

二相流体における流力弾性連成解析

陸 田 秀 実*

本論文は, 海岸・海洋工学分野に関連した二相流体における自由液面挙動と弾性物体との強連成問題を直接的に取り扱うことが可能な流力弾性連成解析手法を開発したものである。本数値解析法の支配方程式は, 一般座標系 Navier-Stokes 方程式と連続式, 弾性振動方程式である。また, 二相流体における砕波を伴う自由液面挙動の追跡には, Level-Set 関数 ϕ の移流方程式を用い, その解法には一般座標系 CIP 法を適用した。その結果, 本手法は, 自由液面を有する二相流体における剛体・弾性物体の自励振動・弾性変形が複合的に作用する連成動力学的諸問題に有効であることが明らかとなった。

1. はじめに

海岸・海洋工学分野に関連した自由液面挙動を伴う流体構造連成現象は連成動力学的の典型例であり, その現象の重要性から定性的には良く知られている。しかしながら, その力学現象の複雑さゆえに定量的な挙動やそれに対する設計法に関しては未だ不明な部分が多い。そもそも, ある流体中に置かれた弾性物体は, 流体力が作用することにより, その姿勢, 位置, さらに物体形状が非定常に変化する。その変化が流体力の変化を誘起し弾性物体の運動を支配している。この流体構造連成解析は, 流体力・慣性力の連成としての動的不安定問題と慣性力・弾性力の連成としての振動問題との複合的な連成力学問題であり, CFD による数値流体力学的アプローチが有用であると考えられる。

本研究は, このような複雑な自由液面挙動と弾性物体との強非線形相互作用を直接的に取り扱うことが可能な数値計算手法を新たに開発し, 海岸・海洋工学分野に関わる自由液面を有する流力弾性連成問題への適用を行ったものである。

2. 数値計算法

(1) 支配方程式

弾性物体に作用する流体力を精度良く見積もるために, 物体に沿った格子を形成する必要がある。そのため, 3次元一般座標系 Navier-Stokes 方程式と連続式を解くことになる。その際, 時間依存性を考慮した3次元座標変換を行う。また, 砕波を伴う自由液面を追跡するために, Sussman ら (1994) が提案した Level Set 関数 ϕ を定義し, その移流方程式を解く。さらに, 物体の強制・自励振動および弾性変形を計算するために, 各格子点が受ける x 及び y 方向の流体力に関する運動方程式を無次元化し, パネ・マス・ダンパ系でモデル化された弾性振動方程式を用いる。以下に支配方程式をまとめて示す。

$$\frac{\partial U}{\partial \xi} + \frac{\partial V}{\partial \eta} + \frac{\partial W}{\partial \zeta} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$u_t + Uu_\xi + Vv_\eta + Ww_\zeta = -(\xi_x p_\xi + \eta_x p_\eta + \zeta_x p_\zeta) + \frac{1}{Re} \bar{\Delta} u + g_x \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$v_t + Uv_\xi + Vv_\eta + Wv_\zeta = -(\xi_y p_\xi + \eta_y p_\eta + \zeta_y p_\zeta) + \frac{1}{Re} \bar{\Delta} v + g_y \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$w_t + Uw_\xi + Vw_\eta + Ww_\zeta = -(\xi_z p_\xi + \eta_z p_\eta + \zeta_z p_\zeta) + \frac{1}{Re} \bar{\Delta} w + g_z \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\phi_t + U\phi_\xi + V\phi_\eta + W\phi_\zeta = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$M\ddot{x} + C\dot{x} + Kx = C_D \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = C_L \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで, U, V, W は反変速度, M は物体の無次元質量, C は無次元減衰係数, K は無次元バネ定数, C_D は抗力係

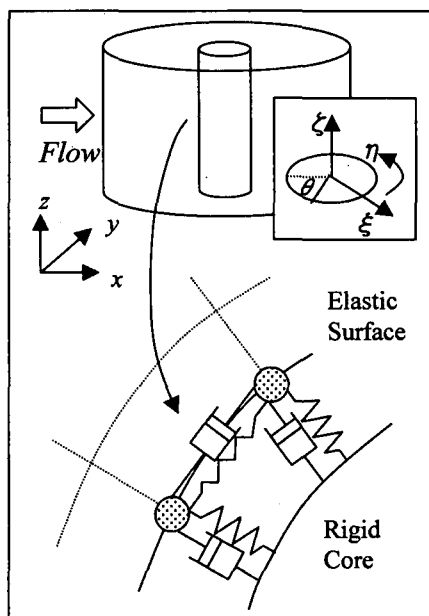


図-1 弾性物体表面のモデル化

数, C_L は揚力係数, ドット(・)は時間微分である。また, 座標の定義は図-1に示すとおりである。ここで, 弾性物体表面上の全ての格子点は, 半径方向 ξ と周方向 η にのみ移動可能とする。一方で, スパン方向 ζ は一様断面であるため, 変形量が少ないと仮定し, 格子点は移動しないものとした。なお, 弾性振動方程式はニューマークの β 法により積分し, 各格子の変位, 速度及び加速度を求め, これらを流れ場の速度境界条件として, 各時間ステップで課すことにする。

(2) 格子形成と差分法

弾性物体に作用する流体力, 境界層剝離や渦放出を精度良く計算するために, 格子は物体形状に沿った境界適合座標系 (O 型格子) とし, スパン方向 ζ の格子は, 自由液面付近において細くなるよう不等間隔格子を採用した。また, 弾性物体の表面形状 f は非定常に変化するため, 下式に従って, 各時間ステップで格子形成による速度変動の修正を行う。なお, 各物理量の定義点は, スタッガード格子系に従うものとする。

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial f}{\partial t} \right)_{x,y,z} = & \left(\frac{\partial f}{\partial \tau} \right)_{\xi,\eta,\zeta} - [(y_\eta z_\xi - y_\zeta z_\eta) f_\xi / J] \\ & + (y_\zeta z_\xi - y_\xi z_\zeta) f_\eta / J + (y_\xi z_\eta - y_\eta z_\xi) f_\zeta / J \cdot \left(\frac{\partial x}{\partial \tau} \right)_{\xi,\eta,\zeta} \\ & - [(x_\zeta z_\eta - x_\eta z_\zeta) f_\xi / J + (x_\xi z_\zeta - x_\zeta z_\xi) f_\eta / J] \\ & + (x_\eta z_\xi - x_\xi z_\eta) f_\zeta / J \cdot \left(\frac{\partial y}{\partial \tau} \right)_{\xi,\eta,\zeta} - [(x_\eta y_\zeta - x_\zeta y_\eta) f_\xi / J] \\ & + (x_\zeta y_\xi - x_\xi y_\zeta) f_\eta / J + (x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi) f_\zeta / J \cdot \left(\frac{\partial z}{\partial \tau} \right)_{\xi,\eta,\zeta} \\ & \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

差分法は, 対流項に 3 次精度の風上差分スキーム (KK スキーム), 時間差分に 2 次精度 Adams-Bashforth 法, 圧力に関するポアソン方程式の解法には SOR 法を用いた。さらに, 姫野ら (1999) と同様に, 自由液面捕獲用の Level-Set 関数 ϕ の追跡には, 以下の Heaviside 関数 H による変数変換を利用するとともに, 著者の開発した CIP 法に基づく数値計算法 (陸田ら, 1998) を一般座標系へと拡張した。ここで, $\bar{\rho}$ は二相流体の密度比, 2ε は遷移領域である。

$$H = \max \left[-0.5, \min \left(0.5, \frac{\bar{\rho}^{(1+(\phi-\phi_0)/\varepsilon)/2} - 1}{\bar{\rho} - 1} - 0.5 \right) \right] \dots \dots \dots (9)$$

$$\phi_s = - \left[\frac{2 \ln[(\bar{\rho} + 1)/2]}{\ln(\bar{\rho})} - 1 \right] \cdot \varepsilon \dots \dots \dots (10)$$

(3) 流弾性連成アルゴリズム

図-2 に示すように, 本研究で開発した流弾性連成解析は次のように行われる。まず, (1) 流体方程式より得られた流速場から, Level-Set 関数 ϕ の移流方程式を一般座標系 CIP 法で解き, 複雑な自由液面を追跡する。(2) 流体の圧力場から弾性物体表面に作用する非定常流

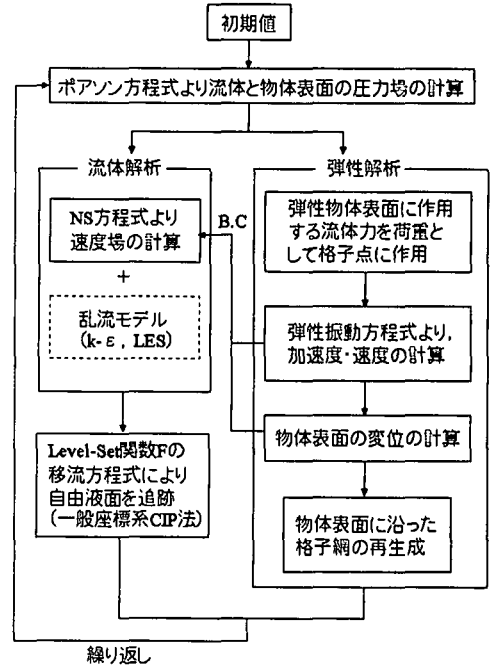


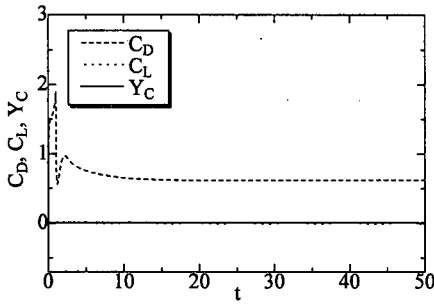
図-2 流弾性連成アルゴリズム

体力を計算する。次いで, (3) この圧力場を外力として弾性振動方程式を解き, 物体表面の速度・変位を求める。なお, この運動方程式の解法にはニューマークの β 法を用い, 物体表面の速度・変位を各時間ステップで求める。さらに, (4) 変形後の新たな弾性物体の表面形状に沿って, Transfinite 補間法により格子網を再生成し, (5) 再び, 流体方程式を用いて流れ場・圧力場を求め, 自由液面を追跡する。(6) 以上のプロセスを繰り返すことにより, 碎波を伴う自由液面挙動と物体の弾性変形を考慮した流弾性連成解析の直接数値計算が可能となる。

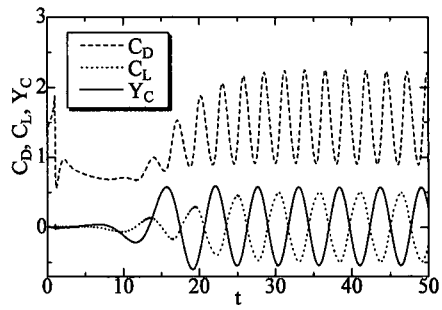
3. 数値計算結果

(1) 単相流体における弾性変形と自動振動

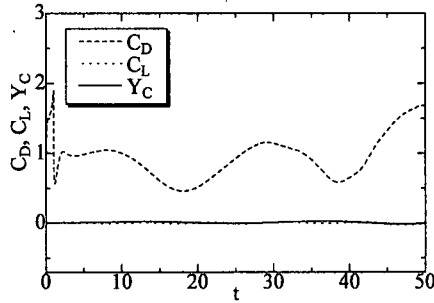
図-3 は, (a) 固定された剛体円柱の場合, (b) 自動振動する剛体円柱の場合および (c) 弾性変形する円柱の場合の計 3 ケースにおける流体力係数 C_D , C_L および中心座標 Y の変位の時間的変化を示したものである。なお, Re 数は 400, 格子数は $101 \times 101 \times 51$ とし, X 方向の移動は取り扱っていない。図より, 固定された剛体円柱の場合, 無次元時間 $t=10.0$ 以降, 抗力係数 C_D 及び揚力係数 C_L は定常状態となる。また, 弾性変形する場合, 物体表面の変形に伴って, 抗力係数は増大傾向にあることが分かる。さらに, 円柱が自動振動する場合, カルマン渦の放出に伴い Y 方向変位が振動波形を示し, それに伴って揚力係数が同一周期の逆位相で振動しており, 非定常流体力と円柱の強非線形相互作用が再現されている。



(a) 固定された剛体円柱



(b) 自励振動する剛体円柱



(c) 弾性変形する円柱

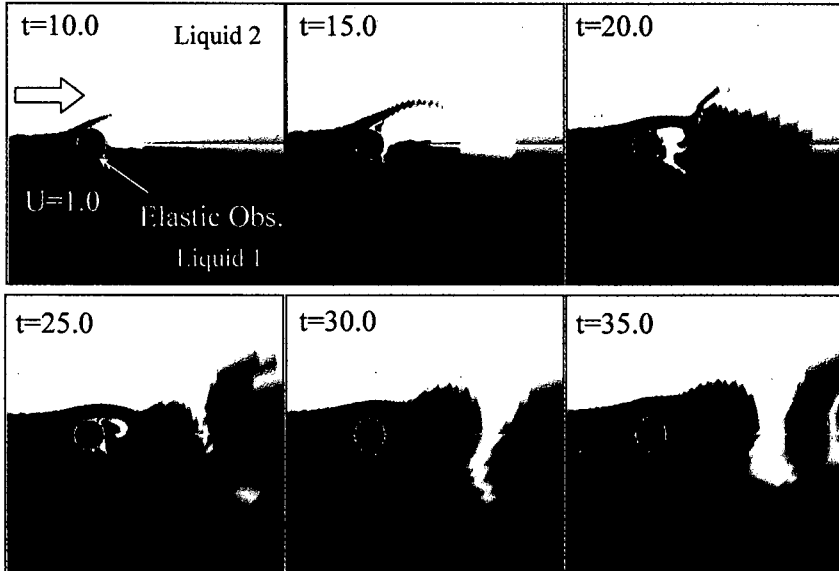
図-3 流体力係数 C_D , C_L 及び中心位置 Y_C の時系列変化の

図-4 半水没した弾性円柱周りの自由液面挙動と弾性変形

(2) 二相流体における弾性変形と自由液面挙動

ここでは、二相流体中に円柱物体が置かれた場合の円柱の流力弾性変形およびその周りの自由液面挙動について考察する。

図-4 は、初期の自由液面に半没水した弾性円柱に一

様流（左から右方向）が作用した場合の弾性円柱の変形と自由液面挙動を示したものである。なお、弾性円柱は中心支持をし、各流体における Re 数は 1.0×10^4 及び 1.5×10^5 、格子数 $101 \times 101 \times 51$ とした。また、図-5 及び図-6 は無次元時間 $t=35.0$ における流速場および流

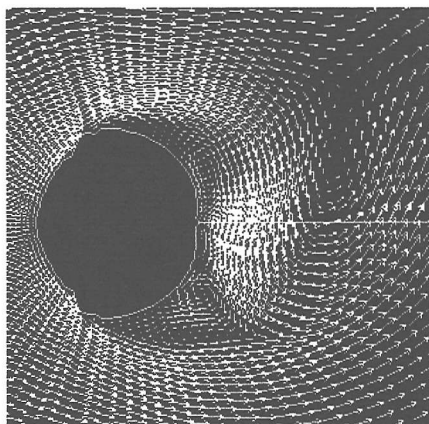
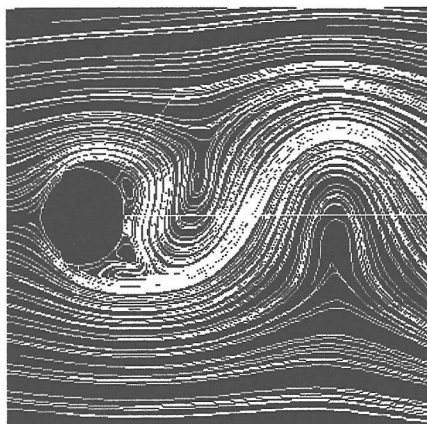
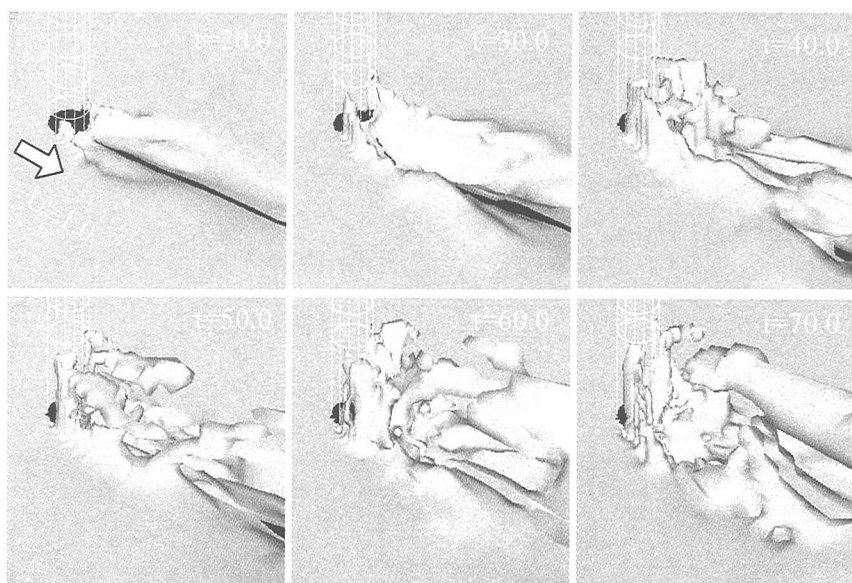
図-5 弾性円柱周辺の流速場 ($t=35.0$)図-6 弾性円柱周辺の流線 ($t=35.0$)

図-7 直立した弾性円柱周りの自由液面挙動

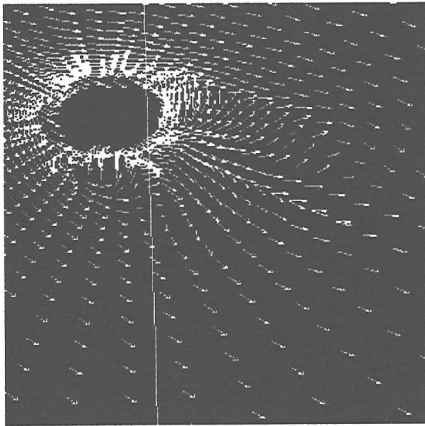
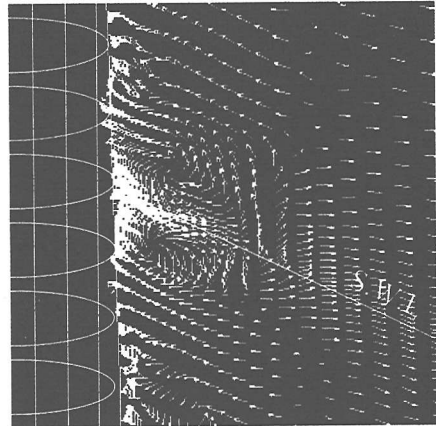
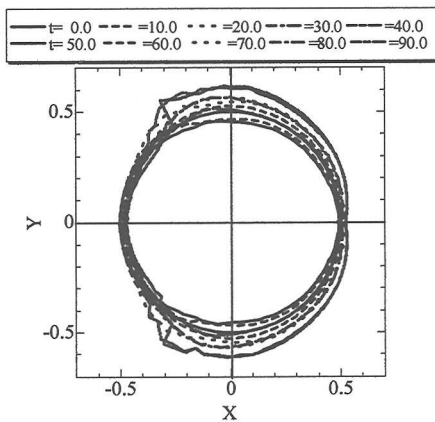
線を示したものである。これらの図より、二相流体内の激しい自由液面挙動と非定常流体力によって弾性円柱の物体表面は大変形しており、本手法によって強非線形な流力弾性連成問題が解析可能であることが分かる。また、物体変形の最も大きい場所において渦励起が行われ、剥離せん断層が形成されるとともに、円柱背面の後流域では微小渦が生成されていることが確認出来る。

図-7は、弾性変形する直立円柱に一樣流が作用した場合の自由液面の3次元挙動を示したものである。また、図-8は、無次元時刻 $t=70.0$ における $\xi\eta$ 断面(自由液面付近)及び $\eta\xi$ 断面(円柱背後)における流速場を示したものである。さらに、図-9は弾性円柱の表面形状の時間的変化を示している。なお、計算条件は前図同様である。

図より、高圧場である円柱の上流側において弾性変形が進み、その後、剥離点を中心に円柱の表面形状が振動し始める。このケースのように Re 数が高い場合、円柱側面及び下流側の自由液面は、低圧場による液面低下が生じ、その後、後流渦の形成・放出とともに円柱背面の液面挙動が激しくなる。さらに、この剥離渦と液面挙動によって、鉛直方向の流速場($\eta\xi$ 断面)が発生し、二相の混合が卓越することが分かる。

4. おわりに

海岸・海洋工学分野に関連した二相流体における自由液面挙動と弾性物体との強連成問題を直接的に取り扱うことが可能な流力弾性連成解析手法を構築した。その結

(a) $\xi\eta$ 断面(b) $\eta\zeta$ 断面図—8 弾性円柱周りの流速場 ($t=70.0$)

図—9 弾性円柱の表面形状の時間的变化

振動・弾性変形が複合的に作用する連成動学的諸問題に有用であることが明らかとなった。今後は、非線形波浪場と弾性物体との強非線形相互作用問題に適用する予定である。

謝辞：本研究は、産業技術研究助成事業 NEDO (プロジェクト ID: 02 B 69005 c) の助成によるものであり、ここに謝意を表する。

参 考 文 献

- 姫野武洋・渡辺紀徳 (1999): 微小重力環境における気液界面挙動の数値解析, 日本機械学会論文集, B 編, 65 巻, 635 号, pp. 147-154.
- 陸田秀実・河合ひろみ・安田孝志 (1998): C-CUP 法による気液界面の直接数値計算, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp. 55-59.
- Sussman M., P. Smereka and S. Osher (1994): A Level Set Approach for Computing Solutions to Incompressible Two-Phase Flow, J. Comput. Phys., Vol. 114, pp. 146-159.

果, 本手法は, 二相流体における剛体・弾性物体の自励