

砂礫混合層を伴う混相流解析のための DEM-MPS 法 マルチスケールリンクの開発

後藤 仁志* ・ 林 稔** ・ 安藤 怜***
鷲見 崇**** ・ 酒井 哲郎*****

二流体型の粒子法は、土砂流の水面突入など水塊分裂や水・土砂の活発な混合を伴う現象に対して有効性を発揮するが、二流体モデル故に、固相の振る舞いに関しては、分級の影響や停止過程における流動特性の変化（混合モデルの構成則における降伏限界の存在と関連）などが表現できないといった不十分さがあった。本稿では、DEM 型の粒子間干渉項を導入した固相モデルに加えて、固相粒子を結合して任意サイズの礫を形成するマルチスケールリンクを提案し、その適用例として、礫混じりの土砂流が水面に突入して発生する水面波を対象に数値シミュレーションを実施する。

1. 緒 言

二流体型の MPS 法固液二相流モデルは、土砂流による水面波の発生（後藤ら, 2000, 2002）、浅水域の水底泥層上の波高減衰（後藤ら, 2001a）等の対象に適用され、その有効性が示されてきた。しかし、二流体モデルでは固相が流体アナロジーに基づいて取り扱われるので、土砂の流動性の低下（組成上は砂礫混合、流動状態的には流動速度の低下）が極端に進行した状態（例えば、堆積過程）は解析の対象外となってしまう。この問題を解決するため、著者らは最近、固相内部の粒子間衝突を表現する DEM 型の付加項を導入した拡張モデルを提案し、単一泥塊の水面突入過程において、剛体（固相を剛体近似したモデルの解）と液体（既存の二流体モデルの解）の中間的な固相の状態（粘弾性体の性質）の再現が可能であることを示した（後藤ら, 2003）。

しかし、このモデルは、固相を構成する粒子が液相と同一サイズの均一粒径でなければならないという制約を伴っており、固相が混合粒径砂礫から成るような状態を直接計算することができない。そこで、本稿では、固相を構成する粒子をクラスター化して剛体結合するルーチンを導入し、種々のサイズの粒子集団（礫、砂のモデル）と固相粒子（細砂、泥のモデル）さらには液相（水）とが混合した流動状態を解析するための枠組み（すなわち、DEM-MPS 法マルチスケールリンク）を開発し、礫混じりの土砂流の水面突入とその後の堆積過程のシミュレーションを実施する。

2. MPS 法固液二相流モデル

(1) 二流体型 MPS 法の基礎式

著者らの二流体型の固液二相流モデル（後藤・Fredsoe, 1999）に固相粒子間の衝突項を導入すると、液相・固相の連続式および運動方程式は以下のようにな

る。

$$\nabla \cdot ((1-\alpha)\rho_l \mathbf{u}_l) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\nabla \cdot (\alpha \rho_s \mathbf{u}_s) = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\rho_l \frac{D}{Dt} ((1-\alpha)\mathbf{u}_l) = -(1-\alpha)\nabla p_l + (1-\alpha)\mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \mathbf{f}_{ls} + (1-\alpha)\rho_l \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\rho_s \frac{D}{Dt} (\alpha \mathbf{u}_s) = -\alpha \nabla p_s + \alpha \mu_s \nabla^2 \mathbf{u}_s - \mathbf{f}_{ls} + \alpha \rho_s \mathbf{g} + \alpha \mathbf{f}_{col} \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $\mathbf{u}_m$ ：流速ベクトル、 p_m ：圧力、 ρ_m ：各相の密度、 $\mathbf{f}_{ls}$ ：固相・液相間相互作用力ベクトル、 $\mathbf{g}$ ：重力加速度ベクトル、 μ_m ：粘性係数、 $\mathbf{f}_{col}$ ：固相粒子間衝突力ベクトル、 α ：固相の体積が単位体積に占める割合（注目する単位体積に、 N_l 個の液相粒子と N_s 個の固相粒子が存在するとき、 $\alpha = N_s / (N_l + N_s)$) であり、添字 $m = l, s$ は液相および固相を表している。

粒子法は、個々の粒子（計算点）の Lagrange 的追跡に基づいているので、基礎式も単一の粒子について

$$\rho_l \frac{D\mathbf{u}_l}{Dt} = -\nabla p_l + \mu_l \nabla^2 \mathbf{u}_l + \mathbf{f}_{lsp} + \rho_l \mathbf{g} \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\rho_s \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = -\nabla p_s + \mu_s \nabla^2 \mathbf{u}_s - \mathbf{f}_{lsp} + \rho_s \mathbf{g} + \mathbf{f}_{colp} \quad \dots\dots\dots (6)$$

のように記述するのが都合がよい。ここに、 $\mathbf{f}_{lsp}$ ：単一粒子に作用する固相・液相間相互作用力ベクトル、 $\mathbf{f}_{colp}$ ：単一粒子に作用する固相粒子間衝突力ベクトルである。なお、計算格子に基づく離散化では、固・液両相の物理量が全ての格子点上で定義されるが、粒子法では、各粒子は固相粒子・液相粒子の何れかである。故に粒子法では、特別のサブモデルを導入しないかぎり、各相間の相互作用が粒径の数倍（重み関数の影響半径程度）のスケールで取り扱われることとなる。

(2) 固相の運動方程式

従来の移動床過程の Euler-Lagrange Coupling では、固相の記述には単一砂粒子の流体中の運動方程式が用いられ、個々の砂粒子の運動の影響が重畳されて固相から液相への影響が評価されてきた。その際には、固相から液相への影響は粒子に作用する抗力の反力として取り扱

* 正 会 員 工博 京都大学助教授 工学研究科都市環境工学専攻
** 正 会 員 工修 和歌山県西牟婁郡農林
*** 正 会 員 工修 奥村組
**** 学生会員 京都大学大学院 工学研究科都市環境工学専攻
***** フェロー 工博 京都大学教授 工学研究科都市環境工学専攻

われ、砂粒子と周囲流体の速度差を計算して抗力が推定される。流体力の中で粒子周囲の圧力分布・流速分布の粒子表面上の面積分として得られる部分を明示する表式で、砂粒子の運動方程式を示すと以下になる。

$$M_p \frac{dv_p}{dt} = \frac{M_p}{\rho_s} (-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u}) + \mathbf{F}_f + M_p \mathbf{g} + \mathbf{F}_{col} \quad (7)$$

ここに、 M_p ：砂粒子の質量、 $\mathbf{v}_p$ ：砂粒子速度ベクトル、 $\mathbf{F}_f$ ：砂粒子に作用する流体力ベクトル（抗力以外）、 $\mathbf{F}_{col}$ ：粒子間衝突力ベクトルである。なお、流体力には、上式で圧力勾配項および粘性項として明示された部分以外に、粒子の回転や粒子近傍での局所的な非定常性などの付加的な要素（Magnus 揚力、Basset 項）が存在するが、これらの影響が副次的であるとして無視する取り扱いでは、 $\mathbf{F}_f = 0$ とすればよい。

MPS 法固相粒子の運動方程式（式（6））を水流中の固体球の運動方程式（式（7））を参照しつつ、圧力勾配項および粘性項を固相粒子間（添字 ss）と固相・液相粒子間（添字 ls）に分けて明示し、粒子の回転や粒子近傍での局所的な非定常性などの付加的な要素を無視すれば、

$$\rho_s \frac{D\mathbf{u}_s}{Dt} = (-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u})_{ls} + \rho_s \mathbf{g} + \mathbf{f}_{colp} + (-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u})_{ss} \quad (8)$$

と書ける。右辺第 1 項の $(-\nabla p + \mu \nabla^2 \mathbf{u})_{ls}$ は、固相・液相間に作用する流体力、第 3 項の $\mathbf{f}_{colp}$ は、粒子間の直接衝突および接触による力（反発力および粘性による結合力）、第 4 項の $(-\nabla p)_{ss}$ は、固相粒子接近時（衝突以前）の排斥力、第 5 項の $(\mu \nabla^2 \mathbf{u})_{ss}$ は、固相粒子接近時（衝突以前）の相互作用（運動量交換）を意味する項である。

ところで、粒子法型二相流モデルでは、粒子 i の圧力項および粘性項は、

$$-\frac{1}{\rho} \langle \nabla p \rangle_i = -\frac{1}{\rho} \frac{D_0}{n_0} \sum_{j \neq i} \left\{ \frac{p_j - p_i}{|r_{ij}|^2} \mathbf{r}_{ij} \cdot \mathbf{w}(|r_{ij}|) \right\} \quad (9)$$

$$\nu \langle \nabla^2 \mathbf{u} \rangle_i = \frac{2\nu D_0}{n_0 \lambda} \sum_{j \neq i} (\mathbf{u}_j - \mathbf{u}_i) w(|r_{ij}|) \quad (10)$$

$$\lambda = \sum_{j \neq i} w(|r_{ij}|) |r_{ij}|^2 / \sum_{j \neq i} w(|r_{ij}|) \quad (11)$$

$$\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i \quad (12)$$

$$w(r) = \begin{cases} \frac{r_e}{r} - 1 & \text{for } r \leq r_e \\ 0 & \text{for } r > r_e \end{cases} \quad (13)$$

のように近傍に存在する粒子との相互作用としてモデル化される（Koshizuka・Oka, 1996）。式中の記号は、 D_0 ：次元数； $\mathbf{r}_i$ ：粒子 i の位置ベクトル； $w(r)$ ：重み関数（相互作用の影響範囲）； r ：距離； r_e ：影響半径。したがって、式（8）中で別途モデル化が必要になるのは、第 3 項の $\mathbf{f}_{colp}$ のみである。

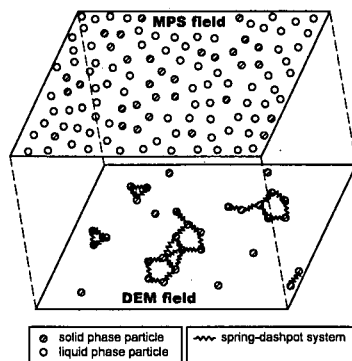


図-1 固相粒子間相互作用のコンセプト

（3）固相粒子間相互作用モデル

式（8）の第 3 項の $\mathbf{f}_{colp}$ に対応する固相粒子間の相互作用モデルとしては、MPS 法の固相粒子（計算点）と同一径、同一質量の仮想的円盤を導入し、接触する円盤間にスプリング-ダッシュポットを置いて相互作用をモデル化する個別要素法型の取り扱いとする（後藤ら, 2003）。

固相粒子間の相互作用は、

$$\mathbf{f}_{colp} = \begin{bmatrix} \sum_j \{-f_n \cos \alpha_{ij} + f_s \sin \alpha_{ij}\}_j \\ \sum_j \{-f_n \sin \alpha_{ij} + f_s \cos \alpha_{ij}\}_j \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\left. \begin{aligned} f_n(t) &= e_n(t) + d_n(t) \\ f_s(t) &= e_s(t) + d_s(t) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

$$\left. \begin{aligned} e_n(t) &= e_n(t - \Delta t) + k_n \cdot \Delta \xi_n \\ e_s(t) &= e_s(t - \Delta t) + k_s \cdot \Delta \xi_s \\ d_n(t) &= \eta_n \cdot \Delta \xi_n \\ d_s(t) &= \eta_s \cdot \Delta \xi_s \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

と書ける。 f_n, f_s ：固相粒子 i, j 間の法線（添字 n ）および接線（添字 s ）方向の作用力、 α_{ij} ：固相粒子 i, j の接触角、 k_n, k_s ：弾性スプリング定数、 η_n, η_s ：粘性ダッシュポット定数、 e_n, e_s ：バネによる抗力、 d_n, d_s ：ダッシュポットによる抗力、 $\Delta \xi_n, \Delta \xi_s$ ：時間 Δt 間の変位である。なお、固相粒子間の粘着性を表現するには、

$$f_n(t) = f_s(t) = 0 \quad \text{when } \xi_n < -0.1 \left(\frac{d_i + d_j}{2} \right) \quad (17)$$

のように、法線方向に引っ張り抵抗を許容すればよいが（上式では、粒子間距離の 10% を越える変位が累積するまでは結合が切断されない想定）、今回の計算では固相の粘着性は想定せず、引張抵抗はゼロに設定している。図-1 は、以上のモデルの構成を概念的に示したものである。図中の DEM field では、固相粒子のみが表示され、近接固相粒子間にもみ相互作用を表すバネ記号が付されている。二流体型の MPS 法をベースに近接固相粒子間にもみ個別要素法型相互作用項を挿入する拡張が実現されたこととなる。

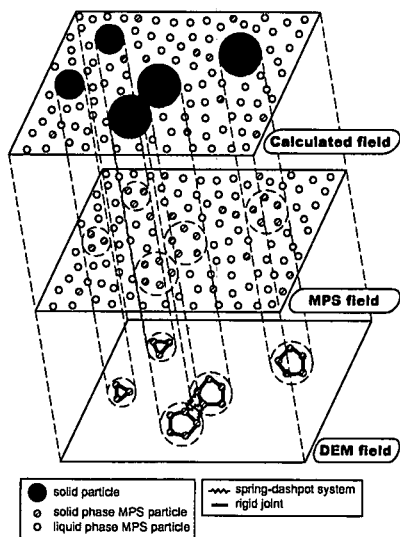


図-2 マルチスケールリンクのコンセプト

(4) 固相粒子間マルチスケールリンク

前節までで、固相粒子が均一であり、固相と液相の画像度を同一に設定できる場合への対応は可能となったが、現実の問題では、固相が粒度分布を有する混合粒径から成っていることが多い。そこで、前節までのフレームワークを基礎として、固相粒子のマルチスケール化を実施し、混合粒径への対応を可能とする方法を提案する。

混合粒径を表現するには解析対象粒子の直径に分布を与えればよいから、均一粒径モデルからの拡張に際しては、異なるサイズの粒子間の衝突モデルが準備されさえすればよい。この取り扱い、通常の混合粒径 DEM で採用されているが、DEM-MPS リンクへの適用には問題がある。MPS 法では、運動方程式中の微分項の計算に影響円内の周囲粒子を参照するので、基準粒子サイズより極端に大きい固相粒子が局所的に存在すると、その固相粒子周辺の液相の計算精度も低下することとなる。したがって、MPS 法の粒子サイズは均質に維持しつつ、固相としては粒度分布を表現する方法が必要となる。本稿では、MPS 法の固相粒子を剛体連結して固体粒子を表現する方法を採用し、剛体連結する粒子数の多少によって固体粒子のサイズの相違を表現することとした。このことを概念的に示したのが、図-2 である。

固相が固相流体（細砂・泥など）と固体粒子（礫など）から成る場合を考える。固体粒子は、MPS 法の固相粒子を剛体連結することで表現する。剛体連結には、Koshizuka ら (1998) の passively moving solid model を用いた。このモデルは、剛体の重心の運動量と重心周りの角運動量を保存しつつ、剛体を構成する粒子（計算点）間の相対位置を初期設定から変化させないようにする MPS 法の修正計算モジュールである。固体粒子には、識別番号

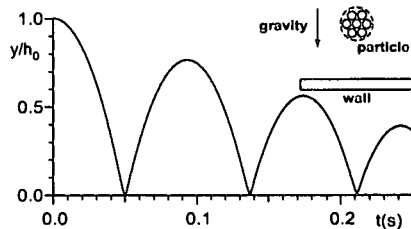


図-3 固体粒子の反発過程

を付しておき、同一固体粒子を構成する固相粒子間は剛体連結されるよう passively moving solid model を機能させる（図中の DEM field の rigid joint）。また、固体粒子同士が接触する際には、固体粒子の接触点付近の固相粒子間にバネが挿入され、粒子間の直接的干渉が表現される。

(5) 計算アルゴリズムとモデル定数の設定

MPS 法の解法については、越塚 (1997) によって詳しく解説されているので、二相流計算を対象に、概要のみを述べる。運動方程式の時間積分過程には 2 段階法が用いられる。第 1 段階は、粘性項を与えて粒子の速度（流速）を計算し、粒子の仮位置および仮数密度を算定する陽的なプロセスである。第 1 段階で更新された場では、質量保存（粒子数密度が一定値 n_0 に一致すること）が満足されていないから、第 2 段階では圧力項と数密度で記述された質量保存則から誘導される圧力の Poisson 方程式を陰的に解いて圧力場を更新し、流速の修正量を求めて流速場および粒子の位置を修正する。以上の過程で、固相・液相間の相互作用は、粘性項および圧力項を通じて計算されることとなる。さらに、固相に関しては、固相粒子の座標の更新の後に、passively moving solid model による剛体連結計算および個別要素法による固相粒子間衝突項の計算を実施して、座標を再修正する。

MPS 法の計算時間間隔は、 $\Delta t_{\text{MPS}} = 0.5 \times 10^{-4} \text{ s}$ と設定しているが、個別要素法部分は陽解法で計算しているため、計算時間間隔を $\Delta t_{\text{DEM}} = 0.01 \Delta t_{\text{MPS}}$ とし、MPS 法の 1 step 中に、個別要素法ルーチンを 100 step に分割して実行した。DEM のスプリング-ダッシュポットの諸定数の決定には、著者らの推定法（後藤ら, 2001b）を用いて k_n の標準値を求め、 $k_n = 1.0 \times 10^6 \text{ (N/m)}$ ； $k_s = 1.0 \times 10^5 \text{ (N/m)}$ ； $\eta_n = 1.0 \times 10^5 \text{ (Ns/m)}$ ； $\eta_s = 1.0 \times 10^4 \text{ (Ns/m)}$ と設定した。以上の設定による固体粒子の反発特性を確認するため、MPS 固相粒子で構成した壁面に固体粒子（MPS 粒子を配列して構成）を自由落下させて衝突させ、衝突後の反発高さの時系列を表示したのが、図-3 である。水流中の saltation を対象にした計測結果（土屋・青山, 1970）によると、反発係数は、移動床で 0.5 前後、固定床では 0.8 程度である。本稿のスプリング-ダッシュ

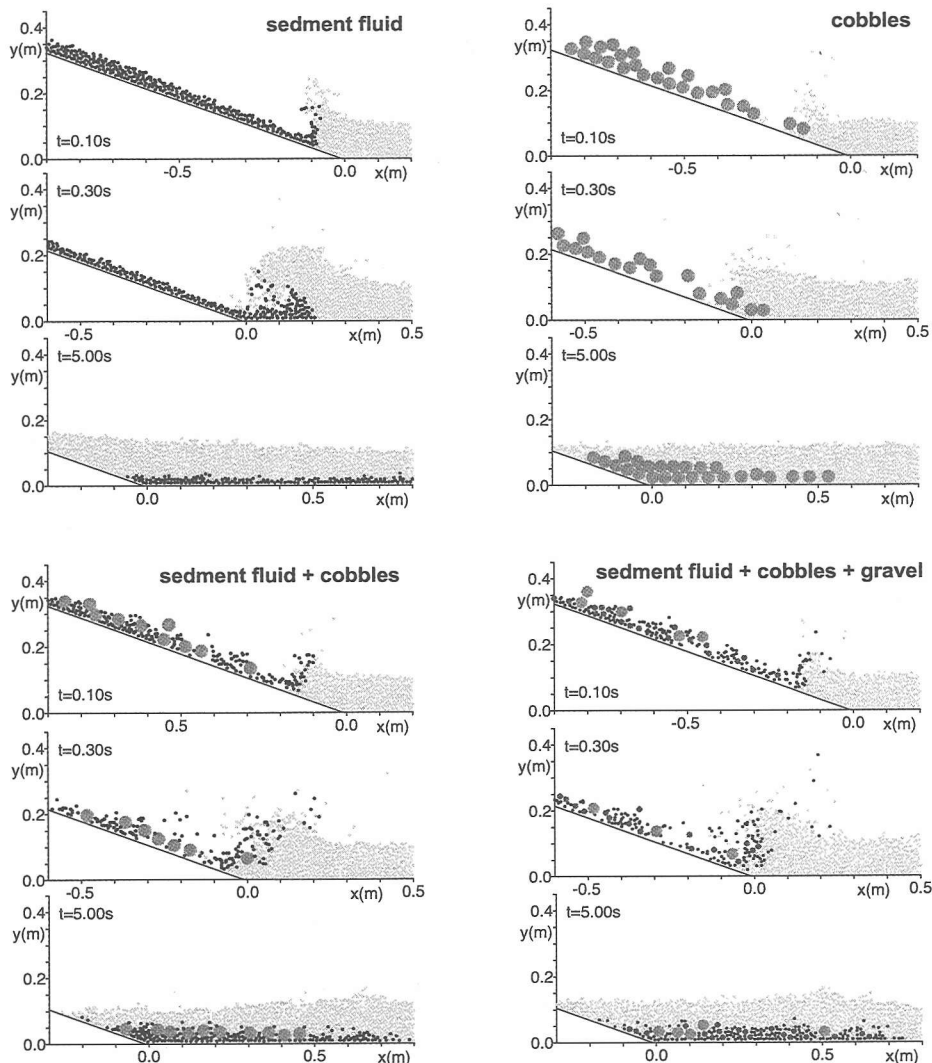


図-4 斜面崩壊土砂による水面波の発生過程（固相粒径特性による水面波の相違）

ポットの諸定数の設定では、図-3に示した壁面との衝突過程から得られる反発係数は0.76となっており、固定床との衝突過程に対して妥当な設定となっている。

3. 斜面崩壊土砂による水面波の発生過程

斜面を流下した崩壊土砂が水面に突入して水面波を発生させる過程を本稿のモデルの適用対象とした。計算領域は、片側の壁面が勾配20°の一樣斜面である長さ3.0 m、静水深0.1 mの水槽で、斜面上の初期水面から高さ0.154 mの位置に鉛直ゲート（固体壁）を設置して堰止めた土砂を瞬時にゲートを引き上げて流下させた。固相の構成は、1）固相流体（比重2.65）のみ（個別要素法型の付加項を省略した従来の二流体型MPS法で計算；図中ではsediment fluidと表示）、2）均一固体粒子（大粒

径）のみ（図中ではcobbleと表示）、3）固体粒子（大粒径）と固相流体の混合状態（図中ではsediment fluid+cobbleと表示）、4）固体粒子（大小2粒径混合）と固相流体の混合状態（図中ではsediment fluid+cobble+gravelと表示）の4ケースとした。計算粒子総数は5500個、流体粒子3108個、固定壁粒子2092個、固相粒子300個である。上記の4ケースでは、固相の構成が異なるが、固相構成粒子総数は同一で、固相を堰止める位置も共通していることから、初期条件として土砂相が有しているポテンシャルは全てのケースで共通している。固相中の固体粒子は、固相粒子を前章で述べたpassively moving solid modelによって剛体結合させて構成する。大粒径粒子は、12個のMPS法固相粒子を結合させて表現している。また、均一粒径土砂と混合粒径土砂を完全に同一の

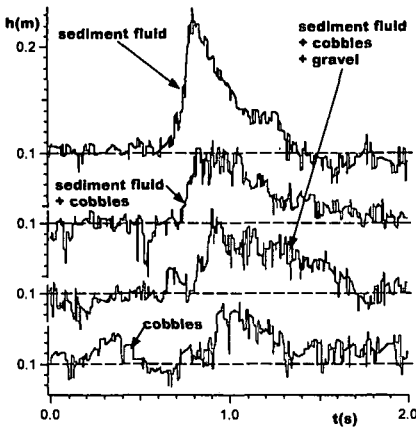


図-5 斜面下端部付近の水位変動時系列

初期配列にすることは不可能であるので、個別要素法の粒子流計算で言うパッキングと同様に、斜面上に鉛直壁を設けて土砂を堰止め、土塊をほぼ静止させる（土塊表面を平坦かつほぼ水平な状態にする）予備計算を実施した。

図-4は、上記の4ケースの解として得られる瞬間値の代表的なもの（土砂の水面突入直後の時刻 $t=0.10$ s, 水面波が顕著な時刻 $t=0.30$ s, 突入土砂がほぼ停止した時刻 $t=5.00$ s）を示している。4つのケースを比較すると、固相流体のみのケース（sediment fluid）の場合が、固相流体が液相の下部に効率的に潜り込んで顕著な水面波を発生させている。これに対して、礫混じりの場合（sediment fluid+cobbles および sediment fluid+cobbles+gravel）には、固相流体が礫により寸断されて、水面への突入が間欠的となり、固相流体のみの場合と比較すると造波効率は低下する。礫のみの場合（cobbles）には、固相流体のみと比較して、水面への突入が間欠的となることに加えて、礫間衝突による礫自身の運動エネルギーの低下が突入速度を低下させることも影響して、造波効率が最も低くなるものと考えられる。図-5は、斜面端部から1.0 m 沖側の地点での水位変動時系列の4ケース間の比較を示しているが、上記のようなケース間の造波効率の格差が、この図からも定量的に確認できる。

礫混じりの固相流体（特に sediment fluid+cobbles+gravel）では、斜面上での礫の流下方向の分級（大粒径の局所的集積とそれに伴う堰上げ、時刻 $t=0.10$ s）といった従来のモデルでは表現できなかった固相の運動のディテールが表現されていることが確認できる。また、突入過程の完了後に生じる斜面脚部の土砂堆積が、礫のみ、礫と固相流体、礫（大・小）と固相流体の3つの場合に確認できる。特に礫のみの場合には、斜面脚部への堆積の集中が顕著である。礫混じりの固相流体の場合には、固相流体が礫間に挟まれて停止し、堆積域を形成してい

る。一方、固相流体のみの場合には、固相流体の流動を抑制する要因がないので、流体は沖に流動し、ほぼ平坦な堆積層が形成されている。

4. 結 語

本稿では、以前に著者らが提案した固液二相流型 MPS 法に固相を構成する粒子をクラスター化して剛体結合するルーチンを導入し、種々のサイズの粒子集団（礫、砂のモデル）と固相粒子（細砂、泥のモデル）が混在する固相の流動状態を解析するための枠組み（すなわち、DEM-MPS 法マルチスケールリンク）を開発した。モデルは、礫混じりの土砂流の水面突入とその後の堆積過程のシミュレーションに適用され、固相の構成の相違による造波効率の相違や砂礫混合状態での斜面上の分級など、現象のディテールの数値情報が得られた。今後は、従来の非 Newton 流体の構成則との対応など、固相モデルの細部の検討と併せて、固相モデルの計算効率を向上させ、大規模計算を視野に入れたモデルの改良を進めたい。なお、本研究の遂行にあたり、科学研究費基盤研究 (A) (2) No. 14205072「波動・流れ・漂砂・地盤相互作用系としての碎波帯のダイナミクスの構築（代表：酒井哲郎）」の補助を受けた。

参 考 文 献

- 越塚誠一 (1997): 数値流体力学, インテリジェントエンジニアリングシリーズ, 培風館, 223 p.
- 後藤仁志・Jørgen Fredsøe (1999): Lagrange 型固液二相流モデルによる海洋投棄微細土砂の拡散過程の数値解析, 海岸工学論文集, 第 46 巻, pp. 986-990.
- 後藤仁志・酒井哲郎・林 稔 (2000): 大規模斜面崩壊による水面波の発生過程のグリッドレス解析, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp. 56-60.
- 後藤仁志・林 稔・酒井哲郎 (2001a): 固液二相流型 MPS 法による波・底泥相互干渉の数値解析, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 1-5.
- 後藤仁志・原田英治・酒井哲郎 (2001b): 個別要素法に基づく移動床シミュレーターのモデル定数の最適化, 土木学会論文集, 第 691 号/II-57, pp. 159-164.
- 後藤仁志・林 稔・酒井哲郎 (2002): 固液二相流型粒子法による大規模土砂崩壊に伴う水面波の発生過程の数値解析, 土木学会論文集, 第 719 号/II-61, pp. 31-45.
- 後藤仁志・林 稔・安藤 怜・酒井哲郎 (2003): 固液混相流解析のための DEM-MPS 法の構築, 水工学論文集, 第 47 巻, pp. 547-552.
- 土屋義人・青山俊樹 (1970): 水流による砂れき Saltation の機構 (2), 京都大学防災研究所年報, 第 13 号 B, pp. 191-216.
- Koshizuka, S. and Y. Oka (1996): Moving-particle semi-implicit method for fragmentation of incompressible fluid, Nuclear Science and Engineering, Vol. 123, pp. 421-434.
- Koshizuka, S., A. Nobe and Y. Oka (1998): Numerical analysis of breaking waves using the moving particle semi-implicit method, Int. J. Numer. Mech. Fluids, Vol. 26, pp. 751-769.