

# 波の散乱解析法を用いた島周辺の波浪スペクトル推定

吉田明徳\*・一田 剛\*\*・山城 賢\*\*\*・宮本好英\*\*\*\*

島の沖合いで観測される波浪のスペクトルには島からの散乱波が複雑に重なり合うために空間的な変動が大きく現れ、特定の点で観測値が得られてもそれから近傍の点のスペクトルを類推することはできない。外海からの入射波スペクトルを推定するにも散乱波の影響を除く必要がある。本研究では波動境界値問題の分野で開発されている波の散乱解析法を島周辺の散乱波の解析に用いて任意点のスペクトルの推定をおこない、その妥当性を白島石油備蓄基地での波浪と作業船動揺の実測値を用いて検討した。その結果、動揺の実測値と推定スペクトルとから算定した周波数応答関数と、動揺の数値解析から得られる応答関数とが良く一致する結果を得た。

## 1. ま え が き

島や地形変化の大きい海岸沖合での波浪観測結果には、地形の凹凸部からの散乱波が複雑に重なり合うため空間的な変動が大きく、特定の点で観測値が得られたとしてもそれによって近傍の任意点の波浪スペクトルを類推することはできない。外海からの入射波スペクトルの推定に関しても、散乱波の影響が相当沖合まで及ぶため観測値には散乱波の影響が含まれる。しかも既存の入反波共存場でのスペクトル推定法は一般的な反射の場を仮定しているため適用できない（例えば、磯部・近藤, 1983; 橋本・小舟, 1988）。そこで著者らは、波動境界値問題の分野で開発された波の散乱解析法（井島ら, 1974; 土木学会, 1994）を、島近傍の波動場解析に用いて任意点における波浪スペクトルの推定をおこなうことを考えた。本研究は、白島洋上石油備蓄基地において 1996 年に実施された島近傍での波浪と島陰部での作業船動揺の同時観測結果（鍛冶ら, 1996）を用いて、波の散乱解析法を利用した波浪スペクトル推定の妥当性を検討したものである。

## 2. 波の散乱解析法と波浪推算の概略

### (1) 波の散乱解析法

波の散乱解析法は一定水深の海域にある任意平面形状の柱状構造物を対象とする解析法を用いた。詳細は参考文献を参照して頂くことにしてその概略のみを述べる。図-1 に示すような一定水深  $h$  の海域にある任意形状の柱状構造物を考え、静水面上に  $x$  軸と  $y$  軸を取り、鉛直上方に  $z$  軸を取るものとする。この構造物に対して  $x$  軸と  $\theta$  の角度をなして、角周波数  $\omega (=2\pi f)$ 、振幅  $\zeta_0$  の微小振幅規則波が入射する場合を考える。

流体運動は非圧縮完全流体の無渦運動で、次の速度ポテンシャルが存在すると仮定する。

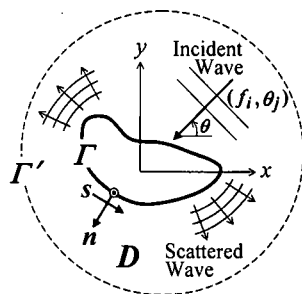


図-1 境界形状と座標軸

$$\phi(x, y, z, t) = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \phi(x, y) \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \cdot e^{-i\sigma t} \dots\dots\dots (1)$$

上式で、 $i = \sqrt{-1}$ 、 $g$  は重力加速度、 $k$  は入射波の波数である。

$\phi(x, y)$  はポテンシャルの空間分布を表し、次のヘルムホルツの方程式を満足すべき無次元の関数である。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (2)$$

この関数  $\phi(x, y)$  を入射波の関数  $\phi_i(x, y) = i \cdot \exp\{-ik(x \cos \theta + y \sin \theta)\}$  と構造物からの散乱波の関数  $\phi_s(x, y)$  の和 ( $\phi = \phi_i + \phi_s$ ) で表せるものとする。

図-1 に示すように、 $(x, y)$  平面における構造物の境界  $\Gamma$  と構造物を囲む円境界  $\Gamma'$  を考える。ヘルムホルツの方程式の基本解である 0 次の第 1 種ハンケル関数  $H_0^{(1)}(kr)$  と散乱波の関数  $\phi_s(x, y)$  とに関し  $\Gamma$  と  $\Gamma'$  で作られる閉領域  $D$  に対してグリーンの定理を用いる。ただし、 $r$  は境界線を含む領域内の点  $P$  の座標  $X_P = (x_P, y_P)$  と境界線上の点  $X_b = (x_b, y_b)$  との距離である。

ハンケル関数が  $r \rightarrow 0$  で  $\log kr$  の特異性を持つこと、円形境界を無限遠方にとるとき散乱波に対してはラディエーション条件が満足されるべきことから、結局  $\phi_s(x, y)$  に関して次の積分表示が導かれる。

$$\phi_s(X_P) = \frac{i}{\alpha} \int_{\Gamma} \left\{ \phi_s(X_b) \frac{\partial H_0^{(1)}(kr)}{\partial n} \right.$$

\* 正会員 工博 九州大学助教授 大学院工学研究院  
\*\* 正会員 工修 北九州市港湾局  
\*\*\* 学生員 工博 九州大学助手 大学院工学研究院  
\*\*\*\* 正会員 (株) 山本基礎

$$-H_0^{(1)}(kr) \frac{\partial \phi_s(X_p)}{\partial n} \Big|_{ds} \dots \dots \dots (3)$$

上式で  $\alpha$  は  $X_p$  が境界線上にあるときは  $\alpha=2$  を、領域内の点であるときは  $\alpha=4$  を取る。

境界  $\Gamma$  は一般に反射境界で、境界条件は複素係数  $\Omega$  を用いて近似的に次式の形で与えられる (青木, 1990)。

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = i\Omega \phi \dots \dots \dots (4)$$

ただし,  $\Omega$  は反射率を  $|K_R|$ , 反射波の位相を  $\epsilon$  とする複素反射率  $K_R (=|K_R|e^{i\epsilon})$  を用いて次式の形で与えられる。

$$\Omega = -k \cdot \frac{1-K_R}{1+K_R} \dots \dots \dots (5)$$

上式に  $\phi = \phi_l + \phi_s$  を代入して  $\partial \phi_s / \partial n$  について書き改めると  $\phi_s$  に関する境界条件式を得る。

$$\frac{\partial \phi_s}{\partial n} = i\Omega \phi_s + \left( i\Omega \phi_l - \frac{\partial \phi_l}{\partial n} \right) \dots \dots \dots (6)$$

境界線  $\Gamma$  を  $N$  個の小要素  $\Delta S_j (j=1, 2, \dots, N)$  に分割し, 式 (3) を離散化する。  $X_p$  を境界線  $\Gamma$  上にとり, これに式 (6) の境界条件を用いると, 境界要素  $\Delta S_j$  上の  $\phi_s(j)$  に関する連立一次方程式が導かれる。これを解いて  $\phi_s(j)$  が決まると式 (3) より任意点における  $\phi_s(X_p)$  が算定される。

水面振動の複素振幅を  $\zeta(X_p)$  とすると, 任意時刻における水面変動  $\text{Re}[\zeta(X_p)e^{-i\sigma t}]$  および, 入射波の波高に対する波高比  $|\zeta(X_p)/\zeta_0|$  はそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \text{Re}[\zeta(X_p)e^{-i\sigma t}] &= \text{Re}[-i\zeta_0\phi_l(X_p)e^{-i\sigma t}] \\ &\quad + \text{Re}[-i\zeta_0\phi_s(X_p)e^{-i\sigma t}] \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

$$|\zeta(X_p)/\zeta_0| = |\phi_l(X_p) + \phi_s(X_p)| \dots \dots \dots (8)$$

## (2) 観測値による入射波スペクトルの同定の手順

島の沖合いの波浪の観測値は島からの散乱波の影響を受けるため, 観測値から入射波のスペクトルを直接求めることができない。波の散乱解析によれば外海からの入射波のスペクトルを与えれば, 任意の位置におけるスペクトルが算定されるから, 逆に観測されたスペクトルを用いて外海からの入射波スペクトルを同定することができる。この手順を図-2 に示す。図中  $|\zeta_A(f_i, \theta_j)/\zeta_0(f_i, \theta_j)|$  は周波数  $f_i$ , 入射角  $\theta_j$  の成分波についての波浪観測地点 (Point A) における式 (8) の波高比を意味し,  $\zeta(f_i, \theta_j)$  は入射波のスペクトルより決まる成分波の振幅を意味する。また  $N_\epsilon$  は位相  $\epsilon(n)$  を与える乱数の個数で,  $\overline{S_A}(f_i)$  は Point A での実測スペクトルを意味する。本研究では外海からの入射スペクトルとして, Bretschneider-光易型の周波数スペクトルを有し, 光易型方向分布関数を有する不規則波が入射するものと仮定する。不規則波の有義周期を  $T_{1/3}$ , 有義波高を  $H_{1/3}$ , 方向スペクトルの主波向を角度  $\theta_m$  ( $x$  軸より反時計回りに取る), 集中度を  $S_{\max}$  で表す。

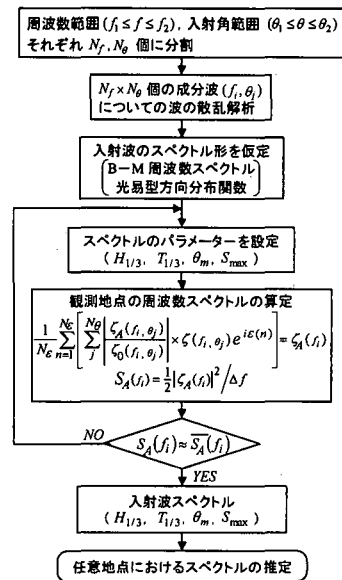


図-2 入射波スペクトルの同定の手順

## 3. 白島での観測値による入射波スペクトルの同定と推算値の検証

### (1) 波浪と作業船の動揺観測

白島石油備蓄基地の平面図を図-3 に示す。防波堤建設時のケーソン吊上げ作業および貯蔵船の定期検査に伴って生じるケーソンの撤去と再据え付け作業を安全で効率よく行うために, 吊枠に能動型制振装置を取り付けることが考案され, この効果を把握する目的で 1995 年 5 月および 6 月にいずれも数日間に渡って波浪観測 (図-3 の Point A) と作業船の動揺観測 (図-3 の Point B) が行われた。観測の結果は報告書および論文にまとめられている (鍛冶ら, 1996; 石川島播磨重工業 (株), 1996)。残念ながら観測の生データは既に散逸して利用することはかなわなかったため報告書に載せてある波浪スペクトルの図および作業船動揺の時系列データの図より読み取って解析に用いた。

### (2) 散乱解析の条件

波浪観測地点におけるスペクトルの推定値は, 周期について 5 秒から 12 秒までを 0.2 秒間隔ごとに, 入射角については入射波の主波向に対して左右 90 度を 5 度間隔で分割した成分波  $(f_i, \theta_j)$  の散乱解析の結果を用いて算定した。計算の領域が広大でしかも方向スペクトルを有する波の場の解析では計算容量と計算時間の増大が問題となることから, まず円柱構造物を対象に, MacCamy・Fuchs の厳密解 (例えば, Mei, 1983) との比較をおこなって要素分割の大きさと計算精度の関係を調

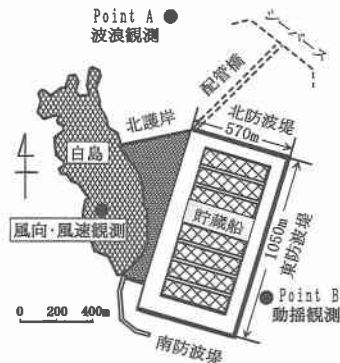


図-3 白島石油備蓄基地（波浪と動揺の観測地点）

べ、最低限必要な要素サイズとして本解析で対象とした最小周期 5 秒の波の波長を 7～8 分割する程度の要素サイズに取ることとした。

境界における反射率の設定は、消波ブロックが設置されている北護岸、北防波堤、東防波堤については、消波ブロック設置による反射率の周波数特性図（日本テトラポッド（株）、1989）より周期ごとに読み取って用いた。一方それ以外の境界は白島が急傾斜海岸からなることから反射率 0.9 に設定した。なお、反射波の位相はすべて 0 度にとった。成分波を重ね合わせる際の位相を与える乱数の個数をあらかじめ 50, 100, 200, 300 と変化させた計算をおこなって、乱数の個数によるスペクトル形状の変化を検討し、個数が 50 個と 100 個では有意の差異が見られるが、個数が 100 と 200 個の差異は小さく、200 個と 300 個の結果はほぼ同一の結果を与えることから、以後の計算には、計算時間と精度を勘案して乱数の個数 100 個にとって計算した。散乱解析の計算例として式（8）で与えられる波高比の分布（図-4）と式（7）の第 2 項で与えられる散乱波の波峰線分布を入射波の振幅  $\zeta_0$  で正規化して示している（図-5）。

### （3） 推定領域の大きさによる推定値の変動

推定地点の  $(x, y)$  座標をただ 1 点与えて算定するよりは若干の面的な広がりについての平均値を用いる方が、

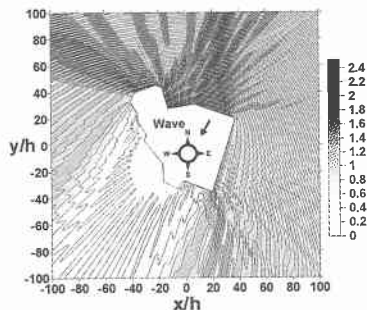


図-4 波高比分布 ( $f_i=0.1$  Hz,  $\theta_i=60^\circ$ )

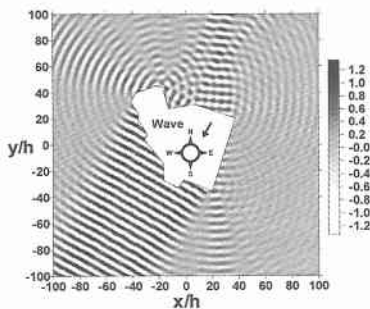


図-5 散乱波の波峰線分布 ( $f_i=0.1$  Hz,  $\theta_i=60^\circ$ )

近似的な境界形状に対する数値計算であることを考えると、妥当ではないかと考えられる。しかし、平均を取る面積をあまり大きくするとスペクトルの空間変動を平滑化しすぎることににもなる。そこでまず、この面積の大きさによる推定値の変動を検討した。図-6 は Point A および Point B におけるスペクトルの推定値として  $(5\text{ m} \times 5\text{ m})$ ,  $(10\text{ m} \times 10\text{ m})$ ,  $(20\text{ m} \times 20\text{ m})$  の領域を取り、1 m 間隔の格子上的推定値を平均した値で示したもので、面積が大きくなるほどスペクトルの大きさが減少していくことがわかる。以後の解析では領域を  $(10\text{ m} \times 10\text{ m})$  にとって算定した。

### （4） $H_{1/3}$ , $T_{1/3}$ , $S_{\max}$ , $\theta_m$ によるスペクトルの変動

入射波のスペクトル型の仮定が妥当で、かつ波の散乱解析も妥当な解を与えていれば観測スペクトルとほぼ一致するスペクトルが得られるはずである。入射波のパラメーター ( $H_{1/3}$ ,  $T_{1/3}$ ,  $S_{\max}$ ,  $\theta_m$ ) を試行錯誤的に変化させスペクトルの同定をおこなったが、その際のスペクトルの変動の様子を  $S_{\max}$  と  $T_{1/3}$  について示す。図-7 に主波向を  $\theta_m=0^\circ$  にとり、 $S_{\max}$  を 10, 25, 75 と 3 通り変化させた場合の Point A, Point B におけるスペクトルの変動を示している。Point A では  $S_{\max}$  の違いによって差異は見られないが、この主波向に対しては Point A に入射波が直接入射し、しかも反射波の影響が小さく周波数スペクトルが波向きの集中度にあまり左右されないことによる。一方、Point B は、東防波堤の前面にあって反射波の影響

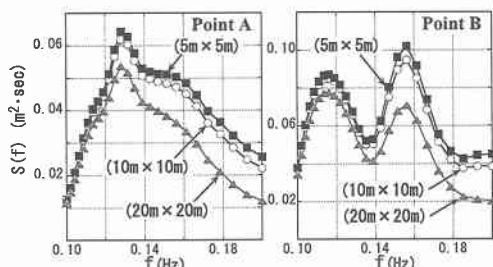


図-6 推定面積の大きさによるスペクトル形状の変動 ( $H_{1/3}=0.3$  m,  $T_{1/3}=7$  s,  $\theta_m=0^\circ$ ,  $S_{\max}=10$ )

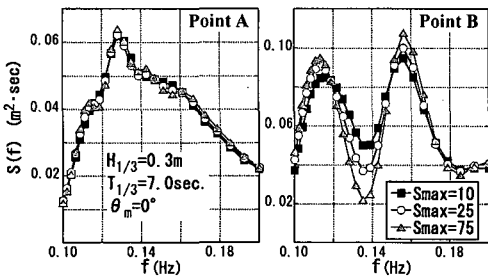
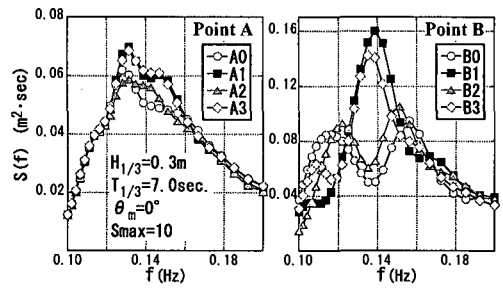
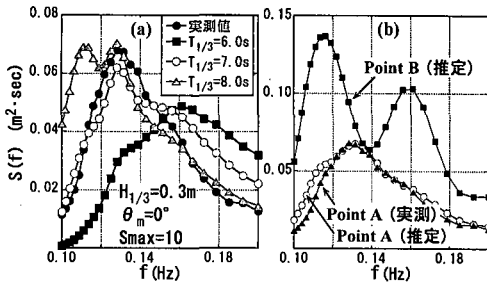
図-7  $S_{max}$  によるスペクトルの変動

図-9 推定位置によるスペクトルの変動

図-8 (a) 有義周期によるスペクトルの変動, (b) 観測スペクトルと同定スペクトル( $H_{1/3}=0.36$  m,  $T_{1/3}=7.2$  s,  $\theta_m=-35^\circ$ ,  $S_{max}=10$ ) の比較

を大きく受ける場所であるため波向きの集中度がスペクトルに大きく影響することがわかる。

図-8(a)は,  $H_{1/3}=0.3$  m,  $\theta_m=0^\circ$ ,  $S_{max}=10$  とし, 有義周期を  $T_{1/3}=6.0$  s,  $7.0$  s,  $8.0$  s と変化させた時のスペクトルの変動を示している。図中の黒丸は気象記録より風向が主波向きと同じであった1996年5月7日の15時に観測された実測スペクトルである。

このようにパラメータを変化させて観測スペクトルとの同定をおこなった結果, 図-8(b)に示すスペクトルを得た。図中にはこの同定スペクトルについて得られたPoint Bでの推定スペクトルも示している。

#### (5) 推定位置によるスペクトルの変動

島近傍でのスペクトルは島からの散乱波の影響を大きく受けることから, 観測位置が少し異なってもスペクトルに有意の変動が現れると考えられる。この変動の程度を検討した結果を, Point Aを始点(A0)として東方向に20 m間隔で推定位置を移動させたときのスペクトルの変動(図-9左)と, Point Bを始点(B0)として東防波堤に直角方向に20 m間隔で推定位置を移動させたときのスペクトルの変動(図-9右)について示している。Point A, Point Bともに島からの散乱波の影響が大きく推定位置をわずか20 m移動させた場合でもスペクトル形状が大きく変化することがわかる。Point Bの方が変動の程度が大きいが, これはPoint Bは防波堤の前面に位置しておりこの主波向き( $\theta_m=0^\circ$ )では防波堤による反

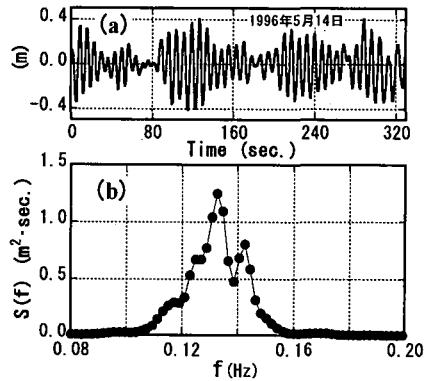


図-10 動揺の時系列(a)とスペクトル(b) (1996年5月14日)

射の影響を大きく受けることによる。

#### (6) 動揺の周波数応答関数による推定スペクトルの検証

##### a) 係留浮体の動揺スペクトル

図-10(a)は1996年5月14日に観測された作業船ジブ先端左右変位の時系列データを示している。天候が晴れており海が穏やかだったせいか動揺変位は比較的小さい。図-10(b)は, 動揺の時系列をFFT解析して得られた動揺のスペクトルである。

##### b) 作業船の断面2次元動揺解析

動揺解析は, 実際に図-11の平面図のように係留されていた作業船を断面2次元に近似して計算を行った。解析に際し作業船の構造諸元をもとに, 重心位置, 重心回りの慣性モーメント, 緊張係留された係留策のバネ定数などの諸元をあらかじめ算定して計算に用いた。

図-12(a)に作業船の動揺とほぼ同時刻にPoint Aで観測された波浪の実測スペクトルと, 同定した入射波スペクトル, およびこれより推定した動揺観測地点Point Bの波浪スペクトルを示している。Point Aでの同定スペクトルと観測スペクトルの一致は図-8(b)の場合と比べると良くないが, 入射波のスペクトルを( $T_{1/3}=6.2$  s,  $H_{1/3}=0.14$  m,  $\theta_m=45^\circ$ ,  $S_{max}=10$ )と同定した。

図-12(b)は, 入射波の振幅に対する作業船ジブ部の

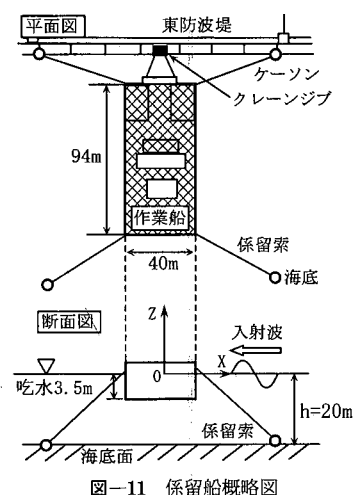


図-11 係留船概略図

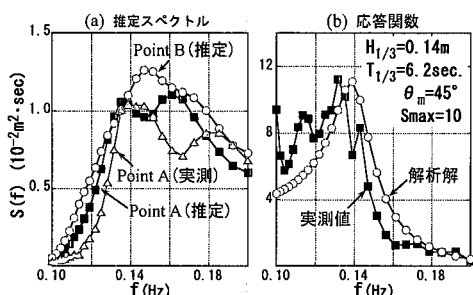


図-12 (a) 波浪の推定スペクトル(1996年5月14日)と(b) 動揺の周波数応答関数

左右動揺の比(周波数応答関数)について、境界要素法(井島ら, 1978)を用いた動揺解析で得られた結果と、動揺観測地点での推定波浪スペクトルと動揺の実測スペクトルより算定した応答関数を比較したものである。0.1 Hz 近傍で実測値が急激に大きくなっているのは、波浪の推定スペクトルが0に漸近するためで、このあたりの比較は意味が無い。全体としての応答関数の形状、ピーク周波数の位置などがほぼ一致した結果が得られており、本解析法で推定した Point B でのスペクトルは十分な精度で推定できていると考えられる。

#### 4. あとがき

本研究で得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) Bretschneider-光易型周波数スペクトル、光易型方向分布関数を有する不規則波を仮定し、各成分波( $f_i$ ,  $\theta_i$ )についての波の散乱解析より得られるスペクトルと、島の沖合いで観測された波浪スペクトルとが合致するように、スペクトルのパラメータ(有義波高  $H_{1/3}$ , 有義周期

$T_{1/3}$ , 主波向き  $\theta_m$ , 集中度  $S_{max}$ )を変化させて入射波スペクトルの同定をおこない観測値とほぼ合致するスペクトルが得られた。

(2) 島陰部の作業船の動揺スペクトルと作業船位置での波の推定スペクトルより算定した動揺の周波数応答関数を、境界要素法を用いた動揺解析より得られた応答関数と比較した結果、両者はよく一致し(1)と併せて、推定法の妥当なことが確認された。

(3) 島の沖合での波浪の観測値には、地形の凹凸部からの散乱波が複雑に重なり合って空間的な変動が大きく現れる。しかも散乱波の影響は相当沖合いにまで及ぶため、散乱解析を利用することなしに、波浪の観測値のみから入射波スペクトルを精度良く推定することは難しい。

(4) 本文では方向スペクトルの推定はおこなっていないが、波の散乱解析によれば入射波スペクトルの各成分波( $f_i$ ,  $\theta_i$ )について散乱波の波峰線の分布が得られる(図-5参照)。現場では困難な任意位置かつ多点での高精度の波浪のサンプリングが数値解析では可能で、この波峰線分布より成分波( $f_i$ ,  $\theta_i$ )が入射する場合の方向スペクトルが算定できるから、これらを重ねあわせる事で任意点での方向スペクトルを推定することができる。

謝辞：本研究に関して九州大学大学院工学研究院教授入江 功先生より示唆ならびに多くの助言を頂いた。

#### 参考文献

- 青木伸一 (1990): 港内係留船の波浪動揺の予測とその低減化に関する研究, 学位論文(大阪大学), pp. 35-36.
- 石川島播磨重工業株式会社 (1996): 起重機船吊り枠制振装置制振効果確認結果報告書 pp. 1-35.
- 井島武士・湯村やす・周 宗仁・吉田明徳 (1974): 水底および水面付近の固定柱状体による波の散乱と波力, 土木学会論文報告集, 第228号, pp. 29-43.
- 井島武士・吉田明徳・山本督夫 (1978): 任意断面浮体の2次元係留運動と波の変形, 土木学会論文報告集, 第272号, pp. 53-63.
- 磯部雅彦・近藤浩右 (1983): 入・反射波の共存場における方向スペクトルの推定法, 第30回海岸工学講演会論文集, pp. 44-48.
- 鍛冶壮吉・宮本好英・谷口宏次 (1996): 大型起重機船吊り荷の能動型制振装置の開発, 土木学会論文集, No. 549/I-37, pp. 149-158.
- 気象庁 (1996): 気象庁波浪資料.
- 土木学会編 (1994): 海岸波動, 第II編, 第3章, pp. 182-185.
- 日本テトラポッド(株) (1989): テトラポッド設計要領, pp. 1-76.
- 橋本典明・小舟浩治 (1988): 入・反射波共存場を対象としたベイズ型モデルを用いた方向スペクトルの推定, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 163-167.
- Mei, C. C. (1983): The applied dynamics of ocean surface waves, World Scientific, pp. 312-313.