、平均風速に関する支配方程式 (2) は、2 階の非線形微分方程式となっているので、 $\phi = dU/dz$ と変数変換し、1 階の非線形方程式に帰換えると、

$$\frac{d\phi}{dz} = - \frac{2\kappa^2 z \phi^2}{(\nu_a + D_w) + 2(\kappa z)^2 \phi} \quad \cdots (14)$$

となる。ここに、 ϕ に対する境界条件は、 $z \rightarrow \infty$, $\phi = 0$ である。なお、式 (4) の波数スペクトル $S(k)$ については、Bretschneider・光易型周波数スペクトルを、波数スペクトルに変換して用いている。

$$S(k) = 0.257 \frac{\sqrt{g}}{4\pi} H_{1/3}^2 T_{1/3} \left(T_{1/3} \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \right)^{-5} k^{-3} \cdot \exp \left[-1.03 \left(\frac{T_{1/3}}{2\pi} \sqrt{gk} \right)^{-4} \right] \quad \cdots (15)$$

ここに、 $H_{1/3}$ は有義波高、 $T_{1/3}$ は有義波周期である。

数値計算は、まず有義波高および有義波周期を与えて、波数スペクトルを算定し、 χ の 0 次近似解 $\chi = e^{-kz}$ を用いて、拡散係数 D_w を算定し、式 (14) より $\phi = dU/dz$ およびその積分値 $U(z)$ を求める。その平均風速の鉛直分布をもとに、式 (10) により χ の値を求める。さらに、この χ を用いて U を計算し、所定の値に収束するまで計算を繰り返す。

3. 実験装置および実験方法

本実験は、新潟大学工学部建設学科の風洞水槽を用いて行われた。その風洞水槽の長さは 10 m、高さ 0.8 m、幅 0.4 m であり、水深を 0.38 m に設定して実験を行った。風速および水位変動は、送風機の吹き出し口から、吹送距離 F が 3.06 m と 5.06 m の位置で測定した。

風速は、送風機の回転数を変えて設定し、4 m/s から 13 m/s の範囲で測定した。風速の測定には、プロペラ式風速計を用いて測定し、平均風速の鉛直分布を計測した。平均風速の鉛直分布は、中立状態の場合以下のような対数則がほぼ成立する。

$$\frac{U}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \log \frac{z}{z_0}, \quad \kappa = 0.4 \quad \dots\dots\dots (16)$$

上式の関係より、測定された風速分布を用いて摩擦速度 u_* および水面粗度 z_0 を求め、高度 10 m の換算風速および海面抵抗係数 C_D を算定した。

風波の測定には、容量式波高計および小型超音波流速形 ADV で測定した。測定した水位変動および流速変動は、50 Hz でデータレコーダに記録し、周波数スペクトル、有義波高 $H_{1/3}$ 、有義波周期 $T_{1/3}$ 、有義波波長 $L_{1/3}$ 、および波速 C 等を算定した。なお、様々な条件の下でのより多くの実験データを得るため、鶴谷ら (1983) および松永ら (1996) の実験データも使用させて頂いた。

4. 実験結果および計算結果の比較と考察

(1) 実験結果

海面抵抗係数あるいは海面粗度を波齢の逆数で評価しようとする試みは、Kitaigorodski (1973) ら数多くの研究者により行われている (Toba et al., 2001)。松永ら (1996) も風洞水槽実験結果をもとに、海面抵抗係数が波齢の逆数によりうまく評価されることを示している。しかしながら、図をよく見ると両対数グラフにおいてもデータにばらつきが見られる。このデータのばらつきは、測定誤差によるものか、あるいは他のパラメタの存在に起因するものなのかは議論されていない。本研究では、上に記載した理論的な考察により、波齢の逆数だけでなく、波形勾配にも依存することを予測している。

図-1 は、波齢の逆数および波形勾配をパラメタとして実測の海面抵抗係数 C_D をプロットしたものである。図中の記号は、波形勾配毎に変えてあり、白丸印が波形勾配が小さく、黒丸印が一番大きくなっている。この図より、波齢の逆数の値が同じであれば、波形勾配が小さいほど海面抵抗係数の値がやや大きくなる傾向にあることが分る。

これをもう少し明確にみるために、海面抵抗係数を

$$C_D = A \cdot \left(\frac{u_*}{C} \right)^{0.805} \quad \dots\dots\dots (17)$$

と表し、係数 A と波形勾配 H_0/L_0 との関係を調べることにした。なお、 u_* のべき指数 0.805 は、最小二乗法により得られたものである。上式の関係により得られた係数 A と波形勾配との関係を示したのが、図-2 である。この図は、両対数でなく普通のデカルト座標でプロットしているので、ややバラツキが顕著であるが、明かに波形勾

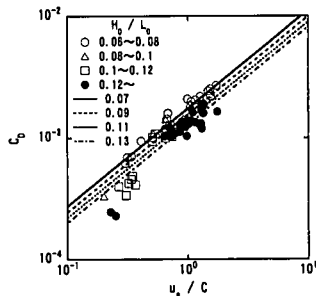


図-1 海面抵抗係数と波齢の逆数との関係

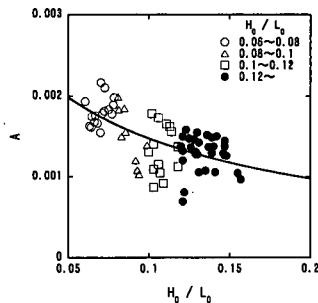


図-2 係数 A と波形勾配との関係

配が小さいほど係数 A の値が大きくなる傾向にあると言える。図中の実曲線は、

$$A = \frac{10^{-3}}{0.330 + 3.477 \cdot (H_0/L_0)} \quad \dots\dots\dots (18)$$

で近似したときの A の値を示している。上式を式 (17) に代入して、海面抵抗係数 C_D を算定したものと実測値と比較したものを図-3 に示している。この図においては、実測された摩擦速度 U_* を用いているので、海面抵抗係数の両者の一致度はかなり高いと言える。

しかしながら、海面抵抗係数を評価する式に摩擦速度 u_* を用いることはできないので、式 (9) の関係式を用いて U_{10} に関する評価式に書換えると、

$$C_D = \frac{1}{330 + 3477 \cdot H_0/L_0} \cdot \left(\frac{U_{10}}{C} \right)^{1.347} \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。上式を用いて算定した海面抵抗係数と実測値とを比較したのが、図-4 である。この図では、高さ 10 m の換算された風速 U_{10} を用いているので、図-3 の場合とは異なり、ややバラツキが大きくなっている。特に、海面抵抗係数が 0.001 以下の時に式 (19) は過大評価となっている。

そこで、波齢の逆数の値が小さくても適合する評価式として、次式を採用することにした。

$$C_D = B \cdot \left(\frac{H_0}{L_0} \right)^m \cdot \left(\frac{u_*}{C} - 0.11 \right)^n \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $B = 4.774 \times 10^{-4}$ 、 $m = -0.541$ および $n = 0.772$

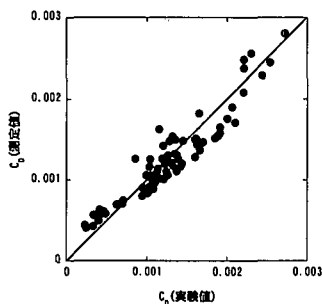


図-3 海面抵抗係数の推定値と実測値との比較

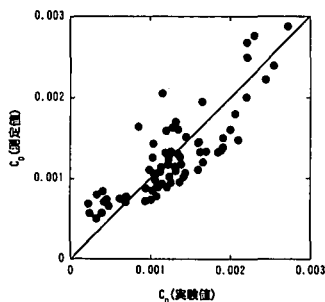
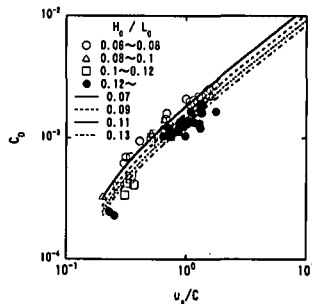
図-4 U_{10} を用いた海面抵抗係数の推定値と実測値の比較

図-5 海面抵抗係数の比較

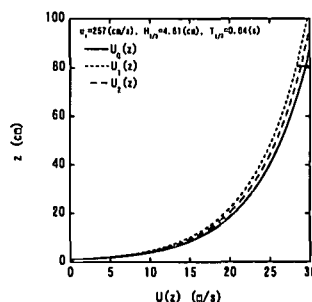


図-6 平均風速の鉛直分布

である。上式を用いて推定した海面抵抗係数を曲線群で示し、実測値を記号で示して比較したものが、図-5である。この図に見られるように、推定値と実測値との一致度がより高くなっていることが分る。

(2) 海面抵抗係数の計算結果との比較

Janssen (1989) による準線形理論の適用性を調べるために、風波の有義波高、有義波周期および海面摩擦速度を与えて、上述の方法により伝達関数 χ および風速 $U(z)$ を計算して海面抵抗係数 C_d を算定した。

図-6 は、風波の有義波高 $H_{1/3} = 4.81$ cm、有義波周期 $T_{1/3} = 0.84$ s および海面摩擦速度 $u_* = 257$ cm として与えた時の平均風速の鉛直分布と収束状況を示したものである。この図には、初期値から2回目の計算結果までを示しているが、3回目の計算結果は2回目の結果と殆ど同じであったので省略している。風速の鉛直分布は、風波の存在による拡散係数 D_w に影響を受けて、初期値の対数則の風速よりも多少小さくなっていることが分る。

図-7 は、図-6 と同じ条件下における伝達関数 χ の鉛直分布を示したものである。初期の近似値としては、 $\chi = e^{-kz}$ を用いている。3回目の計算結果は、風速分布と同じように2回目の結果と殆ど同じであったので省略している。この計算条件のもとでは、伝達関数 χ の値は初期値と比べて高さ 20 cm 以下の所で急激に減少し、それ以上の高さにおいては緩やかに減少している。

図-8 は、Janssen の準線形理論に基づいて計算された海

面抵抗係数とその実測値（室内実験）とを比較したものである。計算値の方がやや大きめの値を与えるが、実測値との相関はかなり高いものとなっている。なぜ、準線形理論を用いた方がやや過大評価となるかについては未だ確証はないが、乱れによる Reynolds 応力を Prandtl の混合距離理論を用いていることや現象の非線形性が影響している可能性はあると考えられる。すなわち、上下および風下側へ移動する水面変動に対して、果して Kármán 定数 κ が 0.4 であり得るかや線形の Rayleigh 方程式で伝達関数 χ の値が正確に算定でき得るのかを今後より厳密な理論に基づいて検討しなければならない。

5. 結 論

本研究では、風洞水槽内において海面抵抗係数を実測し、波齢および波形勾配との関係を調べると共に、Janssen による準線形理論を用いて、その係数の値を算定したところ、以下の事柄が明らかになった。

- (1) 風洞水槽実験により得られた海面抵抗係数は、波齢の逆数 (u^*/C) および波形勾配 (H_0/L_0) の関数として表されることが明らかとなった。
- (2) 同一の波齢の風波では、波形勾配が大きいほど海面抵抗係数の値は小さい傾向が有意に現われている。これは、波形勾配の値が大きいほど気流側の排除厚さが大きくなり、海面に直接働く摩擦応力が小さくなるためと考えられた。

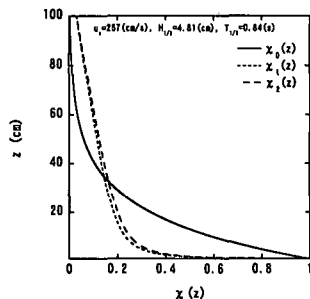
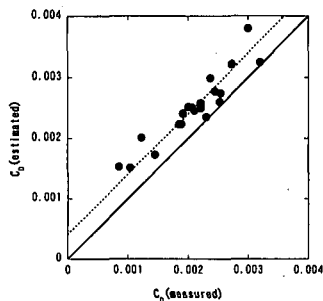
図-7 伝達関数 χ の鉛直分布

図-8 海面抵抗係数の計算値と実測値の比較

(3) Janssen の準線形理論に基づいて風速分布等を計算したところ、風速分布および気流速度の伝達関数 χ の値は、およそ 3 回程度の繰返し計算でほぼ収束した結果が得られた。得られた χ の分布は、0 次近似である指数分布関数よりも高さ 20 cm 程度まで急激に減衰し、それ以上の高さではややゆっくりと減衰する傾向に

あった。

(4) 準線形理論に基づいて計算された海面抵抗係数は、その実測値より多少大きな値を示しているが、両者の相関係数は高く、準線形理論が現実の物理過程を大略的に反映しているものと考えられる。この差異については、理論の近似精度や波数スペクトルの推定誤差、特異点近傍の数値計算誤差および吹送流の影響等が考えられる。

なお、本研究の一部は平成 14 年度日本学術振興会科学研究費基盤研究 C(2) によったことを付記し、感謝いたします。

参考文献

- 鶴谷広一・中野晋・加藤始・一戸秀久 (1983): 吹送流に関する風洞実験—吹送流の発生に及ぼす反流の効果, 港湾技術研究報告書, Vol. 22, pp. 127-174.
- 松永信博・植田操・川上裕史・八尋正信 (1996): 風応力作用下で生ずる傾斜海浜モデル上の波と流れ, 海岸工学論文集, Vol. 43, pp. 386-390.
- Janssen, P.A.E.M. (1982): Quasi-linear approximation for the spectrum of wind-generated water wave, J. Fluid Mech, Vol. 117, pp. 493-506.
- Janssen, P.A.E.M. (1989): Wave-induced stress and the drag of air flow over sea waves, J. Physical Oceanography, Vol. 19, pp. 745-754.
- Kitaigorodskii, S. A. (1973): The physics of air-sea interaction, translated from Russian by A. Baruch, Israel Program for Scientific Translations, Jerusalem, 237 p.
- Miles, J. W. (1957): On the generation of surface waves by shear flows, J. Fluid Mech., Vol. 3, pp. 185-204.
- Toba, Y, S. D. Smith and N. Ebuchi (2001): Historical drag expressions, In Wind Stress over the Ocean, Jones, S. F. and Y. Toba eds., Cambridge University Press, pp. 35-53.