

複素主成分分析を用いた Sylt 島海岸における地形変化特性の解析

横木 裕宗*・Magnus Larson**

複素主成分分析は、膨大な量の深浅測量データを統計的に解析し海岸地形変化のパターンを抽出する一つの有用な方法である。しかし、対象領域内の場所毎に地形変化のパターンが大きく異なる場合、複素主成分の1モードだけで領域全体の変化を記述しようとすると結果は漠然としたものになる。そこで本研究では、領域内の地点毎に最適なモードを選択し変化パターンの違いを明確に表示するために、局所寄与率を導入した。さらに、Sylt 島海岸における深浅測量データにこの手法を適用し、養浜実施後の地形変化の特性を明らかにした。

1. 序論

海岸において過去長期間に渡る地形変化データを解析し、地形変化の特性を把握することは、岸沖・沿岸漂砂量の推定や地形変化予測のための、一つの有用な方法である。その際、膨大な量の地形データから有用な情報を抽出するのに統計的手法は欠かせない。の中でも複素主成分分析(CPCA)は強力な解析法の一つである。

複素主成分分析あるいは主成分分析を用いて海浜地形変化を解析した研究として、近年では、Liang・Seymour(1991), Bosma・Dalrymple(1996), 横木ら(1998), 北野ら(1999), 中野ら(1999)などがある。しかし従来の研究では、対象領域全体が一様な変化をしている場合には精度良く解析できるが、場所毎に変化が異なる海岸ではその解析結果の解釈が漠然として難しいのが現状である。

そこで本研究では、CPCAで解析する際に、対象海岸の各地点毎の地形変化パターンを詳細に検討できるよう、局所寄与率を導入した。これを用いて Sylt 島海岸の地形変化パターンを解析し、海岸全体の変化特性を明らかにした。

2. 複素主成分分析(CPCA)による地形変化解析

(1) CPCA による空間・時間関数展開

CPCA とは、各地点の水深変化をモード毎に空間関数と時間関数の積に展開し、地形変化の特性を空間的、時間的な特性に分けて議論する解析法である。式(1)のように、実水深 $h(x, t)$ を拡張して、複素水深 $H(x, t)$ を定義することにより、複素数の空間関数($e_n(x)$)と時間関数($c_n(t)$)の積で表示できることになる。

$$H(x, t) = h(x, t) + i\hat{h}(x, t) \\ = \sum_n c_n(t) e_n(x) \quad (1)$$

ここで添え字の n はモード番号を表している。また、

$\hat{h}(x, t)$ は実水深のヒルベルト変換として求めることができる(Liang・Seymour, 1991)。

実際の深浅測量においては、測量地点、時刻が離散的かつ有限なので、地点 x_i 、時刻 t_j における複素水深を $H_{ij} = H(x_i, t_j)$ と表すと、次式のように H_{ij} を成分とする行列を定義できる。これを複素水深行列と呼ぶ。

$$H = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & \cdots & H_{1n_t} \\ H_{21} & H_{22} & \cdots & H_{2n_t} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ H_{n_x 1} & H_{n_x 2} & \cdots & H_{n_x n_t} \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 n_x, n_t はそれぞれ、測量地点数、測量回数を表している。ここで、加藤・吉松(1984)に倣い平面的に分布した測量地点が擬似的に一測線上にあると見なしている。同様に、空間関数、時間関数についても、離散的な値を取るベクトルとして定義できる。

$$e_n = \begin{pmatrix} e_{n1} \\ e_{n2} \\ \vdots \\ e_{nn_x} \end{pmatrix}, \quad c_n = \begin{pmatrix} c_{n1} \\ c_{n2} \\ \vdots \\ c_{nn_t} \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここで、式(1)からの類推により、複素水深行列を空間関数と時間関数を用いて次式のように表すことができるとする。

$$H = \sqrt{\lambda_1} e_1^t c_1 + \sqrt{\lambda_2} e_2^t c_2 + \dots \quad (4)$$

ここで、 e_n, c_n はそれぞれ互いに直交する、長さ 1 のベクトルであるとする。左肩の添え字 t は転置行列または転置ベクトルを表す。また、係数 $\sqrt{\lambda_i}$ は各モードの重み(振幅)を表している。

複素水深行列を用いて、各測量時期における複素水深の分散共分散行列 B を計算すると、次式のようになる。

$$B = 'H^* H \\ = \lambda_1 c_1^{*t} e_1^* e_1^t c_1 + \lambda_2 c_2^{*t} e_2^* e_2^t c_2 + \dots \\ = \lambda_1 c_1^{*t} c_1 + \lambda_2 c_2^{*t} c_2 + \dots \quad (5)$$

この式変形から、重み係数 λ_n と時間関数(ベクトル) c_n は、それぞれ分散共分散行列 B の固有値、固有ベクトルとなることが分かる。さらに、空間関数は、この結果を

* 正会員 博(工) 茨城大学助教授 広域水圏環境科学教育研究センター

** Ph.D. Lund 大学教授 Water Resources Engineering 学部

式(4)に代入するか、各地点における複素水深の分散共分散行列の固有ベクトルとして求めることができる。

重み係数は、各水深変化モードの水深変化量（分散）が実際の水深変化をどの程度よく表しているものかを示している。これを用いて全領域平均の寄与率 A_n を次式のように計算できる。

$$\Lambda_n = \lambda_n / \sum_k^N \lambda_k \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

(2) 局所寄与率の導入

式(6)で示された寄与率は水深変化量の全領域平均から求められたものなので、この寄与率が大きなモードだけを取り出して地形変化を議論するのでは、場所毎に水深変化のパターンが異なる場合に詳細な検討ができるなくなることがある。

そこで、新たに各地点毎の水深変化量が各モードによってどの程度良く表されているのかを表すために、以下に示すように各地点毎に寄与率を定義した。

複素水深行列から、地点 x_i における水深変化を表している行ベクトルを取り出し、 H_i と書くと、式(2)、(3)、(4) より、

となる。この地点における水深変化量(分散)Var(H_i)を計算すると、

$$\text{Var}(\mathbf{H}_i) = \mathbf{H}_i^* \mathbf{\Sigma} \mathbf{H}_i = \lambda_1 |e_{1i}|^2 + \lambda_2 |e_{2i}|^2 \quad \dots \quad (8)$$

となる。この式は、各地点において各モードがどの程度水深変化を表現しているかは、全体平均の寄与率を表す重み係数 μ_n と、各モードにおける空間関数の成分の絶対値が関係していることを表している。さらに、地点によっては第1モードより第2モードの方がその地点の水深変化を良く表している可能性があることも示している。このような各地点毎の寄与率 μ_n は式(8)の結果から次式のように求められる。

$$\mu_n = \lambda_n |e_{ni}|^2 / \sum_k^N \lambda_k |e_{ki}|^2 \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

本論文ではこれを局所寄与率と呼ぶ。局所寄与率を用いることにより、領域全体を水深変化パターンが似ているいくつかの小領域に分けて議論することができる。

3. Sylt 島海岸における深浅測量

(1) Sylt 島海岸における海岸侵食と養浜事業

Sylt島海岸はドイツ北部の北海に面したリゾート海岸で、図-1に示すように、南北約35kmにのびる砂浜海岸である。

この海岸では高潮位時の高波浪によって砂丘や崖が後

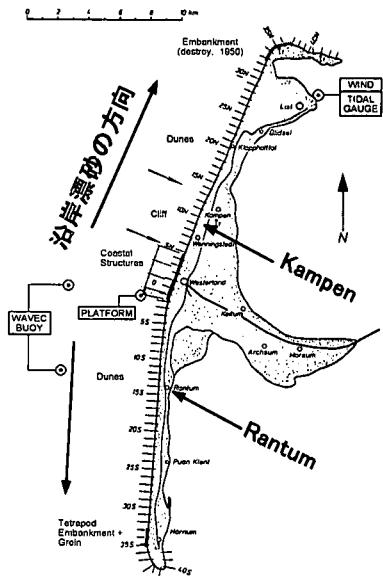


図-1 Sylt島海岸概略図

退し、少なくとも最近 50 年間にわたって海岸侵食の被害を受けている (Dette, 1977)。1952 年～1984 年の年平均砂丘後退量に基づくと、南・北端を越えて運ばれる年間の沿岸漂砂量はそれぞれ 50 万 m³, 100 万 m³ と見積もられる (Dette・Newe, 1997)。

1980年代のはじめに砂丘や崖の侵食対策として、もっぱら養浜を行うことが決められ、島の北部のKampenや南部のRantumなどにおいて養浜が行われた。養浜砂は沖合の水深約20mの海底砂を使用した。砂の平均粒径は0.30~0.50mmであった。また、養浜砂の挙動を監視するために養浜事業と並行して詳細な深浅測量が行われた。

(2) 深浅測量データ

Kampen では 1985 年に崖前面 4.5 km に渡って約 200 万 m³ の養浜が行われた。また、1987 年にも 600 m に渡って 30 万 m³ の養浜が行われた。養浜砂の中央粒径は 0.53 mm であった (Larson ら, 1999)。

深浅測量は養浜された崖前面海岸において、養浜完了後約6年間に渡って8回行われた。測線間隔は沿岸方向に50mで、最大で約90測線に沿って水深測定が行われた。表-1に測量が行われた時期の一覧を示す。このうち、1990年1月の測量は極端に範囲が狭いので、本研究の解析の対象にしなかった。

Rantum では、1987 年に約 3 km に渡って 144 万 m³ の養浜が行われた。中央粒径は 0.33 mm であった (Larson ら, 1999)。深浅測量は最大 80 測線 (間隔: 50 m) に沿って行われた。本研究では表-1 に示した、合計 9 回の測量のうち、1990 年 1 月を除く 8 回を解析対象とした。

表-1 深浅測量の実施時期

	Kampen	Rantum
1	1984年5月	1987年4月
2	1987年5月	1987年7月
3	1988年4月	1987年10月
4	1988年9月	1988年5月
5	1989年5月	1988年11月
6	1989年9月	1989年6月
7	(1990年1月)	1989年9月
8	1990年5月	(1990年1月)
9		1990年6月

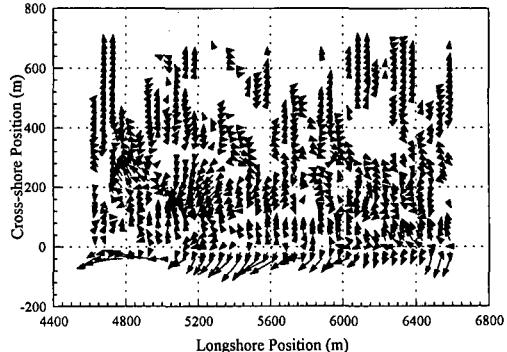


図-2 空間関数（第1モード，寄与率 64.4%，Kampen）

本研究では、それぞれの海岸の深浅測量データの共通測量範囲を取り出した。また、時間方向に線形補間を行い、16のデータセットを作成しCPCAを適用した。

4. 解析結果および考察

(1) Kampen

図-2に空間関数の第1モード（寄与率 64.4%）を示す。関数値は複素数なので実数部成分を横軸方向、虚数部成分を縦軸方向として表している。図の横軸（ x 軸）、縦軸（ y 軸）はそれぞれ沿岸方向、岸沖方向の位置を表しており、 $y \approx 0$ が汀線位置を、 $y \approx 200$ が沿岸バーの位置を表している。この図から、第1モードの空間関数は汀線付近より陸側 ($y < 0$)、および $(x, y) = (5200, 200)$ および $(4800, 300)$ 付近で絶対値が大きくなっていることが分かる。図-3は第2モードの空間関数（寄与率 25.0%）を表している。第2モードは $5200 < x < 5800$ 、 $y < 0$ と $(x, y) = (4800, 50)$ 付近で絶対値が大きくなっている。

図-4に時間関数（第1、2モード）を示す。空間関数と同じく複素数をベクトルで表現しており、さらに経時変化が明確になるよう、最初の年との差で示している。この図から、第1モードの変化は後半の3年間に集中していることが分かる。また、第2モードでは第0年と第4年付近で大きな変化が見られる。

CPCAでは、空間・時間関数の変化から対象領域の地形変化の特性を解析するが、その際地形変化の激しい領域に着目すると、全体の特性を把握し易い。図-5に測量期間全体を通じて地形変化（分散）が大きい領域を示す。図中左側の沿岸バー付近（領域A）、汀線近傍および陸側（領域B）、図中右側汀線やや沖側（領域C）、図中左側汀線やや沖側（領域D）で分散が大きくなっている。以下、これら4領域の変化パターンについて考察する。

図-6、7はそれぞれ第1モード、第2モードの局所寄与率が70%を越える領域を示している。これらから、

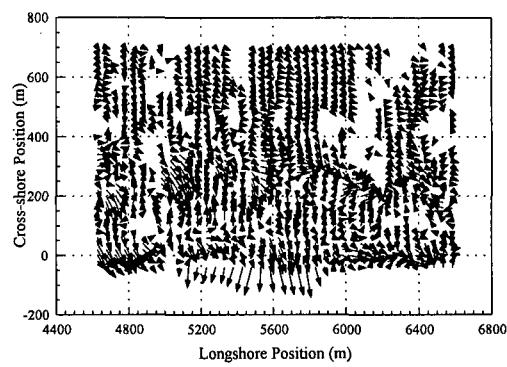


図-3 空間関数（第2モード，寄与率 25.0%，Kampen）

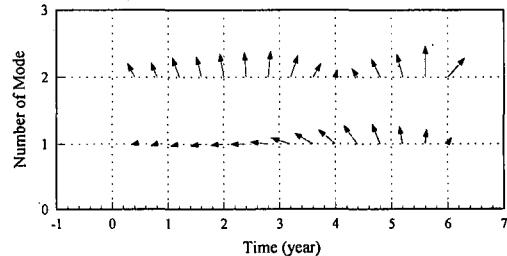


図-4 時間関数（第1、2モード，Kampen）

図-5で示した領域A、B、Cでは第1モードが支配的であるのに対して、領域Dでは第2モードが支配的であることが分かる。このことは領域A、B、CとDでは地形変化のパターンが大きく異なっていることを示唆している。

次に第1モード、第2モードの地形変化のパターンの時系列を検討する。図-8は第1モードの時間関数によって決定される地形変化を空間関数の偏角を変えて表示したものである。時間関数が同じでも、空間関数の位相（偏角）が変わると地形変化のピークの位置が変わることが分かる。同様に第2モードの変化を図-9に示す。これらから、第1モードの地形変化はピークが1回ある

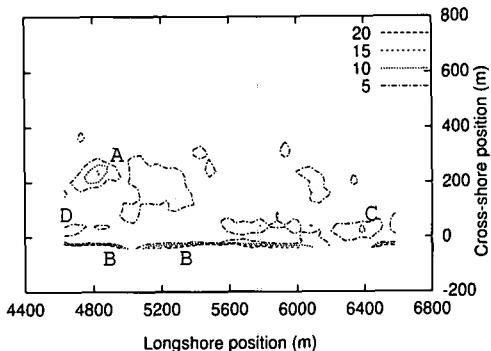


図-5 地形変化の大きな領域 (Kampen)

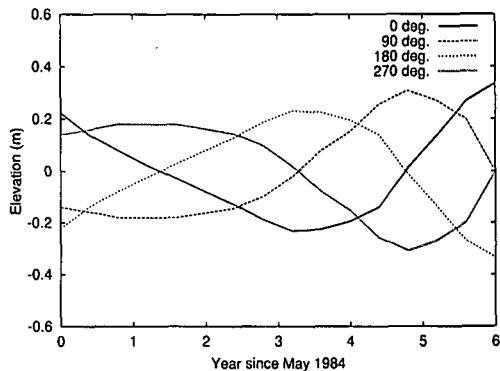


図-8 地形変化 (第1モード, Kampen)

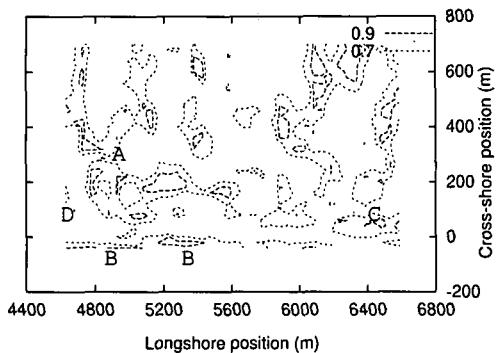


図-6 局所寄与率が70%以上の領域 (第1モード, Kampen)

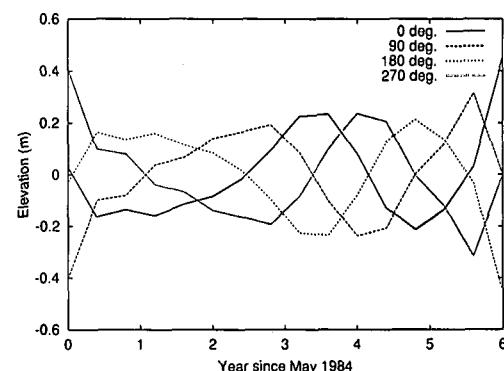


図-9 地形変化 (第2モード, Kampen)

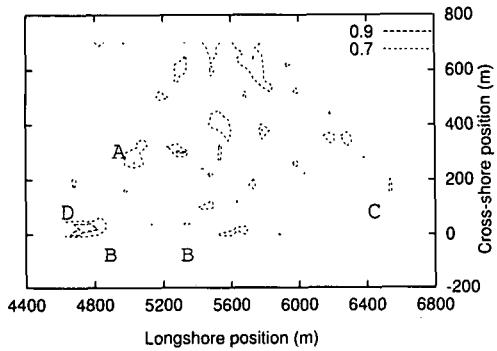


図-7 局所寄与率が70%以上の領域 (第2モード, Kampen)

のに対して、第2モードは2回ピークを持つ変化となっていることが分かる。

以上のことから、領域Aでは、最初の4年間に徐々に砂が堆積し、その後侵食されたことがわかる。領域Bの左側では、最初砂が堆積し、第3.5年でピークとなり、その後侵食されており、また右側では第2.5年にピークとなりその後侵食されていることが分かる。領域Cでは最初が堆積傾向で第4年でピークを迎え、その後侵食傾向、

領域Dでは最初の1年間砂が堆積し、その後第3.5年まで侵食され、そして第5年のピークに向かって堆積し、最後にまた侵食されていることが分かる。

これらをまとめると、測量開始前に汀線付近に養浜された砂が徐々に沖合に流出し沿岸バー付近に堆積した。その後沿岸漂砂により、右側に流されるため左側の領域は徐々に侵食された。一方領域Cは沿岸漂砂の下流側にあるので、最初徐々に堆積するが、やがて養浜砂が流出するにつれて侵食されていったということが見える。

(2) Rantum

図-10に空間関数の第1モード(寄与率50.8%)を示す。岸沖方向位置では $y \approx 0$ が汀線付近を、 $y \approx 200$ が沿岸バーの位置を表している。この図の右下隅に絶対値の大きなベクトルが集中しているのが分かる。

図-11に測量期間を通じて地形変化が大きい領域を示す。この領域は図-10の絶対値が大きい領域とほぼ一致していることが分かる。また局所寄与率からこの領域では第1モードが支配的であることが分かった。また、第1モードによる地形変化のパターンを図-12に示す。

以上のことから、Rantumでは汀線付近において大きな地形変化が観測されており、その変化は最初の1年間

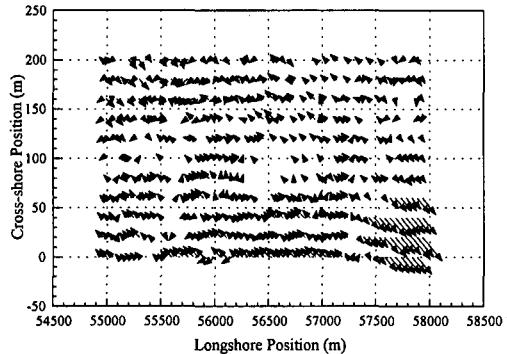


図-10 空間関数（第1モード，寄与率 50.8%，Rantum）

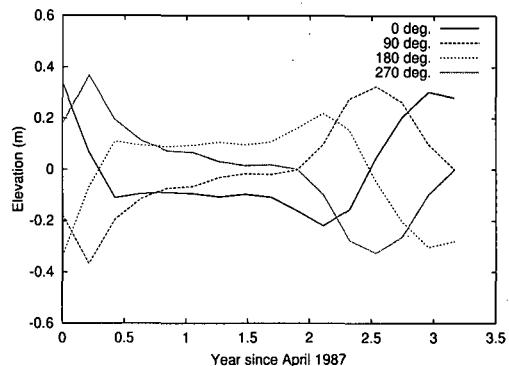


図-12 地形変化（第1モード，Rantum）

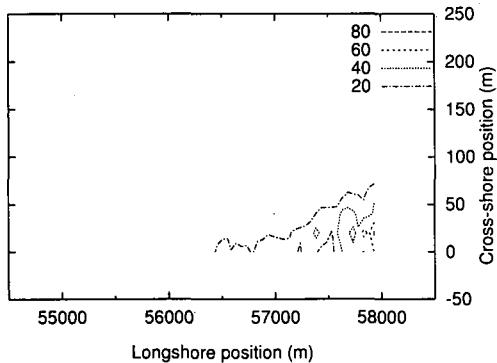


図-11 地形変化の大きな領域（Rantum）

に徐々に侵食し、その後最後の1年間に堆積するという変化であることが分かる。

5. 結 論

本研究では、CPCA を用いて Sylt 島海岸の地形変化を解析し、養浜砂の移動による地形変化特性を明らかにした。その際、局所寄与率を導入して、場所によって異なる地形変化のパターンを明確に区別することができた。

謝辞：本研究の一部は HUMOR プロジェクト (No. EVK3-CT-2000-00037, EC 委員会科学的研究開発理事会) のもとで行われました。また Sylt 島海岸の深浅測量データ取得では、Dr Hans Dette ならびに Amt für Ländliche Räume (Husum) の援助を頂きました。また、論文作成

には茨城大学大学院理工学研究科学生 齊川義則君の援助も頂きました。深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 加藤一正・吉松 晃 (1984): 三次元の経験的固有関数による深浅図解析法, 港湾技術研究所報告, 第 23 卷, 第 2 号, pp. 27-47.
- 北野利一・中野晋・岡彰紀・間瀬肇 (1999): 主成分解析による新たな地形変動分析法に関する理論的検討, 海岸工学論文集, 第 46 卷, pp. 626-630.
- 中野晋・北野利一・藤川美和 (1999): 吉野川下流部の地形変動と洪水による河口砂州変形計算, 海岸工学論文集, 第 46 卷, pp. 641-645.
- 横木裕宗・三村信男・佐藤圭輔 (1998): 主成分分析を用いた大洗港周辺の海浜地形解析, 海岸工学論文集, 第 45 卷, pp. 571-575.
- Bosma, K. F. and R. A. Dalrymple (1996): Beach profile analysis around Indian River Inlet, Delaware, U.S.A., Proc. 25th ICCE, ASCE, pp.2829--2842.
- Dette, H. H. (1977): Effectiveness of beach deposit nourishment, Coastal Sediments '77, ASCE, pp. 211-227.
- Dette, H. H. and J. Newe (1997): Depot beach fill in front of a cliff, Monitoring of a nourishment site on the Island of Sylt 1984-1994, Leichtweiss Institute, Technical University of Braunschweig, Draft Report, 69 p.
- Larson, M., H. Hanson, N. C. Kraus and J. Newe (1999): Short- and long-term responses of beach fills determined by EOF analysis, J. of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., ASCE, pp. 285-293.
- Liang, G. and R. J. Seymour (1991): Complex principal component analysis of wave-like sand motions, Coastal Sediments '91, ASCE, pp. 2175-2186.