

ソリトン分裂波の陸上遡上に関する数値計算

深澤雅人*・岩瀬浩之**・藤間功司***
青野利夫****・後藤智明*****

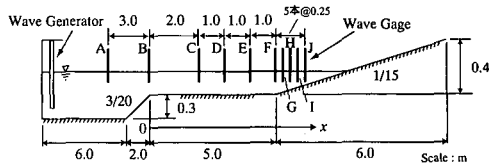
本研究では、ソリトン分裂波を対象とし、非線形分散長波式を支配方程式とした 2 段階混合差分法による陸上遡上の計算方法について検討した。津波の数値計算で使われている波数分散項は静水深を含み、津波の遡上計算でそのまま適用することはできない。2 段階混合差分法では、陸上計算は波数分散項を除く非線型長波式を用いて計算を行うことを基本とするが、ここでは遡上域での波数分散項を取り除く 2 つの手法と、静水深を全水深へと変移させる手法について、ソリトン分裂波を対象とした水理実験を通じ、遡上計算における波数分散項の取り扱いについて検討したものである。

1. はじめに

津波に対する海岸保全調査に用いられる数値解析モデルには、沿岸域へ来襲する津波の波高や波形を精度良く再現することが求められている。現在実用化されている津波の数値解析モデルは、線形長波式や非線形効果を考慮した非線型長波式を支配方程式としたものであり、沿岸域での津波高に関して言えば約 80% の精度で再現することが可能となっている。一般に、日本近海で発生する近地津波では、津波伝播距離が比較的短く波数分散効果を考慮しない場合が多いが、1983 年の日本海中部地震津波では、浅海域にて津波がソリトン分裂を起こす様子が記録された。津波のソリトン分裂は、非線形効果と波数分散効果による相互干渉によって生じるものであり、波数分散効果を考慮した非線形分散波式を支配方程式としなければならない。

津波の数値解析で非線形分散波式を支配方程式とする場合、計算の安定性と効率化を考慮した、3 重対角行列の陰差分式を、トーマス・アルゴリズムを用いて解く必要があり、計算領域の境界値が既知量でなければならない。しかしながら、津波の数値解析で必要となる大小の計算領域を結合する境界点や、陸上域における津波先端の移動境界点は未知量であり、トーマス・アルゴリズムを適用することができない。岩瀬ら (1998, 2001) は、これらの問題点を解決する一つの方法として 2 段階混合差分法を提案し、日本海中部地震津波への適用計算を行いその妥当性を示しているが、使用する支配方程式の分散項に静水深を含むことから、陸上遡上の計算法に課題を残していた。

そこで、本研究では、いくつか方法によって支配方程式における波数分散項の取り扱い方を行い、水理実験との比較を通じてその計算方法を検証したものである。



図一 実験装置

表一 実験条件

No.	h (cm)	H_0 (cm)	砕波形式	砕波位置
No. 1	10.0	4.2	Spilling	斜面上
No. 2	10.0	5.6	Spilling	水平床上
No. 3	11.0	4.3	Plunging	斜面上
No. 4	11.0	4.6	Spilling	斜面上
No. 5	11.0	5.5	Spilling	水平床上
No. 6	12.0	4.3	Plunging	斜面上

2. 水理実験の概要

本研究では図一に示すように、ソリトン分裂波の生成の促進を行うための 3/20 勾配の斜面と 5 m の水平床および 1/15 勾配の斜面を持つ水底模型を設置した幅 0.5 m、高さ 0.8 m、全長 22 m のピストン型造波水路を使用した。波高の測定には 10 本の容量式波高計を用い、便宜上、水平床開始点を原点とする。波高計の設置は、-3 m の位置 (A 点) に数値計算の入射境界波高の記録用として 1 本を設置し、残りは 1/15 斜面開始点から 25 cm 間隔で設置する。遡上中の空間波形についてはビデオカメラを用いて測定を行い、波高計のデータと時間を一致させるために、乾電池、豆電球、スイッチを用いた簡単なトリガ信号回路を作成した。

本研究では、静水深 h 、造波波高 H_0 を変化させた、全 6 ケースの水理実験を行った。表一は、各ケースの造波条件、砕波位置および砕波形式についてまとめたものである。全 6 ケース中、水平床上で Spilling 砕波が確認されたのは No. 2, No. 5 の 2 ケース、1/15 斜面上で Spilling 砕波が確認されたのは No. 1, No. 4 の 2 ケース、1/15 斜

* 正会員 修(工) 国際航業(株)
** 正会員 (株)エコー環境水工部
*** 正会員 工 博 防衛大学校助教授 建設環境工学科
**** 正会員 工 博 東亜建設工業(株)設計部課長
***** 正会員 工 博 東海大学教授 工学部土木工学科

面上で Plunging 砕波が確認されたのは No. 3, No. 6 の 2 ケースであった。

3. 非線形分散長波理論による陸上遡上計算

3.1 支配方程式と砕波モデル

岩瀬ら (2002) は、沿岸波浪や津波の解析に用いられている種々の非線形分散長式に対する第一次近似孤立波解を導くと共に、水理実験との比較から浅海域におけるソリトン分裂波としての津波解析に適した非線形分散長波式として断面積分形の Peregrine 式 (1967) と Madsen・Sørensen 式 (1992) を示した。本研究では、ソリトン分裂波の第 2 波の位相が若干良いとされる断面積分形の Peregrine 式を支配方程式とした。

ソリトン分裂を起こした津波は、波形曲率効果により、波高が著しく増幅し砕波を起こす。しかし、本支配方程式では砕波現象を再現することはできない。そこで、本研究では、岩瀬ら (2001) による水平床上を伝播するソリトン分裂波に対する砕波モデルと砕波直前の急激な水位増幅を再現する人為増幅モデルを導入した。支配方程式を以下に示す。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \frac{h^2}{3} \frac{\partial^3 Q}{\partial t \partial x^2} + (\nu_a + \nu_b) \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \frac{gn^2 Q |Q|}{D^{7/3}} \quad \dots\dots\dots (2) \end{aligned}$$

ここに、 η は水位、 h は静水深、 Q は流量フラックス、 D は全水深、 g は重力加速度、 n はマンニングの粗度係数 ($n=0.01 \text{ m}^{-1/3}\text{s}$)、 ν_a は人為増幅項の渦動粘性係数、 ν_b は砕波減衰項の渦動粘性係数である。

人為増幅項の渦動粘性係数については、

$$\nu_a = -\alpha \sqrt{gD} \eta \quad \dots\dots\dots (3)$$

で与えた。ここに、 α は定数であり 0.10 を与えた。人為増幅項はソリトン分裂波列の波峰点の流速波速比 u_s/C が 0.45 を越えた時、その波峰点から前後の波谷までの部分に対し、式 (3) の空間分布を与える。ここに、 u_s および C は、それぞれ、

$$u_s = \bar{u} - \frac{D^2}{3} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$C = \sqrt{gh} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\eta}{h} \right) \quad \dots\dots\dots (5)$$

であり、 $\bar{u}$ は断面平均流速 ($=M/D$) である。同様に、砕波減衰項の渦動粘性係数についても、

$$\nu_b = \beta \sqrt{gD} \eta \quad \dots\dots\dots (6)$$

で与えた。ここに、 β は定数であり 0.23 である。砕波条件は、流速波速比が 0.59 を越える波峰点に対して人為増幅モデルと同様の方法で与えた。なお、これら砕波モデ

ルは、断面積分型の Madsen・Sørensen 式を支配方程式として求められたものであるが、本件で使用する Peregrine 式を支配方程式にした場合の計算結果と比較したところ、砕波点に関しては多少の差異が見られるものの砕波後の波高、波形、ソリトン分裂第一波の位相に関しては大きな違いが見られなかった。

3.2 計算方法

計算方法は、運動の式を陽的な差分式と陰的な差分式に分けて計算を行う二段階混合差分法を利用する。運動の式の 1 段目は連続式からもとめられた水位 $\eta^{n+1/2}$ を用い、運動式の局所項と圧力項に対して陽解法を適用し、水位及び流量フラックスの中間値 Q^* を求める。

$$\frac{1}{\Delta t} [\eta_j^{n+1/2} - \eta_j^{n-1/2}] + \frac{1}{\Delta x} [Q_{j+1/2}^n - Q_{j-1/2}^n] = 0 \quad \dots\dots (7)$$

$$\frac{1}{\Delta t} [Q_{j+1/2}^* - Q_{j+1/2}^n] + \frac{gD}{\Delta x} [\eta_{j+1}^{n+1/2} - \eta_j^{n+1/2}] = 0 \quad \dots\dots (8)$$

ここで、 n は時間格子番号、 j は空間格子番号を表す。2 段目では流量フラックスの中間値 Q^* を用いて中央差分化された移流項と分散項に対して陰差分を適用し、流量フラックスの最終値 Q^{n+1} を求める。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta t} [Q_{j+1/2}^{n+1} - Q_{j+1/2}^*] \\ + \frac{1}{4\Delta x} \left[\left(\frac{Q}{D} \right)_{j+3/2}^n Q_{j+3/2}^{n+1} - \left(\frac{Q}{D} \right)_{j-1/2}^n Q_{j-1/2}^{n+1} \right] \\ + \frac{1}{4\Delta x} \left[\left(\frac{Q}{D} \right)_{j+3/2}^n Q_{j+3/2}^* - \left(\frac{Q}{D} \right)_{j-1/2}^n Q_{j-1/2}^* \right] \\ = \frac{h^2}{3} [Q_{j+3/2}^{n+1} - 2Q_{j+1/2}^{n+1} + Q_{j-1/2}^{n+1}] \\ - \frac{h^2}{3} [Q_{j+3/2}^{n+1/2} - 2Q_{j+1/2}^{n+1/2} + Q_{j-1/2}^{n+1/2}] \\ + \frac{(\nu_a + \nu_b)}{2\Delta x^2} [Q_{j+3/2}^{n+1} - 2Q_{j+1/2}^{n+1} + Q_{j-1/2}^{n+1}] \\ + \frac{(\nu_a + \nu_b)}{2\Delta x^2} [Q_{j+3/2}^* - 2Q_{j+1/2}^* + Q_{j-1/2}^*] \quad \dots\dots (9) \end{aligned}$$

式 (9) の流量フラックス Q に関する陰差分式による連立方程式は 3 重対角行列式となり、トーマス・アルゴリズムを利用して高速演算が可能である。なお、底面摩擦項は 1/2 の重みをつけ、1 段目、2 段目に組み入れた。

3.3 遡上計算における波数分散項の取り扱い

使用する支配方程式の波数分散項には静水深 h が含まれるため、静水深 h が負値となる陸上域ではそのままの形式で計算することはできない。そこで、本研究では汀線付近における分散項の取り扱いについて、以下の 3 つの計算方法を検討した。

a) 計算方法①

静水深 h がある水深 h_s よりも小さい領域では、強制的に波数分散項を除く非線形長波式で遡上を含め計算を行う。ここでは水平床の水深 h_0 を基準に、 $h_s = h_0, h_0/4, h_0/2, 3h_0/4$ および $h_s = 0$ の 5 つのケースを対象とする。

表-2 計算手法のケース

Case	分散項	h_s	Case	分散項	h_s
Case 1-1	①	H_0	Case 2-4	②	$1/4 h_0$
Case 1-2	①	$3/4 h_0$	Case 3-1	③	h_0
Case 1-3	①	$1/2 h_0$	Case 3-2	③	$3/4 h_0$
Case 1-4	①	$1/4 h_0$	Case 3-3	③	$1/2 h_0$
Case 1-5	①	0	Case 3-4	③	$1/4 h_0$
Case 2-1	②	h_0	Case 3-5	③	0
Case 2-2	②	$3/4 h_0$	Case 4	非線形長波	
Case 2-3	②	$1/2 h_0$			

b) 計算方法②

ある水深 h_s から汀線で波数分散項中の h がスムーズに 0 になるように緩衝関数 ε を導入する。具体的には、 $\tanh$ の関数形を適用し、 h_s で $\varepsilon=1$ 、汀線で $\varepsilon=0$ となる式 (10) のような緩衝関数 ε を用いた。

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left[1 - \tanh \left\{ \frac{6}{x_i} (x - x_a) - 3 \right\} \right] \quad \cdots \cdots (10)$$

ここで、 $h=h_s$ となる点の x 座標を x_s とし、汀線における x 座標 x_a とし、 $x_i = x_a - x_s$ である。計算方法①と同様、水平床の水深 h_0 を基準に、 $h_s = h_0, h_0/4, h_0/2$ および $3h_0/4$ の 4 つのケースを対象とする。なお、 $h_s=0$ の場合は計算方法①と同じになるため省略する。

c) 計算方法③

ある水深 h_s から汀線で波数分散項中の静水深 h がスムーズに全水深 D になるように計算方法 2 と同様の緩衝関数 ε を導入する。具体的には、静水深 h を $h + \varepsilon \eta$ と置き換える。すなわち、沖側でアーセル数が 1 のオーダーの場合の波数分散項を使用し、汀線側でアーセル数が大きい場合の波数分散項 (後藤, 1985) を使うことになり、理論的に説明が付きやすい。緩衝関数 ε は式 (10) と同様、次式を用いる。

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \left\{ \frac{6}{x_i} (x - x_a) - 3 \right\} \right] \quad \cdots \cdots (11)$$

対象ケースは、水平床の水深 h_0 を基準に、 $h_s = h_0, h_0/4, h_0/2, 3h_0/4$ および $h_s=0$ の 5 つである。

以上のように、本研究では全 15 ケースの計算を行う。それぞれの計算方法の要点をまとめたものを表-2 に示す。なお、Caes 4 として従来モデルである非線形長波式の計算を行った。

4. 水理実験結果との比較

4.1 時間波形

図-2 は、実験 No. 4 を対象とした、非線形長波式と非線形分散長波式による点 D, F, I における計算結果と水理実験結果の比較を示したものである。なお、ここで示

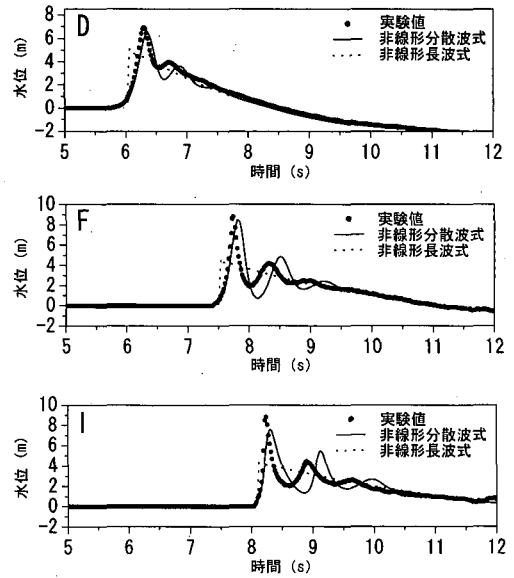


図-2 代表点の時間波形

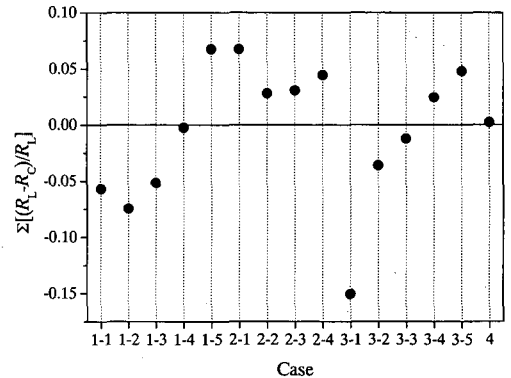


図-3 数値計算と水理実験の遡上高精度

した非線形分散長波式の計算結果は、波数分散項の取り扱いに関し Caes 2-2 を採用したものである。同図より、非線形長波式では、ソリトン分裂が再現されておらず、波形・波高とも全く実験値と一致していない。一方、非線形分散波式では、ソリトン分裂が再現されており、2 波目以降の位相にずれがあるものの、ほぼ実験結果の波形を再現している。

4.2 最大遡上高

全計算ケースの遡上高の精度についてまとめたものを図-3 に示す。図中、縦軸は実験遡上高 R_L に対する計算遡上高 R_c の誤差の割合を表しており、全実験ケースの平均値を取ったものである。同図より、遡上高に関しては提案したどの方法を用いても誤差 10% 程度で再現可能である。また、非線形長波式による遡上高 (Caes 4) を見ると誤差 1% 未満であり、ソリトン分裂波をまったく

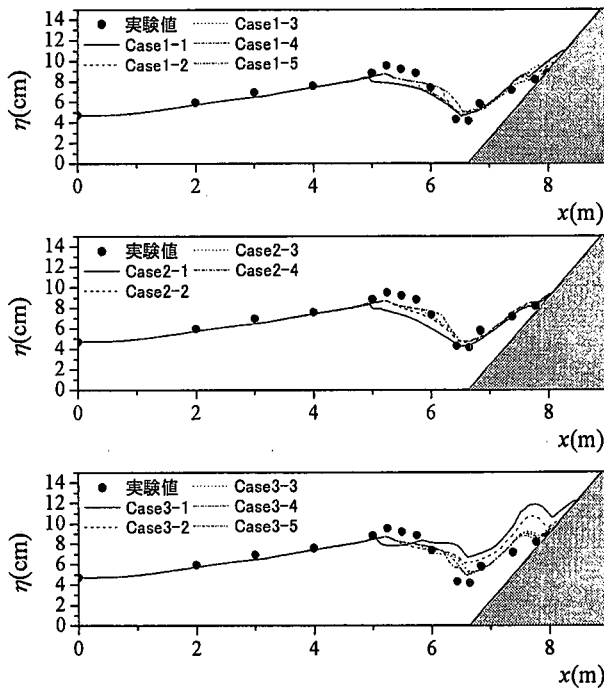


図-4 最大水位の空間分布 (全ケース)

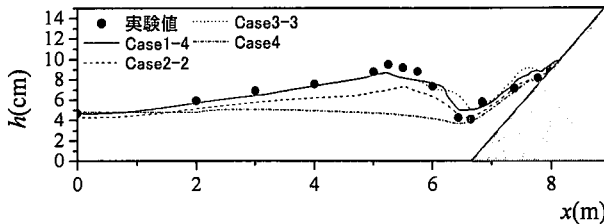


図-5 最大水位の空間分布 (Case 1-4, Case 2-2, Case 3-3, Case 4)

再現していないにもかかわらず、本研究で対象とした水理実験では、遡上高に関する限り非線形長波式でも十分な精度が得られていると言える。なお、分散項の取り扱い方に関して見ると、スキーム変更点 h_0 が小さいと遡上高が高くなる傾向があることがわかる。また、計算方法②は全体的に遡上高が高く計算される。

4.3 最大水位分布

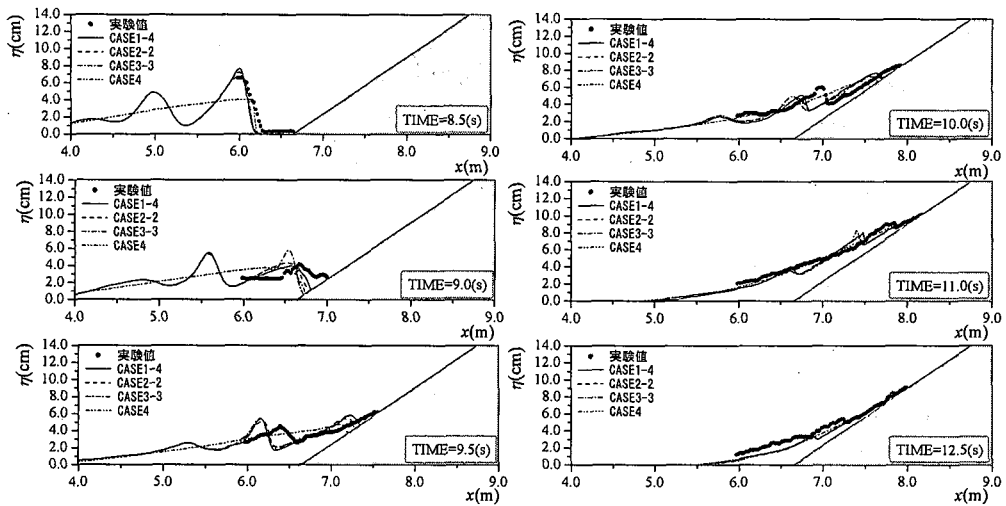
図-4に実験 No. 4 に対する全ケースの計算結果を示す。なお、同図上段は計算方法① (Caes 1-1, Caes 1-2, Caes 1-3, Caes 1-4, Caes 1-5), 同図中段は計算方法② (Caes 2-1, Caes 2-2, Caes 2-3, Caes 2-4), 同図下段は計算方法③ (Caes 3-1, Caes 3-2, Caes 3-3, Caes 3-4, Caes 3-5) の計算結果をまとめたものである。図中の黒丸 (●) は実験値を表し、5 m から 6 m の間の斜面上で碎波している。一方、全ての計算ケースにおいて、計算値の碎波点が実験値の碎波点に比べやや早く、その影響によ

り計算値の最大波高は実験値に比べ小さい値となっている。これは、本計算で導入した碎波モデルが水平床上の碎波モデルであることが原因と考えられる。同図上段の 5 m 以降、スキーム変更点付近で急激な水位減少が見られる。緩衝関数法を用いた計算結果である同図中段と同図下段では、スキーム変更による水位減少は確認されない。

図-3 から、遡上高に関して比較的精度の良かった Caes 1-4, Caes 2-2 および Caes 3-3 に関して最大波高分布を比較したものを図-5 に示す。Caes 1-4, Caes 2-2 に関しては、いずれも実験結果と良好な一致を示しており、Caes 1-4 の遡上高は Caes 2-2 に比べやや高い値を示した。Caes 3-3 では汀線より陸側の部分でも分散項が効くため、全体的に波高が高く計算される傾向にある。

4.4 遡上域での空間波形

Caes 1-4, Caes 2-2, Caes 3-3, Caes 4 に対する遡上域



図—6 遡上域における空間波形の比較 (Case 1-4, Case 2-2, Case 3-3, Case 4)

での計算結果と実験結果の空間波形の比較を図—6に示す。非線形長波式による Caes 4 の計算については全く波形が一致しない。また、Caes 3-3 では、第 1 波だけでなく第 2 波も汀線より陸側の部分で波高が過増幅している。これは、分散項によって波高が増幅しているにもかかわらず、陸上部分で適切に砕波していないことが原因であると考えられる。特に、現在のモデルでは第 1 波の遡下による逆流中での第 2 波の砕波が再現できない。したがって、計算方法③は理論的にはすぐれているが、計算方法③を使用する場合は、汀線近傍から陸上域での新たな砕波モデルを構築する必要があると言える。

5. おわりに

本研究では、非線形分散長波式による数値計算で陸上遡上計算において波数分散項を取り扱う方法を検討した。水理実験結果との比較を通じ、検討したそれぞれの計算方法の特徴をまとめたものである。今回対象とした水理実験では、伝播する波形についてはその形態が異なるものの、最大遡上高に関しては非線型長波式による計算結果でも十分な精度が得られることが分かった。また、最大水位の空間分布、遡上中の波形について実験と計算の比較を行ったところ、計算方法②の Caes 2-2 による波数分散項の取り扱い方が最も水理実験と一致した結果となった。ただし、陸上遡上の再現精度を上げるには、遡

上直前の砕波現象を精度良く再現する必要性があり、今回考慮した砕波モデルでは適用の限界が感じられた。今後は、斜面上でもソリトン分裂波の砕波は精度良く再現可能な砕波モデルを検討することともに、陸上での分散項の取り扱いに関して他の緩衝関数形および導入範囲について検討していく必要がある。

謝辞：本研究の一部は科学研究補助金（基盤研究（C）(2)、代表 後藤智明、課題番号：12650520）の援助を受けた。ここに記して謝意を表す。

参 考 文 献

- 岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明 (1998): 非線形分散長波理論を用いた実用的な津波計算モデル, 土木学会論文集, No. 600/II-44, pp. 119-124.
- 岩瀬浩之・深澤雅人・後藤智明 (2001): ソリトン分裂波の砕波変形に関する水理実験と数値計算, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 306-310.
- 岩瀬浩之・見上敏文・後藤智明・藤間功司 (2002): 津波の伝播計算を対象とした非線形分散長波式の比較, 土木学会論文集, No. 705/II-59 (印刷中).
- 後藤智明 (1985): アーセル数が大きい場合の非線形分散波式, 土木学会論文集, pp. 193-201.
- Madsen, P. A. and O. R. Sørensen (1992): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics, Part 2, A slowly-varying bathymetry, Coastal Eng., Vol. 18, pp. 183-204.
- Peregrine, D. H. (1967): Long waves on the beach, J. F. M., Vol. 27, Part 4, pp. 815-827.