

仮想荷重法と拡張ベイズ法を用いた CT 型濁度計の 濃度分布逆推定法

小林 智 尚*・松下 裕 昭**

CT 濁度計は計測対象断面内を透過する光の減衰量を計測し、その結果を逆解析して対象断面内の瞬間濁度分布を推定・算出する新しい計測器である。本研究では空間濁度分布を逆解析する手法として、まず仮想荷重法により濁度分布を推定し、さらに拡張ベイズ法でその推定結果を高精度に補正する手法を提案した。CT 濁度計によって計測される計測断面内の透過光減衰量の疑似データおよび実際の計測データを用いて、この逆解析法の特性や有用性を検討した。その結果逆解析結果は計測断面内の濁度分布をほぼ再現しており、CT 濁度計の発光・受光素子数が増大して逆解析解の自由度が増大しても、この解析手法が有用であることが示された。

1. はじめに

濁度計は浮遊砂など、流体中の浮遊物質の濃度分布などの計測に必要不可欠な計測器である。しかし従来の光学式濁度計は点計測であるため、一般に空間的な広がりを持って移流する浮遊砂などの移動形態を捉えるには不十分であった。これに対して佐藤ら (1997) は新しいタイプの濁度計、CT 型濁度計を考案した。この濁度計は任意の断面内の濁度分布をほぼ瞬時に計測できる計測器である。小林ら (2000) はこの CT 型濁度計を用いて風波砕波上の海水飛沫の時空間分布を計測し、この濁度計の有効性を示した。しかし一方でこの濁度計に用いられている、計測生データから計測対象断面内の濁度分布を推定する逆推定手法に改良の余地があることも指摘している。この濁度計はその後、高精度化を目的にセンサーとなる光学系素子を大幅に追加して、ハードウェア面での改良が行われた。ところが実際にはこの改良に伴い、逆推定手法で求められる計測対象断面内の濁度分布の解の自由度も増加したため、ハードウェア面のみでの改良では計測精度が向上しない事が明らかになった。このような経緯のもと、CT 型濁度計の精度向上には逆解析手法などソフトウェア面での改良も必要であると判断した。本研究ではこの CT 型濁度計の逆解析手法を見直し、計測対象断面内の濁度分布推定精度の向上を試みる。

2. CT 型濁度計

CT 型濁度計の構成を図-1 に示す。この濁度計は複数の発光素子 (レーザダイオード) が一列に配置されている発光部と、同様に複数の受光素子 (フォトダイオード) が一列に配置されている受光部が相対して並んでいる。濁度分布の計測対象断面はこの発光部と受光部にはさまれた断面である。発光部の各発光素子から発せられた光は計測対象断面内を通過する過程で濁度によって減衰

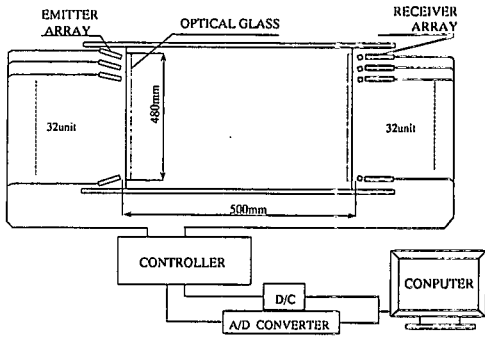


図-1 CT 型濁度計の構成

し、受光部の各受光素子に取得される。この様に受光素子によって得られる情報は対象断面内の濁度による透過光の減衰量である。そこで次にこの透過光減衰量の情報から逆推定手法を用いて計測対象断面内の濁度分布を推定する。現在、発光素子・受光素子とも 32 素子を配置しており、対象断面内で 15 mm 間隔、32×32 の格子での濁度分布が計測・推定可能となっている。また断面内濁度分布の計測時間間隔は約 1/10 秒である。

受光部で取得する、濁度による透過光減衰量の情報から濁度の空間分布を逆推定する手法には当初、次節で述べる仮想荷重法 (日野・佐藤, 1998) が用いられていた。また計測ノイズの除去にはウェーブレット変換 (日野, 2000) などが用いられている。

この濁度計では計測された透過光減衰量から濁度の空間分布を逆推定する逆問題を解かなければならない。発光素子数や受光素子数が大きい場合には逆問題の解の自由度が大きく、仮想荷重法のみでは不十分であることがわかった。そこで本研究では新たな逆解析手法を用いた。

3. 逆問題解析法

(1) 基礎方程式

輝度 I の光が濁度 C の領域を距離 L 進む場合、光の減衰量 dI/dL は

* 正会員 工博 岐阜大学助教授 大学院工学研究科環境エネルギーシステム専攻
** 岐阜大学大学院 工学研究科環境エネルギーシステム専攻修士課程

$$\frac{dI}{dL} = -\lambda CI \dots\dots\dots (1)$$

と表すことができる。ここで λ は懸濁物質の光学的物理定数である。この式よりCT型濁度計では、

$$-\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{I_r}{I_e}\right) = \int_{x_e}^x C(x, y) ds \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 I_e, I_r はそれぞれ発光素子での光の輝度、受光素子で受光された光の輝度である。また x_e, x_r は発光素子と受光素子の空間位置ベクトルを、 $C(x, y)$ は濁度の空間分布を、 $\int ds$ は光学経路に沿った積分を表す。

ここで図-2に示すように、計測空間に格子を配置し、濁度 $C(x, y)$ を離散化する。すると式(2)は

$$R(i_e, i_r) = -\frac{1}{\lambda} \ln\left(\frac{I_r}{I_e}\right) = \sum L(i_e, i_r; i_x, i_y) C(i_x, i_y) \dots\dots\dots (3)$$

ここで $R(i_e, i_r)$ は i_e 番目の発光素子と i_r 番目の受光素子を結ぶ光学経路上での光の減衰特性、 $C(i_x, i_y)$ は格子番号 (i_x, i_y) での濁度、 $L(i_e, i_r; i_x, i_y)$ は発光素子 i_e と受光素子 i_r を結ぶ光学経路が格子 (i_x, i_y) を横切る長さを表す。

式(3)の関係は、CT型濁度計のすべての光学経路について当てはまることである。そこでこの式をすべての発光素子と受光素子の組み合わせによってできる光学経路について適用させて連立させる。

$$(R(i_e, i_r)) = (L(i_e, i_r; i_x, i_y)) (C(i_x, i_y)) \dots\dots\dots (4)$$

$$R = LC \dots\dots\dots (5)$$

ここで、光学経路の数を m 、全格子数を n とすると、 R は m 行1列の各光学経路の光の減衰特性行列、 L は m 行 n 列の格子内を横切る光学経路長係数行列、 C は n 行1列の格子濁度分布行列である。CT型濁度計ではこの式(5)で、計測値 R から濁度分布 C を求める。

(2) 仮想荷重法

仮想荷重法とはある断面内で連続的に分布する変量を、その断面に仮想的に設置した平板に適切に荷重を加

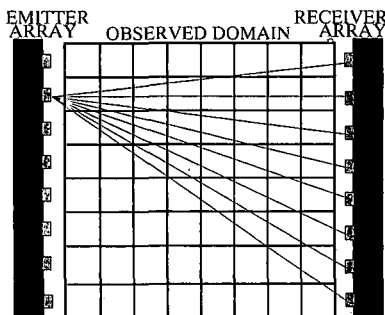


図-2 光学経路と濁度分布解析のための空間格子 (発光・受光素子を8素子として表示)

えて得られた平板の変位量として表現する手法である(日野, 1998)。この手法は断面内の分布量を、仮想的に設置された平板に載荷される複数の荷重の大きさ、という少ない変数で表現することができる。

今、CT型濁度計の計測対象断面領域に仮想的に長方形平板を設置する。この平板は4隅の座標が $(x, y) = (0, 0), (a, 0), (a, b), (0, b)$ である。 $a \times b$ の大きさで、4辺を支持されているものとする。

この仮想平板上の点 $(x, y) = (\xi, \eta)$ の位置に荷重 B を載荷すると、この荷重による任意の座標 (x, y) での変位 $\zeta(x, y)$ は

$$\zeta(x, y) = G(x, y; \xi, \eta) B \dots\dots\dots (6)$$

と表すことができる。ここで $G(x, y; \xi, \eta)$ は、位置 (ξ, η) の荷重が点 (x, y) におよぼす影響を示す伝達関数であり、次式で表される。

$$G(x, y; \xi, \eta) = \frac{4}{\pi^2 ab} \sum_{m=1}^{m_{\max}} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left[\sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cdot \sin \frac{m\pi \xi}{a} \sin \frac{n\pi \eta}{b} / \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \right] \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $m_{\max}, n_{\max}$ はそれぞれ x 方向、 y 方向の板の剛性に関する係数である。

実際には一枚の仮想平板に複数の荷重を加え、変位を線形重ね合わせで表現する。平板上の点 $(\xi_1, \eta_1), \dots, (\xi_i, \eta_i), \dots, (\xi_\ell, \eta_\ell)$ にそれぞれ $B_1, \dots, B_i, \dots, B_\ell$ の ℓ 個の荷重をかけたとき、点 (x, y) での変位 $\zeta(x, y)$ は

$$\zeta(x, y) = \sum_{i=1}^{\ell} G(x, y; \xi_i, \eta_i) B_i = HB \dots\dots\dots (8)$$

と表すことができる。ここで伝達関数行列 H と荷重ベクトル B は

$$H = (G(x, y; \xi_1, \eta_1) \dots G(x, y; \xi_\ell, \eta_\ell)) \dots\dots\dots (9)$$

$$B = (B_1 \dots B_i \dots B_\ell)^T \dots\dots\dots (10)$$

と表される。ここで $()^T$ は転置行列を示す。

式(8)により、任意の点 (x, y) の変位 $\zeta(x, y)$ が求められる。CT型濁度計に仮想荷重法を適用する場合、この変位 $\zeta(x, y)$ を濁度分布 $C(x, y)$ に読み替えて式変形をすればよい。

各格子点上での式(8)を連立させ、以下のように書き換える。

$$(\zeta(x, y)) = (H) B \dots\dots\dots (11)$$

$$C = H'B \dots\dots\dots (12)$$

空間格子数を n 、載荷点の数を ℓ とすると、 C は空間格子ごとの濁度を表す n 行1列の行列、 H' は荷重ベクトルからそれぞれの格子での濁度を求める n 行 ℓ 列の伝達関

数行列である。この式 (12) を式 (5) に代入すると

$$R = L(H'B) \\ = MB \quad \dots\dots\dots (13)$$

となる。ここで $M = LH'$ である。光学経路長係数行列 L と仮想荷重法の伝達関数行列 H' は既知であるので、計測される各光学経路での減衰特性 R を用いて式 (13) より仮想荷重ベクトル B を求め、そして式 (12) より濁度分布 C を求めることができる。

ここで、載荷点の数 l は光学経路数 n より小さいものとする。そして式 (13) を最小自乗法を用いて解く。この際、解法には一般逆行列を用いた。これにより解析速度を向上させる事ができるとともに、 M の一般逆行列を求める際にランク落ちを確認する事で仮想平板への荷重点の数やその配置の妥当性を確認する事ができる。

(3) 変動成分の分離

仮想荷重法による逆解析では、先に述べるたように4辺を支持した平板を仮定する。このためこの仮想荷重法の解析対象領域周辺部では、求めたい変量である濁度の値が小さく算定される傾向がある。このため、CT型濁度計による計測・解析対象が周辺部で大きな値を有する場合にはこの周辺部での推定精度が低下することが小林ら(2000)によって指摘されている。この問題を抑えるために、ここでは計測された透過光減衰量を平均成分と変動成分に分離し、平均成分から平均濁度分布を算出、また変動成分から仮想荷重法を用いて濁度分布の変動成分を算出し、これらを再合成して濁度分布を推定した。これによって仮想荷重法解析対象領域周辺部での推定値減少の傾向が大きく軽減されるとともに、変動成分を分離して解析したことにより、より微細な濁度分布変動成分まで再現できるようになった。

(4) 拡張ベイズ法

拡張ベイズ法は海洋波浪の方向スペクトルの推定(橋本, 1987)や地盤探査など(逆問題小委員会, 2000)で実績のある逆問題の解法である。

拡張ベイズ法ではある事前情報をもとにより確からしい解析結果を得る。CT型濁度計では事前情報として仮想荷重法によって得られた解析結果を用いる。

拡張ベイズ法は基礎方程式となる観測モデルと、事前情報による事前情報モデルとで構成される。観測モデルは誤差を考慮した基礎方程式で、CT型濁度計の解析の場合には式(5)に誤差 ε を考慮して、

$$R = LC + \varepsilon \quad \dots\dots\dots (14)$$

と表される。一方事前情報モデルでは、今求めたい値 C の事前情報 C^* に、事前情報の不確実性を表す確率変数 δ を考慮して、事後情報の C を

$$C = C^* + \delta \quad \dots\dots\dots (15)$$

と表す。この二つの誤差 ε, δ を合わせて次の評価関数

$J(C)$ を定義する。

$$J(C) = (R - LC)^T V_\varepsilon^{-1} (R - LC) \\ + \lambda^2 (C - C^*)^T V_\delta^{-1} (C - C^*) \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで λ^2 は観測データの情報と事前情報の相対的な重みを表すパラメータである。ベイズモデルでは式(16)で表される誤差の評価関数 $J(C)$ を最小とする C をベイズ推定量 $\hat{C}$ として求める。このベイズ推定量 $\hat{C}$ は式(16)より次式で求められる。

$$\hat{C} = C^* + (L^{-1} V_\varepsilon^{-1} L + \lambda^2 V_\delta^{-1})^{-1} \\ \cdot L^T V_\varepsilon^{-1} (R - LC^*) \quad \dots\dots\dots (17)$$

λ^2 は赤池ベイズ情報量基準 (ABIC) より求める。

式(14)、式(15)を観測モデルおよび事前情報モデルとするCT型濁度計の場合、赤池ベイズ情報量基準 ABIC は以下の式で求められる。

$$ABIC = n \ln(2\pi) + n \ln(\hat{\sigma}_\varepsilon^2) - \ln |\lambda^2 V_\varepsilon| - \ln |V_\delta| \\ + \ln |L^T V_\varepsilon L + \lambda^2 V_\delta| + 2 \dim(\lambda) \quad \dots\dots\dots (18)$$

そして ABIC の値を最小にする λ^2 の値を式(17)に用いる。式(18)中、 $\dim(\lambda)$ はベイズモデルでの未知パラメータ(超パラメータ)の数、 n は観測データセット数である。また $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$ は次式で求められる。

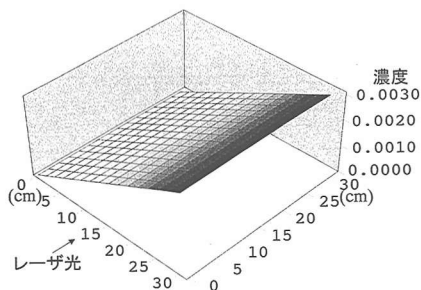
$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{1}{n} (R - LC)^T V_\varepsilon^{-1} (R - LC) \\ + \lambda^2 (C - C^*)^T V_\delta^{-1} (C - C^*) \quad \dots\dots\dots (19)$$

4. 解析例

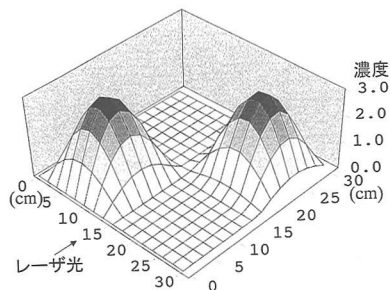
(1) 疑似計測データによる解析

まず、CT型濁度計で計測される透過光減衰量のデータを疑似的に生成し、前節の逆解析手法で再現することにより、この手法の有効性を確認する。疑似的に生成される透過光減衰量のデータは、実際のCT型濁度計と同様に、発光素子・受光素子数をとともに32素子とし、計測断面上の推定濁度分布の格子数を 32×32 とした。

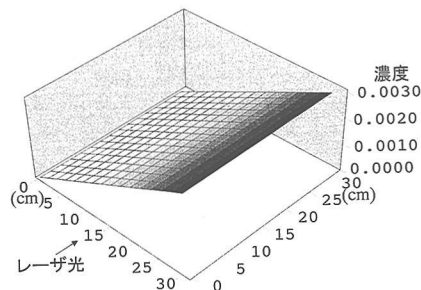
図-3はレーザビーム光軸方向には一様で、発光部と受光部と平行な方向に一定の勾配を有する濁度分布を仮定して作成した透過光減衰量疑似データの解析結果である。また図-4はレーザビーム光軸方向に一様な勾配を有する濁度分布の場合の解析結果を示す。これらの図で底面は計測対象断面を、また高さは濁度の相対的な分布を表している。これらの図のうち、図-4では仮定された原濁度分布が全く再現されていない。これはCT型濁度計の発光部と受光部が完全に平行であるため、この発光部・受光部と平行な方向に一様な濁度分布に関する情報は各透過光の減衰減衰量の差には現れず、逆解析手法の種類に関係なく濁度分布再現不可能だからである。CT型濁度計は計器による流れの乱れを極力抑えるように発光部と受光部を対向して配置しているが、この配置によって図-4に示される欠点が生じている。一方、図-3



(a) 原濁度分布

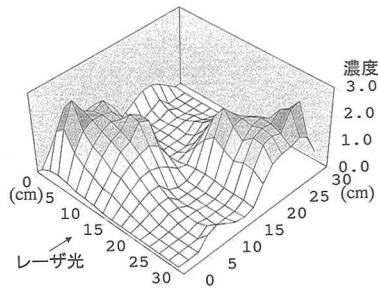


(a) 原濁度分布

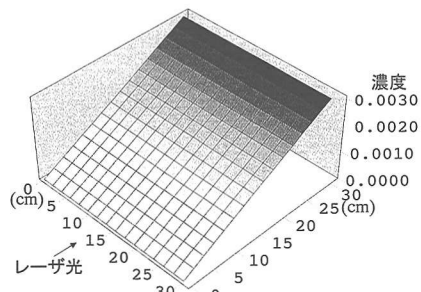


(b) 再現された濁度分布

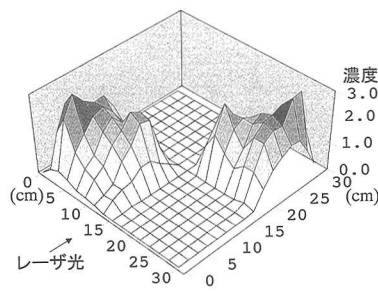
図-3 疑似データによる逆解析結果 I



(b) 仮想荷重法のみによる逆解析結果

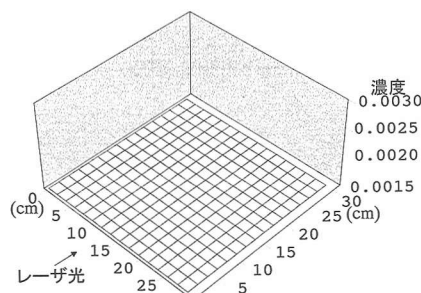


(a) 原濁度分布



(c) 仮想荷重法と拡張ベイズ法による逆解析結果

図-5 疑似データによる逆解析結果 III

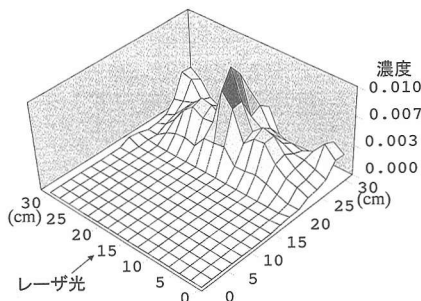


(b) 再現された濁度分布

図-4 疑似データによる逆解析結果 II

では仮定された原濁度分布がほぼ完全に再現されている。これは図-4とは逆に、CT型濁度計では発光部や受光部と平行な方向に変化する濁度の計測・解析は最も精度良く行えることを示している。

次に任意の濁度分布を与え、逆解析による再現性を検討した結果が図-5である。この図から、濁度分布は完全ではないが、その傾向が再現されていることがわかる。また仮想荷重法のみを用いて解析した結果図-5(b)を拡張ベイズ法も用いて解析した結果図-5(c)と比較すると、拡張ベイズ法を用いることにより、逆解析結果が改善されていることが分かる。このことから仮想荷重法による解析結果を事前情報とした拡張ベイズ法を用いることにより、CT型濁度計ではより高精度の空間濁度分



図—6 CT型濁度計による実測データの解析結果. x 方向中央, y 方向計測範囲端に砂を投入した場合.

布を再現できることがわかった。ただし、図—5(c)では高濃度領域での濃度分布の再現性が十分ではなかった。これは、拡張ベイズ法の事前情報となる仮想荷重法の解析結果図—5(b)で高濃度領域の再現が不十分であり、拡張ベイズ法でもこれを改善できなかったためである。

(2) 実験計測データによる解析

次に実際のCT型濁度計による実験計測データを用いた逆解析結果を示す。ここでは計測対象を浮遊砂とし、水中に砂を任意の場所に投入し、CT型濁度計によって計測・解析された濁度分布と比較した。図—6は受光部前面に砂を水中に投入してその濁度分布をCT型濁度計で計測した結果である。この図では砂を投入した領域に高濃度を示す計測・解析結果が得られている。この結果からも本研究で提案する逆解析手法により、CT型濁度計を用いて濁度分布の空間分布が計測できることが示された。

さらに、実際にこのCT型濁度計を底質巻き上げの計測に用いた例が、宇野ら(2002)によって報告されている。

5. おわりに

CT型濁度計は対象断面内の瞬間濁度分布を時間的に連続して計測できる新しいタイプの濁度計である。本研究ではこのCT型濁度計で計測される透過光減衰量から計測対象断面内の濁度分布を逆推定する手法を、仮想荷重法と拡張ベイズ法を用いて構築した。これによりCT型濁度計による断面濁度分布計測のソフトウェア面からの改良・高精度化が試みられた。本研究で提案した逆解析手法の有用性を疑似データおよび室内実験データで確認した所、ほぼ妥当な結果が得られた。これによりこの逆解析手法を採用したCT型濁度計は計測対象断面内の濁度分布を再現しうる計測器であることが示せた。

謝辞：本研究を行うにあたって、中央大学教授、日野幹雄先生にCT型濁度計を提供頂き、また有益な助言を頂きました。ここに謝意を表します。

参考文献

- 宇野喜之・岡安章夫・小林智尚・島谷 学 (2002): CT型濁度計による碎波帯内底質巻き上げに関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第49巻, pp. 431-435.
- 逆問題小委員会 (2000): 土木工学における逆問題入門, 土木学会, 158 p.
- 小林智尚・杉浦公彦 (2000): CT型濁度計を用いた白波碎波上飛沫量の時空間分布特性に関する研究, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 1341-1345.
- 佐藤行成・常見 亮・日野幹雄 (1997): CT型レーザー土砂濃度分布計の試作, 水工学論文集, 第41巻, pp. 1091-1096.
- 橋本典明 (1987): ベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 126-130.
- 日野幹雄 (2000): ウェーブレット変換によるCT型濃度計の高精度化について, 水工学論文集, 第44巻, pp. 425-430.
- 日野幹雄・佐藤行成 (1998): CT型レーザー濃度計—仮想荷重法的应用による逆問題の解—, 水工学論文集, 第42巻, pp. 565-570.