

乱流混合モデルを用いた波・流れ共存場の オイラー平均流速分布解析

梅山 元彦*・野田 有一**・三野 史朗***・井上 貴子****

波・流れ共存場における乱流構造とオイラー平均流速を把握するために、循環式 2 次元造波水槽を用いて実験を行った。平均流速は流れだけの場合に比べて、波と流れとが同一方向の場合には上層部で減少、逆方向の場合には増大した。レイノルズ応力については、同一方向の場合に下層で正であったものが水面付近において負に変わるといこと、逆方向の場合に流れだけの場合に比べて底面付近では小さく水面付近で接近してくるということが明らかになった。また、波と流れが共存する場での位相平均レイノルズ応力を周期性振動場に拡張した運動量輸送理論と組み合わせて平均流速式を導き、計算と実験結果とを比較した。

1. 緒 言

波と流れが共存する場におけるオイラーの平均流速分布は、漂砂量や浮遊砂の移動方向に関係しているためにすでに多くのことが解明されているが、近年になってさらに研究は活発になってきている。特に波が流れに対して同一方向または逆方向に伝播するといったテーマではかなりの成果が紹介されている。そして、それらのほとんどが Klopman (1994) の実験結果を使って議論していることから判断すると、彼の実験が上記のテーマに係わる研究を再燃させるきっかけとなったことは間違いない。もちろん、それ以前にも、van Hoften ら (1976)、岩垣・浅野 (1979)、Kemp ら (1982, 1983) が実験を行って同様な結果を得ているが、条件が限られていたことや、測定の精度などの問題から、波と流れが共存する場での平均流速の解明にまで至らなかったものと考えられる。Klopman の実験はその精度ゆえに、その後の理論的研究の道しるべになっている。Nielsen ら (1996) の鉛直・水平応力バランスモデル、Dingemans ら (1996) の Craik-Leibovich 渦によって引き起こされるラングミュア循環を考慮した 2 次元モデル、Groeneweg ら (2003) の運動をオイラーとラグランジェの混成として記述する GLM 法を使った 3 次元モデルによる研究はその例である。以上に示したモデルによる計算結果のうちあるものは平均流速を求めたデータと比較的よい整合性を示したが、どの研究も平均流速そのものや水槽内断面循環等の流れに主眼を置くだけで乱流構造については何ら検討を行っていない。

そこで、本研究では、最初に、二方向の乱流強度及びレイノルズ応力を求めるために鉛直と水平方向の流速の測定を行い、次に、その解析結果をもとにオイラーの平均流速を計算するための乱流混合モデルを提案し、最後に、理論計算と実験から得られる流速を比較する。

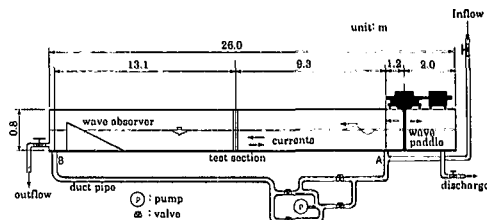


図-1 実験水槽

2. 実験とデータの解析

実験は長さ 26.0 m、幅 0.7 m、深さ 1.0 m の循環式 2 次元造波水槽を用いた。図-1 は水槽の断面とポンプ式循環システムの概略を示したものである。流れの方向は、バルブの開閉によって決定でき、波の進行方向に対して同一及び逆方向の流れを造り出すことができる。水深は実験を通して 20 cm とし、鉛直方向の断面平均流速を流れのみの場合に水面付近で約 12.5 cm/s 程度になるように流量を調節した。実験条件は 14 ケースであり、記号は次のように決める。CF と CA は流れだけ、CF は水槽で波が伝播する方向に起こされる流れ、CA は逆方向に起こされる流れを表す。W1~W4 は波だけの場合、WCF1~WCF4 は流れと波の方向が同一の場合、WCA1~WCA4 は流れと波の方向が逆の場合である。なお、数字の 1, 2, 3, 4 は、波の周期が 0.9, 1.0, 1.2, 1.4 秒であることを示す。今回、アンサンブル平均により波・流れ共存場での乱流構造を調べることも重要な研究課題であるので、波は規則波だけに限定したが、不規則波の場合でも平均流速は同じ傾向を示すことは、Kaaij ら (1987) の実験により知られている。流速の時間変動は、2 成分レーザードップラー流速計を用い、底面から水面付近までの間を 35 点、それぞれ 5 分間ずつ測定した。また、水面の変動も流速測定地点の近傍で抵抗式波高計を用いて計測した。

波・流れ共存場における瞬間速度を Hussain ら (1970) は次のように定義している。

* 正会員 Ph.D. 東京都立大学教授 工学研究科土木工学専攻
** 東京都立大学大学院 工学研究科土木工学専攻
*** 修(工) 若築建設㈱
**** 横浜役所

$$u(y, t) = U(y) + \bar{u}(y, t) + u'(y, t) \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 $u(y, t)$ は瞬間水平流速、 y は水底からの鉛直座標、 t は時間、 $U(y)$ は時間平均速度、 $\bar{u}(y, t)$ は波によって起こされる流れの速度成分、 $u'(y, t)$ は乱れ成分である。 $\bar{u}(y, t)$ は周期性の成分であり、瞬間速度の位相平均として求めることができる。従って、 $\bar{u}(y, t)$ は位相平均速度から平均速度を減ずることによって、次式のように求められる。

$$\bar{u} = \langle u \rangle - U \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $\langle u \rangle$ は位相平均速度であり、次式で定義する。

$$\langle u \rangle = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^N u(t+nT), \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 T は周期、 n は振動サイクル数、 N は最大振動サイクル数である。今回の解析では、実験ケースにもよるが、 $N=250 \sim 300$ としてある。データは解析の後、オイラー平均流速、乱流強度、レイノルズ応力を求めるために使われる。

3. 乱流混合モデル

オイラー平均流速の鉛直分布を求めるために Parikh ら (1981) に従い、波・流れ共存場においては位相平均レイノルズ応力が位相平均速度に関連しているとして、次のような関係を考える。

$$-\rho \langle \overline{u'v'} \rangle = \rho l^2 \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \left| \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial y} \right|, \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 ρ は水の密度、 l は混合長である。 $-\rho \langle \overline{u'v'} \rangle$ が応力の次元を、密度 ρ は一定であるから、以後、 $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ を位相平均レイノルズ応力と呼ぶことにする。式(2)から位相平均速度は次式で仮定できる。

$$\langle u \rangle = U + \bar{u} = U + af(\omega t + \phi), \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 a は周期性速度の最大値、 $f(\quad)$ は周期関数、 ω は角振動数、 ϕ は位相である。第一近似として、式(5)中の a と ϕ は y に依存しないものと仮定し、式(4)に代入して整理すると最終的に次式が得られる。

$$-\langle \overline{u'v'} \rangle = l^2 \frac{\partial U}{\partial y} \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right|, \dots \dots \dots (6)$$

上式からわかるように、 $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ の分布がわかれば平均流速 U の鉛直分布を求めることができる。

混合長については良く知られているように、Prandtl (1932)が管路内乱流に関してそれが壁からの距離に比例するものと定義したのが最初である。開水路乱流に対しては、Umeyama ら (1992)が以下に示す混合長を提案している。

$$l = \kappa y \left(1 - \frac{y}{h}\right)^\alpha, \dots \dots \dots (7)$$

ここで、 κ はカルマン定数、 h は水深、 α は任意定数である。式(7)は水底付近で壁法則を満足し、水面に近づくにつれて顕著になるウエークの効果に対応できる分布となっている。なお、 $\alpha=0.5$ のとき、開水路流は対数則を満足する。今回の条件では混合長の分布型を下層部と上層部に分ける。水底付近の下層では波による効果を α の変化で対応できるものと仮定し、波の影響がさらに大きくなる上層では混合長は水粒子運動によって乱れが均一になり、従って、 l が一定値になるものと仮定する。すなわち、

$$l = \kappa y \left(1 - \frac{y}{h}\right)^\alpha \quad 0 < y \leq y_c, \dots \dots \dots (8)$$

$$l = \kappa y_c \left(1 - \frac{y_c}{h}\right)^\alpha \quad y_c < y \leq y, \dots \dots \dots (9)$$

ここで、 y_c は下層厚である。

よって、平均流速を計算する式は実験から想定できる $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ の分布式と式(8)又は(9)を式(6)に代入し、積分をすることによって得られる。

4. 乱流構造

波と流れとが相互作用する場合での乱流構造は今まであまり注目されてはおらず、このように数々の条件下での結果は、今後、平均流速をさらに詳しく研究しようとする者にとっては大いに参考になるものと考えられる。従って、ここでは鉛直乱流強度とレイノルズ応力を、流れのみ、流れと波の方向が同一、流れと波の方向が逆の場合に分けて説明する。

図-2は、流れのみの場合の乱流強度及びレイノルズ応力を示したものであるが、水槽内の流れ方向の違いに

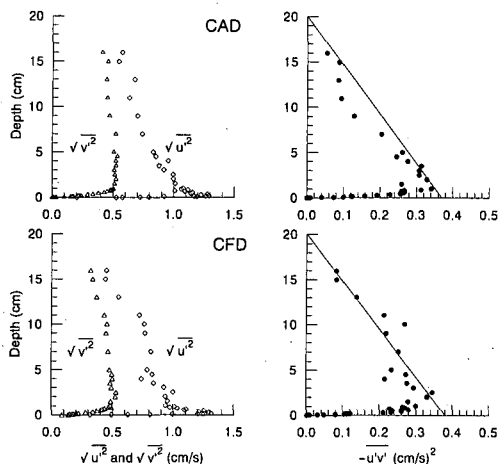


図-2 流れのみの場合の乱流強度及びレイノルズ応力

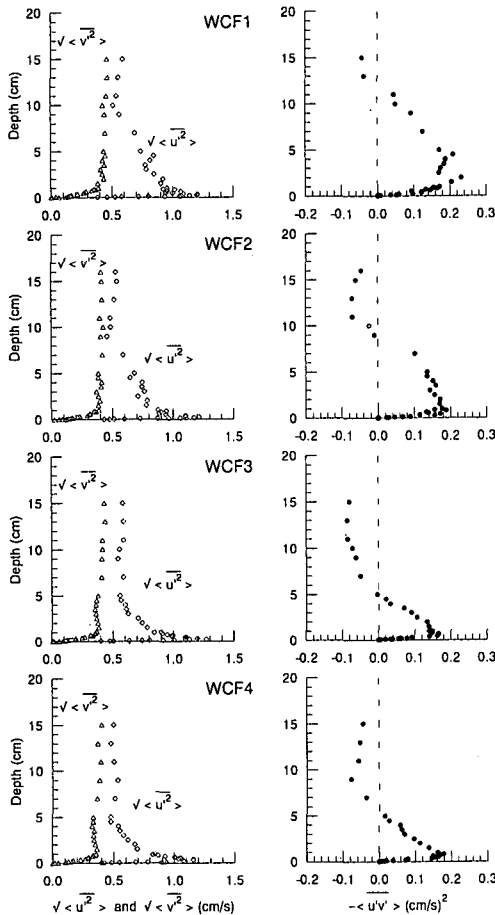


図-3 流れと波の方向が同一の場合の乱流強度及び位相平均レイノルズ応力

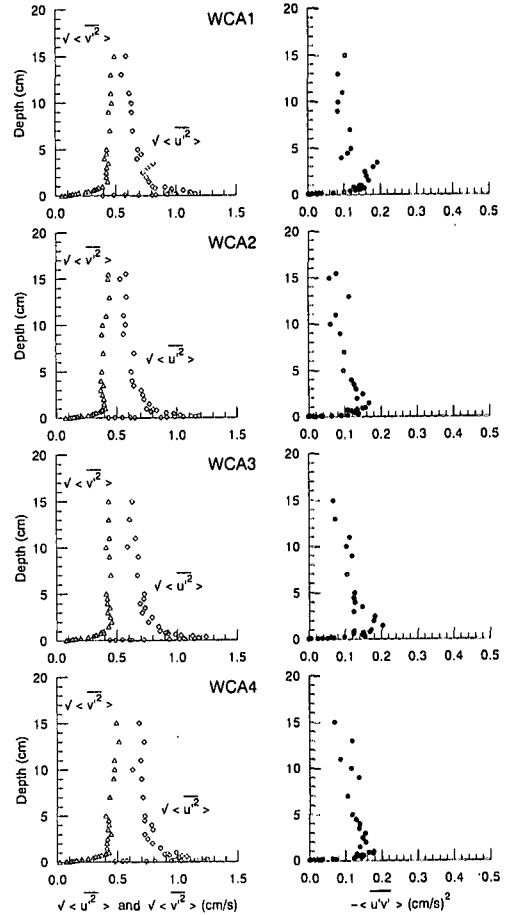


図-4 流れと波の方向が逆の場合の乱流強度及び位相平均レイノルズ応力

よる差異は小さい。なお、開水路流の場合は、 $-\langle \overline{u'v'} \rangle = -\overline{u'v'}$ であり、次のような直線分布で近似することができる。

$$-\langle \overline{u'v'} \rangle = -\overline{u'v'} = \frac{\tau_0}{\rho} \left(1 - \frac{y}{h} \right) \quad 0 < y \leq h, \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 τ_0 は底面摩擦応力である。図には想定されるレイノルズ応力分布を直線で書き入れてある。

流れと波の方向が同一の場合の $\sqrt{\langle \overline{u'^2} \rangle}$ 、 $\sqrt{\langle \overline{v'^2} \rangle}$ 及び $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ を図-3に示す。 $\sqrt{\langle \overline{u'^2} \rangle}$ と $\sqrt{\langle \overline{v'^2} \rangle}$ は、底面近傍では定常流の場合の乱流強度と同様の分布を示すが、水面に近づくにつれて一定値に漸近している。周期による違いは見られない。 $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ は定常流の $-\overline{u'v'}$ とは異なり、ある高さ ($y=y_c$) から上層で負値をとり、その高さは周期が増加するほど低くなる。 $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ を以下のような式でモデル化する。

$$-\langle \overline{u'v'} \rangle = \frac{\tau_0}{\rho} \left(1 - \frac{y}{y_c} \right) \quad 0 < y \leq h_c, \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$-\langle \overline{u'v'} \rangle = -\frac{\tau_a}{\rho} \frac{y-y_c}{h-y_c} \quad y_c < y \leq h, \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 τ_a は水面での摩擦応力である。

流れと波の方向が逆の場合の $\sqrt{\langle \overline{u'^2} \rangle}$ 、 $\sqrt{\langle \overline{v'^2} \rangle}$ 及び $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ を図-4に示す。乱流強度は、流れと波の方向が同一の場合とほぼ同様の傾向を示している。 $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ は流れと波の方向が同一の場合とは異なり、負値をとることもなく、むしろ水面付近でも一定の正值をとったままである。 $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ の底面での値は流れと波の方向が同一の場合とほぼ一致している。 $-\langle \overline{u'v'} \rangle$ をモデル化すると以下のような式になる。

$$-\langle \overline{u'v'} \rangle = \frac{\tau_0}{\rho} \left[1 - \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_0} \right) \frac{y}{h} \right] \quad 0 < y \leq h, \quad \dots\dots\dots (13)$$

5. オイラー平均流速式

流れのみの場合の平均流速式は、すでに Umeyama ら (1992) が導いており、Umeyama (1999) が実験値を用

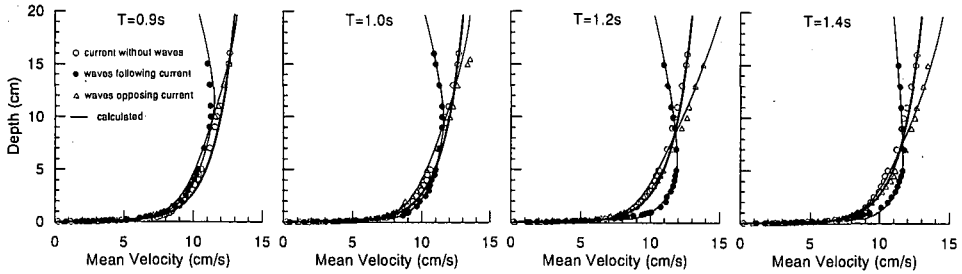


図-5 波と流れ共存場のオイラー平均流速

いて検証した。その式は、式(7)と(10)を式(6)に代入して積分すれば次のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{U}{u_*} = & \frac{1}{\kappa} \left\{ \ln \frac{y}{h} + \frac{2\alpha-1}{2} \frac{y}{h} \right. \\ & + \frac{1}{2!} \frac{2\alpha-1}{2} \left(1 - \frac{1-2\alpha}{2} \right) \frac{y^2}{2h^2} + \dots \\ & + \frac{1}{k!} \frac{2\alpha-1}{2} \left(1 - \frac{1-2\alpha}{2} \right) \left(2 - \frac{1-2\alpha}{2} \right) \dots \\ & \left. \dots \left[(k-1) - \frac{1-2\alpha}{2} \right] \frac{y^k}{kh^k} + \dots \right\} + \dots + A, \end{aligned} \quad (14)$$

ここで、Aは積分定数である。

流れと波の方向が同一の場合の流速分布式は、 $0 < y \leq y_c$ の領域では式(8)と(11)を式(6)に代入して積分することにより以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{U}{u_*} = & \frac{1}{\kappa} \left\{ \ln \frac{y}{h} + \left(\frac{\alpha}{h} - \frac{1}{2y_c} \right) y \right. \\ & + \frac{1}{4} \left[\frac{\alpha(\alpha+1)}{h^2} - \frac{\alpha}{ych} - \frac{1}{4y_c^2} \right] y^2 + \dots \\ & + \frac{1}{6} \left[\frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)}{3h^3} - \frac{\alpha(\alpha+1)}{2ych^2} - \dots \right] y^3 \\ & + \frac{1}{16} \left[\frac{\alpha(\alpha+1)(\alpha+2)(\alpha+3)}{6h^4} - \dots \right] y^4 + \dots \\ & \left. + \dots \right\} + A_1, \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 A_1 は積分定数であり、水底付近の境界条件として $y=y_0$ で $U=U_0$ とすると以下ようになる。

$$\begin{aligned} A_1 = & U_0 - \frac{u_*}{\kappa} \left\{ \ln \frac{y_0}{h} + \left(\frac{\alpha}{h} - \frac{1}{2y_c} \right) y_0 \right. \\ & + \frac{1}{4} \left[\frac{\alpha(\alpha+1)}{h^2} - \frac{\alpha}{ych} - \frac{1}{4y_c^2} \right] y_0^2 + \dots \end{aligned} \quad (16)$$

また、 $y_c < y \leq h$ の領域では式(9)と(12)を式(6)に代入して積分することによって以下のように求まる。

$$\frac{U}{u_*} = \frac{2}{3} \sqrt{\frac{\tau_a}{\tau_0}} \sqrt{\frac{1}{h-y_c}} \frac{\left(1 - \frac{y_c}{h} \right)^a}{(y-y_c)^{\frac{3}{2}}} + \frac{U_c}{u_*}, \quad (17)$$

ここで、 U_c は $y=y_c$ での平均流速であり、式(15)の計算結果を用いる。

流れと波の方向が逆の場合の流速分布式は、 $0 < y \leq y_c$

の領域では式(8)と(13)を式(6)に代入して積分することにより求まるが、それは式(15)と(16)において y_c のかわりに $\tau_0/(\tau_0-\tau_a)$ と置き換えたものに等しくなる。次に、 $y_c < y \leq h$ の領域では式(9)と(13)を式(6)に代入して積分することにより以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \frac{U}{u_*} = & -\frac{2}{3} \frac{\tau_a}{\tau_0 - \tau_a} \frac{h}{\kappa y_c} \frac{\left(1 - \frac{y_c}{h} \right)^a}{\left[1 - \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_0} \frac{y}{h} \right) \right]^{\frac{3}{2}}} + \frac{A_2}{u_*}, \end{aligned} \quad (18)$$

ここで、 A_2 は積分定数であり、 $y=y_c$ で $U=U_c$ とすると以下ようになる。

$$\begin{aligned} A_2 = & U_c + \frac{2}{3} \frac{\tau_a}{\tau_0 - \tau_a} \frac{u_* h}{\kappa y_c} \frac{\left(1 - \frac{y_c}{h} \right)^a}{\left[1 - \left(1 - \frac{\tau_a}{\tau_0} \frac{y}{h} \right) \right]^{\frac{3}{2}}} \end{aligned} \quad (19)$$

6. 実験及び計算結果

波・流れの共存場でのオイラー平均流速を図-5に示す。各図は波の周期ごとに、波と流れが同一方向、逆方向の場合の分布が示されていて、同時に流れのみの場合の平均流速分布も挿入されている。図からわかるように実験から得られたオイラー平均流速は、流れと波が同一方向の場合に上層部で減少、逆方向の場合に増大するといった従来からと同様な結果を示している。波と流れが同一方向の場合は、波の周期の違いが平均流速分布に与える影響が極めて大きいことがわかる。この場合、周期が大きくなるにつれて下層での流速が大きくなり、流速

表-1 計算条件及びパラメーター α

	WCF1	WCF2	WCF3	WCF4	WCA1	WCA2	WCA3	WCA4
y_0 (cm)	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25	0.25
U_0 (cm)	6.35	7.65	8.45	8.50	6.65	6.85	7.15	7.05
y_c (cm)	11.5	9.6	5.8	5.7	11.5	9.6	5.8	5.7
n (cm ³ /s ²)	0.26	0.19	0.24	0.21	0.21	0.18	0.18	0.21
τ_a (cm ² /s ²)	-0.10	-0.11	-0.07	-0.01	0.01	0.03	0.05	0.02
α	1.2	1.2	1.1	1.2	1.4	1.8	2.0	1.8

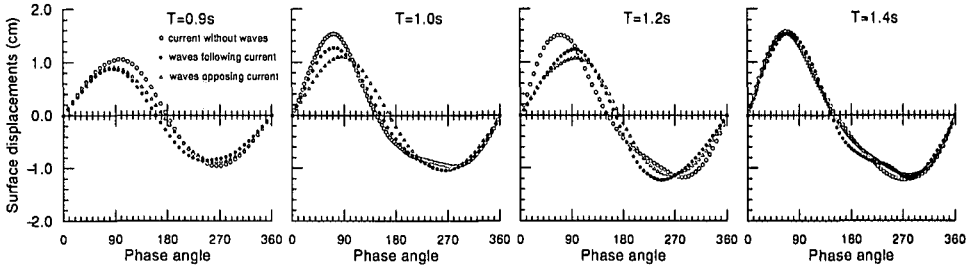


図-6 波と流れ共存場の位相平均水面変動

の最大値もより水深の深い点で起こっている。最大流速を与える点よりも浅い層では次第に速度を減じているが、その負の速度勾配は周期が小さい場合の方が大きい。波と流れが逆方向の場合は、流れのみの場合に比べると波の周期が小さいうちは上層の一部で平均流速が大きくなっているが、周期が大きくなるにつれてこの流速のずれはしだいに大きくなり、同時に、速度勾配も小さくなっている。また、水底付近での平均流速は流れだけの場合の値に接近してくるのがわかる。平均流速の計算にあたっては、 τ_0 , τ_a , y_c は図-3 及び図-4 から、 y_0 と U_0 は実験結果から想定した。 κ は 0.4 とし、理論計算の結果が実験と一致するような α を選んだ。計算条件及びパラメーター α を表-1 に示す。

波と流れ共存場及び波だけの場合の位相平均水面変動を図-6 に示す。どちらの場合も周期が大きくなるにつれてしだいに非線形性が顕著になるのがわかるが、波だけの場合の方がその速度は早い。また、方向による水面変動の違いはさほど顕著ではない。

7. 考 察

本研究では、波と流れが共存する場合のオイラー平均流速を詳細な実験によって求めた。また、実験データの解析によって得られる乱流強度やレイノルズ応力から実験結果を予測するための乱流混合モデルを提案、平均流速式を導いた。実験結果から、波が流れに加わることによって乱流強度に著しい変化は見えないものの、位相平均レイノルズ応力の鉛直分布が、流れだけ、波と流れの方向の違いによって異なった分布になることがわかった。特に、波と流れが同一方向の場合は上層と下層とで符号が異なることが確かめられた。オイラー平均流速は、波の周期が大きくなるほど鉛直分布形態の対数分布からのずれが増すことがわかった。また、理論計算の結果からは、今回得られた平均流速式を使えば実験によって得

られる現象を適正に評価できることが証明された。

参 考 文 献

- 岩垣雄一・浅野敏之 (1979): 波と流れの共存場における水粒子速度に関する研究, 第 26 回海工論文集, pp. 6-10.
- Dingemans, M. W., J. A. Th van Kester, A. C. Radder and R. E. Uittenbogaard (1996): The effect of the CL-vortex force in 3 D wave-current interaction, Proc. 25 th ICCE, pp. 4821-4832.
- Groeneweg, J. and J. A. Battjes (2003): Three-dimensional wave effects on a steady current, J. Fluid Mech., Vol. 478, pp. 325-343.
- Hussain, A. K. M. F. and W. C. Reynolds (1970): The mechanics of an organized wave in turbulent shear flow, J. Fluid Mech., Vol. 41, pp. 241-258.
- Kemp, P. H. and R. R. Simons (1982): The interaction of waves and a turbulent current: waves propagating with the current, J. Fluid Mech., Vol. 116, pp. 227-250.
- Kemp, P. H. and R. R. Simons (1983): The interaction of waves and a turbulent current: waves propagating against the current, J. Fluid Mech., Vol. 130, pp. 73-89.
- Klopman, G. (1994): Vertical structure of the flow due to waves and currents, Prog. Rep. Delft Hydraulics, H 840. 32.
- Nielsen, P. and Z. J. You (1996): Eulerian-mean velocities under non-breaking waves on horizontal bottoms, Proc. 25 th ICCE, pp. 4066-4078.
- Parikh, P. G., W. C. Reynolds, R. Jayaraman and L. W. Carr (1981): Dynamic behavior of an unsteady turbulent boundary layer, Unsteady turbulent shear flows, pp. 35-46.
- Umeyama, M. (1999): Velocity and concentration fields in uniform flow with coarse sands, J. Hydr. Eng., Vol. 125 (6), pp. 653-656.
- Umeyama, M. and F. Gerritsen (1992): Velocity distribution in uniform sediment-laden flow, J. Hydr. Eng., Vol. 118(2), pp. 229-245.
- van der Kaaij, T. H. and M. W. C. Nieuwjaar (1987): Sediment concentrations and transport in case of irregular non-breaking waves with a current, Part A and B, Rep. Delft University of Technology.
- van Hoften, J. D. A. and S. Karaki (1976): Interaction of waves and a turbulent current, Proc. 15 th ICCE, pp. 404-422.