

碎波帯内乱流モデルの波打ち帯 (Swash Zone) への拡張

柴 山 知 也*・Nguyen The Duy**

波打ち帯 (Swash Zone) を含む碎波帯内乱流現象に起因する底質移動現象を解明するために, 碎波帯内流速場の数値モデルを拡張し, 新たに碎波帯と波打ち帯の乱流場の計算を同時に行なった。この算定法は, 岸側境界を移動境界として波打ち帯までを含めて流速場を一体として算定しており, レイノルズ方程式を直接に数値解析する, 非線形で時間的, 場所的に非対称な浅水波と乱流を含んでいる方法を, 新たに波打ち帯を含む碎波帯全域の流速計算に拡張したものである。計算結果と既往の実験室における計測結果と比較し, その有効性と限界を確かめた。本算定法は碎波帯内水理量の算定に汎用性を有し, 漂砂現象, 物質混合を検討する際に強力な道具となる。

1. はじめに

本研究は波打ち帯 (Swash Zone) を含む碎波帯内の乱流現象に起因する底質移動現象を解明するために, 碎波帯内流速場の数値モデル (Shibayama and Duy, 1994; Duy and Shibayama, 1997) を拡張し, 新たに碎波帯と波打ち帯の乱流場の計算を同時に行なうことを目的としている。このモデルは既に沖波から汀線までは底面境界層を含めて適用可能であり (柴山・Duy, 2000), 本研究の成果により波打ち帯を含む全領域にわたって適用することが可能となった。なお, 碎波帯内底面境界層の乱流計算は, k -モデル, k - ε モデルを用いて計算し, 上層に付いては渦動粘性係数モデルを使用する。

2. 計算の方法

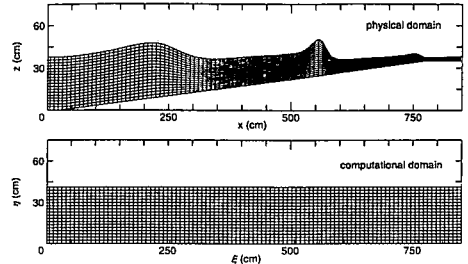
波打ち帯の計算に当たってはまず碎波帯内全体の流速場を算定する必要がある。碎波帯内流速場算定の基礎方程式としては, 流速値に波動運動の位相を基準とした位相平均値を用いた Reynolds の方程式 (岸沖方向および鉛直方向) と連続式を用いる。渦動粘性係数の値は波の位相に応じて変化する量として与えている。

支配方程式は, 次式 (1)~(4) に示すような位相平均値を用いた連続式とレイノルズ方程式となる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_r \frac{\partial u}{\partial x} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial z} \left[\nu_r \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} = & -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + 2 \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_r \frac{\partial w}{\partial z} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left[\nu_r \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right] \quad (3) \end{aligned}$$



図一 計算格子の配列の例

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_{z_b}^{\xi} u dz = 0 \quad (4)$$

ここで u , w はそれぞれ位相平均流速, P は平均圧力, ξ は表面水位, ν_r は渦動粘性係数である。

この方程式系を水表面, 水底, 沖側, 岸側の境界での境界条件の下で解く。代表的な境界条件は以下のようである。

水表面 ($z = \xi$) で

$$\frac{\partial u}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

$$w = \frac{\partial \xi}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} \quad (6)$$

$$P = 0 \quad (7)$$

底面で

$$u = 0 \quad (8)$$

$$w = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \left(-g + 2 \nu_r \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) \quad (10)$$

沖側境界では Ursell 数に応じてストークス波あるいはクノイド波 (Nishimura et al., 1977) を用いて水面位置, 流速, 圧力を与えている。また, 碎波位置は Goda (1975) を用いて, 以下のように与える。

$$\frac{H_b}{L_0} = A \left\{ 1 - \exp \left[-1.5 \frac{\pi h_b}{L_0} (1 + 15 s^{4/3}) \right] \right\} \quad (11)$$

ここで H_b : 碎波波波高, L_0 : 沖波波長, s : 底面勾配, A : 0.17 である。

* フェロー 工 博 横浜国立大学教授 大学院工学研究院システムの創生部門

** 博(工) HoChiMinh 市国立大学講師 工学部土木工学科

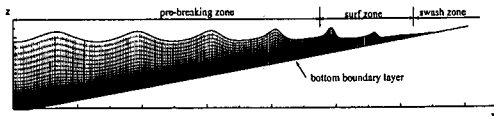


図-2 本計算での領域の表示

岸側境界に当たる静水汀線よりも岸側の領域では、計算を安定に行うために、薄い水の層を与えている。この層はミリメートルのオーダー（最大でも 10 mm）となるように設定した。

このような方程式系を表面の境界が時間的に変動するような場で、時間的に変動する曲線座標系の下で解くことは一般には困難である。そこで本研究ではデカルト座標で書かれた方程式を一般曲線座標に変換して差分計算を行った。

物理平面 (x, z, t) を、以下のように計算平面 (ξ, η, τ) に変換する。

$$x = \xi \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$z = z_b + f(\eta^*)(\xi - z_b) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$t = \tau \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで、

$$\eta^* = \frac{\eta_{i,j} - \eta_{\min}}{\eta_{\max} - \eta_{\min}} = \frac{\eta_{i,j} - \eta_{\min}}{\Delta\eta} \quad \dots\dots\dots (15)$$

変換関数 $f(\eta^*)$ は以下のように与える (Fletcher, 1991)。

$$f(\eta^*) = P\eta^* + (1-P) \left\{ 1 - \frac{\tanh[Q(1-\eta^*)]}{\tanh Q} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで P と Q は格子の形状を規定する変数であるが、Duy et al. (2000) にならって、以下のように与える。

$$P = 0.1 \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$Q = 4.0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

このように変換することにより、図-1 のように計算格子を配置することができる。

ここで流速の 1 回微分は以下のようにして与えられる。

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} & \frac{\partial u}{\partial z} & \frac{\partial u}{\partial t} \\ \frac{\partial w}{\partial x} & \frac{\partial w}{\partial z} & \frac{\partial w}{\partial t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} & \frac{\partial u}{\partial \eta} & \frac{\partial u}{\partial \tau} \\ \frac{\partial w}{\partial \xi} & \frac{\partial w}{\partial \eta} & \frac{\partial w}{\partial \tau} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial z} & \frac{\partial \xi}{\partial t} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial z} & \frac{\partial \eta}{\partial t} \\ \frac{\partial \tau}{\partial x} & \frac{\partial \tau}{\partial z} & \frac{\partial \tau}{\partial t} \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ヤコビアン行列 J の成分は上式右辺の 2 つめの行列で与えられるが、下記の式により、導ける。

$$\frac{\partial F}{\partial x_i} = \frac{\partial F}{\partial \xi} \frac{\partial \xi}{\partial x_i} + \frac{\partial F}{\partial \eta} \frac{\partial \eta}{\partial x_i} + \frac{\partial F}{\partial \tau} \frac{\partial \tau}{\partial x_i} \quad \dots\dots\dots (20)$$

ヤコビアン行列の 2 行目は結局以下で与えられる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial z} = \frac{\Delta \eta}{\xi - z_b} \left\{ P + \frac{Q(1-P)}{\tanh Q \cosh^2[Q(1-\eta^*)]} \right\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\Delta \eta}{\xi - z_b} \left[\frac{\partial z_b}{\partial x} + \left(\frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial z_b}{\partial \xi} \right) f(\eta^*) \right] \cdot \left\{ P + \frac{Q(1-P)}{\tanh Q \cosh^2[Q(1-\eta^*)]} \right\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{\Delta \eta}{\xi - z_b} \frac{\partial \xi}{\partial \tau} f(\eta^*) \cdot \left\{ P + \frac{Q(1-P)}{\tanh Q \cosh^2[Q(1-\eta^*)]} \right\}^{-1} \quad \dots\dots\dots (23)$$

次に底面近傍では、渦動粘性係数を乱流モデルから算定するために k -方程式を用いて、その結果から渦動粘性係数を算定したものと、 k - ϵ 方程式を解いて渦動粘性係数を算定したものとを比較している。上方では波の位相と関連づけて

$$v_\tau = f_v \sqrt{gh}(\xi - z_b) \quad \dots\dots\dots (24)$$

として渦動粘性係数を与えている。ここで、 f_v は 0.1 と与える。

本モデルを波打ち帯に拡張するために、図-2 に示すように波打ち帯を定義して、岸側境界を移動境界として波打ち帯の算定を行った。本拡張により、岸沖全域にわたっての算定が初めて可能となった。

実際の計算当たっては以下の手順を踏んだ。

1. 水面の算定
2. 渦動粘性係数の算定
3. 圧力場の算定
4. 流速場の算定
5. 水面の再計算

第一段階において算定した水面形は、(4) 式 $n-1$ と n 両時間ステップでの流速場を用いて Crank-Nicolson 法を用いて修正している。

x 方向のグリッド間隔 Δx は以下のように与える。

$$\Delta x = \frac{L}{100} \sim \frac{L}{50} \quad \dots\dots\dots (25)$$

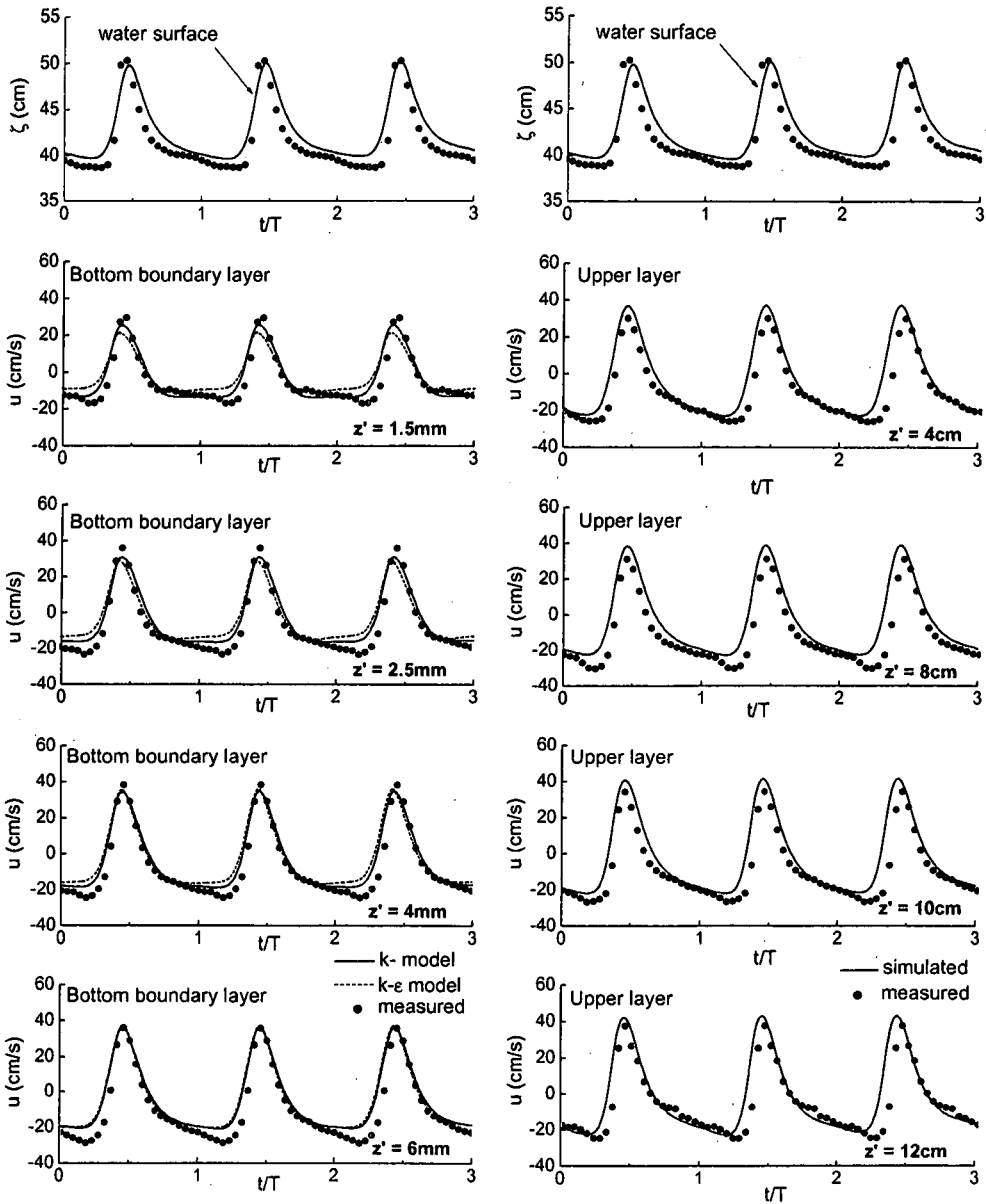
時間ステップ Δt は

$$\Delta t = \frac{T}{200} \sim \frac{T}{100} \quad \dots\dots\dots (26)$$

である。

3. 計算結果とその検討

波打ち帯内の水面形の計測を行なっている過去の実験データと、本モデルで算定した表面波形を比較して、その妥当性を検証する。比較の対象とした実験は Cox et al., (1996) のもの (Case 1) と道 (1982) のもの (Case 2) であるこのうち、Case 1 では底面勾配 1/35 の上に 1.0


 図-3 碎波帯内流速変化の例 (Case 1, $X/X_b = 0.84$)

mm の砂粒が貼り付けてあり、波の周期は 2.2 s、碎波波高は 17.1 cm である。このデータは汀線近傍までの計算結果の検証に用いる。また、Case 2 では底面勾配 1/30 であり、波の周期は 1.52 s、一様水深部 (40.5 cm) での波高は 4.94 cm である。この実験は波打ち帯の計測を行っており、データは波打ち帯の計算結果の検証に用いる。

図-3 は碎波帯内の水平流速の時間変化を、表面波形とともに示したものであり、高さ別 (底面から 1.5 mm から 12 cm, その内、0-6 mm は底面境界層内とした。) に境界層内は k モデル、 $k-\epsilon$ モデルと測定値を比較し、上

層については渦動粘性係数モデルによる算定結果と測定値の比較である。ここで、 z' は底面からの高さを表し、 X は静水汀線からの水平距離、添え字 b は碎波点での値を示している。底面境界層については、 k モデル、 $k-\epsilon$ モデルいずれも現象を予測し得ているが、 $k-\epsilon$ モデルを用いた場合、位相平均流速を過大に評価する傾向があり、どちらかというとも k モデルの方が一致度が高いといえる。本モデルでは、静水汀線に達した波はそのまま遡上を続ける。図-4 は Case 2 について計算領域全域での波の挙動を、水面波形と流速ベクトル図により例示したも

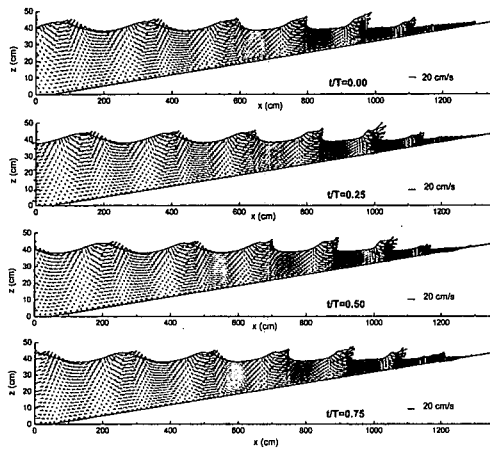


図-4 算定した波浪場の例 (Case 2)

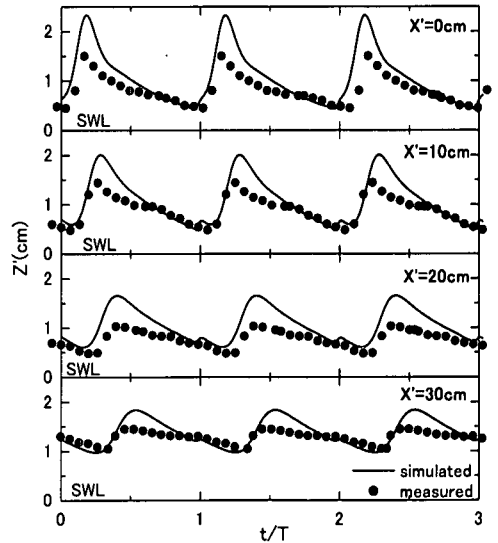


図-6 波打ち帯内表面波形のモデルと実測の比較 (Case 2)

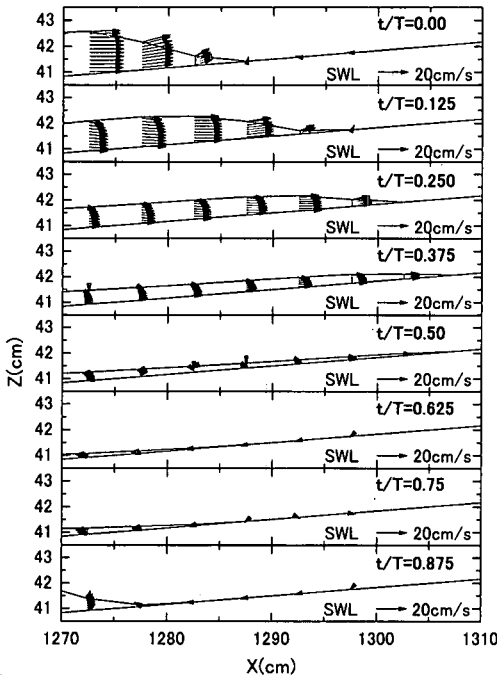


図-5 波打ち帯の流速時間変化 (Case 2)

のである。全体として波の場をよく表現しているといえる。

図-5 はモデルにより算定した波打ち帯内の流速場の時間変化を示したもの (Case 2) である。図で、 $t/T=0.375$ までは岸方向に大きな遡上流速が見られる。それ以降の位相で顕著な冲向き流速が見られないのは、底面近傍に与えた仮想の水層のためであり、本モデルの流下時の流速を算定する際の限界を示している。また、 $t/T=0.875$ の位相で新たな波が遡上を始めており、波打ち帯遡上時の流速場の変化を再現している。

図-6 は、波打ち帯内 4 点 (静水汀線より岸側 0 cm, 10 cm, 20 cm, 30 cm の 4 箇所) での表面波形の算定値と実測値との比較 (Case 2) である。この図では、 x' は静水汀線からの距離を岸向きを正として示しており、 z' は静水位からの鉛直距離である。全体として遡上時では算定値は実測値を上回っており、流下時にはその差は小さい。実際には、遡上時の乱流は全水深にわたって強く発達しており、本モデルの推定を上回っていると考えられる。従ってエネルギー逸散がモデルでは小さく見積もられ、結果として遡上が過大に評価されることとなっている。これも本モデルの限界を示している。

全体としてみれば、いずれの場合にも算定値は絶対値と位相変化を含めて、波打ち帯での水位変動、遡上時での位相平均流速変動の現象を良く再現しているといえる。

4. 主要な結論

本研究の流速場の算定法は、岸側境界を移動境界として波打ち帯までを含めて流速場を一体として算定している。この計算法はレイノルズ方程式を直接に数値解析する、非線形で時間的にも場所的にも非対称な浅水波と乱流を含んでいる方法を、新たに波打ち帯を含む砕波帯全域の流速計算に拡張したものである。砕波帯内水理量の算定に広い汎用性を有するため、漂砂現象、物質混合などを検討する際に強力な道具となる。

本研究は五洋建設株式会社からの研究費により行ったことを付記する。

参 考 文 献

- 柴山知也・Nguyen The Duy・岡安章夫・Nistor Ioan (1996): 碎波帯内底面乱流境界層の数値モデルとその検証, 海岸工学論文集, 43 巻, pp. 446-451.
- 柴山知也・Nguyen The Duy (2000): 碎波帯内底面乱流境界層のモデル, 海岸工学論文集, 47 巻(1), pp. 501-505.
- 道 正典 (1982): 波打ち帯における水粒子運動に関する実験的研究, 東京大学工学修士論文.
- Cox, D. T., N. Kobayashi, and A. Okayasu (1996): Experimental and numerical modeling of surf zone hydrodynamics, Res. Report No. CACR-95-07, Center for Applied Coastal Res., Univ. of Delaware.
- Duy, N.T., T. Shibayama, and A. Okayasu (2000): A unified numerical model for the bottom boundary layer and the upper layer in the surf zone, Proc. 27th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, 1, pp. 120-133.
- Duy, N.T., T. Shibayama, and A. Okayasu (1998): A 2-DV numerical solution for the turbulent wave boundary layer under breaking waves, Proc. 26th Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, 1, pp. 448-497.
- Duy, N. T. and T. Shibayama (1997): A convection-diffusion model for suspended sediment in the surf zone, J. Geophys. Res. 102, pp. 22169-23186.
- Fletcher, C. A. J. (1991): Computational Techniques for Fluid Dynamics, 2nd ed., Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, pp. 299-328.
- Goda, Y. (1975): Deformation of irregular waves due to depth-controlled wave breaking, Report Port and Harbour Tech. Res. Inst., Kurihama, Japan, 14(3).
- Nishimura, H., M. Isobe, and K. Horikawa (1977): Higher order solutions of the Stokes and the cnoidal waves, J. Fac. Eng., Univ. of Tokyo, B-34, pp. 267-293.
- Okayasu, A., T. Shibayama, and K. Horikawa (1988): Vertical variation of undertow in the surf zone, Proc. 21st Int. Conf. Coastal Eng., ASCE, 1, pp. 478-491.
- Shibayama, T. and N. T. Duy (1994): A 2-D vertical model for wave and current in the surf zone based on the turbulent flow equations, Coastal Eng. in Japan, JSCE, 37, pp. 41-65.
- Svensen, I. A. and J.B. Hansen (1988): Cross-shore currents in surf zone modeling, Coastal Eng., Elsevier, 12, pp. 23-42.
-