

σ 座標系による海浜流モデルの高精度化 — radiation stress の鉛直分布を駆動力として —

信岡 尚道*・熊田 沙織**・三村 信男***

海浜流は 3 次元構造を有しており漂砂の移動に大きく関係する。海浜流の駆動力は radiation stress の鉛直分布によって説明可能であり, こうした原理に基づいた 3 次元海浜流モデルが提案されている。しかし, そのモデルはデカルト座標系を用いているため, 水深の浅い波打ち際の予測精度が低い。本研究では, 水深の変化に関係なく一定の鉛直分布を表現できる σ 座標系を用いた, radiation stress の鉛直分布を駆動力とする海浜流モデルの開発を行った。実験値とこれまでに提案されているモデルとの比較を行ない, 開発したモデルを用いると海浜流の予測精度が向上することを示した。

1. 緒 論

海浜流は鉛直分布を有しており, その駆動力は radiation stress の鉛直分布で説明可能である。こうした原理に基づいた 3 次元海浜流モデルを信岡ら (1997) が提案している。しかし, このモデルはデカルト座標系の水平レベルモデルを用いているため, 水深の浅い所では設定できる鉛直方向層数の制限から十分な鉛直分布を表現することができなく, 水深が増すにつれて層数が増加するため不必要に計算時間が長くなるなど, 実用的なモデルとは言えない。Navier-Stokes の直接数値解法を用いた平均流予測に関する研究もはじめられている現在, 海浜流モデルは広域を対象とすることに役目が移っていくと考えられる。

本研究は, 水深によらず鉛直方向に一定の層数を取れる σ 座標系を用いた, radiation stress の鉛直分布を駆動力とする海浜流モデルの開発を目的とする。また, 開発した海浜流モデルとこれまでに提案されているモデルで予測精度の比較を行い, モデルの適性を示す。

2. σ 座標系における海浜流方程式

海浜流方程式は信岡ら (1997) が示したように, 連続の式と Navier-Stokes 方程式から, ①流速成分等を波動成分 (サブスクリプト w), 平均流成分 (サブスクリプト f) と乱れ成分に分離し, ②各成分間の干渉が無いとし, ③海浜流成分の鉛直加速度は微小と仮定して, ④一周期平均を行なうと求まる。本研究でも同様の手法で σ 座標系における海浜流方程式を求めた。σ 座標とは図-1 に示すように, 水面を基準とした鉛直座標値を水面から水底までの距離で無次元化したものである。デカルト座標系における x^*, y^*, z^* 座標に対する, ここで採用した σ 座標における x, y, σ 座標の定義は式 (1) である。

$$x = x^*, y = y^*, \sigma = \frac{z - \eta^*}{D} \dots\dots\dots (1)$$

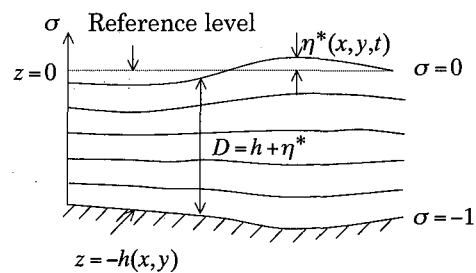


図-1 σ 座標系の概念図

ここに, η^* : 静水面を基準にした水位, D : 全水深 ($= h + \eta^*$), h : 水深である。式 (1) の定義では水面で $\sigma=0$, 海底面で $\sigma=-1$ となる。速度に関しても, デカルト座標系における x^*, y^*, z^* 方向流速 u^*, v^*, w^* は, σ 座標系では式 (2) に示すように u, v, ω に変換される。

$$\left. \begin{aligned} u &= u^*, \quad v = v^* \\ \omega &= w^* + D \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} + u \frac{\partial \sigma}{\partial x} + v \frac{\partial \sigma}{\partial y} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

式 (1) と式 (2) を用いて, 上述の方法で求めた σ 座標系における海浜流基礎方程式は式 (3) と式 (4) となる。運動方程式については, x 方向のみを記している。

$$\frac{1}{D} \left\{ \frac{\partial u_f}{\partial x} + \frac{\partial v_f}{\partial y} + \frac{\partial \omega_f}{\partial \sigma} \right\} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{D_f} \left\{ \frac{\partial u_f^2 D_f}{\partial x} + \frac{\partial u_f v_f D_f}{\partial y} + \frac{\partial u_f \omega_f}{\partial \sigma} \right\} \\ &= - \frac{\partial}{\partial x} (-g D_f \sigma_f) \\ & \quad - \frac{\partial}{\partial x} \left[-g D_w \sigma_w - \frac{\partial}{\partial x} \int_0^{\sigma_w} w_w u_w D_w d\sigma \right] \\ & \quad - \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\sigma_w} w_w v_w D_w d\sigma - w_w \omega_w \\ & \quad - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \left(-g D_w \sigma_w - \frac{\partial}{\partial x} w_w u_w D_w \right) \\ & \quad - \frac{\partial}{\partial y} w_w v_w D_w - \frac{\partial}{\partial \sigma} w_w \omega_w \\ & \quad - \frac{1}{D_w} \left\{ \frac{\partial u_w^2 D_w}{\partial x} + \frac{\partial u_w v_w D_w}{\partial y} + \frac{\partial u_w \omega_w}{\partial \sigma} \right\} + R_x \end{aligned} \dots\dots\dots (4)$$

* 正会員 博(工) 茨城大学助手 工学部都市システム工学科
** 修(工) 日立公共システムエンジニアリング㈱
*** 正会員 工 博 茨城大学教授 広域水圏環境科学教育研究センター

ここに R : 乱れ成分の項, オーバーバー: 一周平均, σ_r, σ_w : それぞれ平均水面と波動の水面を上端の基準にした σ 座標である. 式 (4) の右辺に項が 5 つあるが, 第 2 項から第 4 項までが radiation stress 成分である.

水平海浜流方程式で一般的に用いられる Longuet-Higgins・Stewart (1964) の radiation stress は, 水底から水面まで積分したものである. σ 座標系における radiation stress 成分を水底から水面まで積分すれば, σ 座標系とは関係が無く, 一般的なものと一致しなければならない. 式 (4) の radiation stress 項を検証するために, 水底から水面まで積分したものを式 (5) に示す. ただし, y 方向成分は省略している.

$$S_{xx} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[-gD_w^2 \int_{-1}^0 \sigma_w d\sigma - D_w \int_{-1}^0 w_w w_w d\sigma \right] - \frac{\partial}{\partial x} \left\{ D_w \int_{-1}^0 \sigma_w w_w u_w D_w d\sigma \right\} + \frac{\partial h}{\partial x} \int_0^{-1} w_w u_w D_w d\sigma - \frac{\partial h}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \int_0^{-1} w_w u_w D_w d\sigma \right\} - \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^{-1} u_w^2 D_w d\sigma \right] \dots (5)$$

この式は, デカルト座標系における海底面の傾斜を考慮して水底から水面まで積分した radiation stress と一致する. 海底面の傾斜が無い, 波高の 3 乗以下は微小である, と仮定して若干の計算をさらに進めた結果, Longuet-Higgins・Stewart (1964) の radiation stress と一致した. よって式 (4) の radiation stress 成分は正しいといえた.

次に, 数値解法のための支配方程式について説明する. 本研究では解法に多層化した差分法を用いる. 式 (3) と式 (4) を差分化しても保存則が成立するために, 層内の下端から上端まで σ 方向に積分を行なった. 積分された支配方程式は, radiation stress 成分以外は, σ 座標を用いた潮流の支配方程式 (例えば, 佐々木ら, 1996) で密度を一定としたものとの類似した形になる. 支配方程式の詳細な数値解法は, 信岡ら (1997) と同じである.

3. σ 座標系における radiation stress の算定

3.1 算定方法

3 次元海浜流の駆動力は radiation stress の鉛直分布で説明できる. 支配方程式を解く際, radiation stress の鉛直分布は既知として与える必要があり, 事前に算定しておく必要がある. 海底面が傾斜していることは, radiation stress の鉛直分布に大きく寄与するので, その傾斜の効果を考慮する必要がある (信岡ら, 2000). そこで, 海底面の傾斜を考慮できる Biesel (1952) の波動理論を用いて, 算定を行なった. 算定方法は, ω 成分を求めるために式 (3) を用いた以外は, 信岡ら (2000) と同様の方法であるので, ここでは説明を省略する.

3.2 算定方法の検証

radiation stress 鉛直分布の算定方法が正しいことを 2 つの方法で確認した. 1 つは σ 座標系で求めた radiation stress の鉛直分布「形状」がデカルト座標系で求めたものと同じであること, もう一つは層ごとに積分した radiation stress 値を水底から水面まで合計したものがデカルト座標系で求めたものと同一であることを判定に用いた. なお, 前者に関しては, 座標系による層厚差の影響を除くため, 層内の平均量で比較した.

計算には 2 次元造波水槽を想定して, 沖側の一様水深を 35 cm, 入射波高と周期をそれぞれ $H=2.5$ cm と $T=1.0$ s とし, 海底傾斜面を 1/20 の一様勾配と設定した. メッシュの鉛直方向幅は σ 座標で 10 分割, デカルト座標系で 1 cm とした. 水平方向の微分量に関しては測線の前後 5 mm 区間の平均勾配から算定した.

鉛直分布形状について水深 5 cm の地点で検証した結果を図-2 に示す. 横軸が radiation stress 成分の水平勾配であり, 黒丸が σ 座標系で求めたもの, 白四角がデカルト座標系で求めたものである. 水深が 5 cm であるため, メッシュ幅より σ 座標系は 10 点, デカルト座標系は

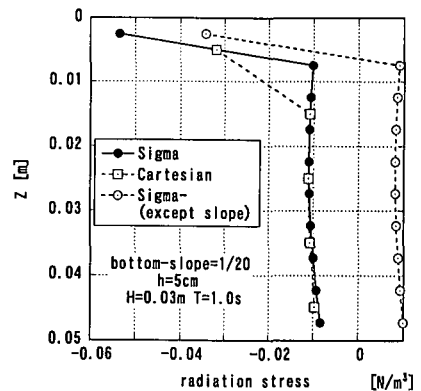


図-2 radiation stress 水平勾配の鉛直分布

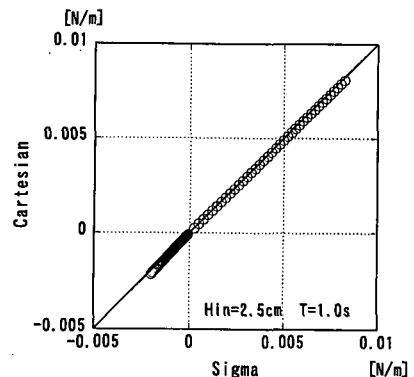


図-3 radiation stress の比較検証

5 点の結果となる。両座標系で radiation stress の鉛直分布形状が一致していることが分かる。

Radiation stress の断面積分量の結果を沖から岸まで並べたものを図-3 に示す。横軸が σ 座標系表記の式を用いた結果、縦軸が Longuet-Higgins・Stewart (1964) の提示したデカルト座標系の式を用いた結果である。図から両方法で求めた値が一致していることがわかる。

radiation stress の断面積分量と鉛直分布形状が一致したことから、3.1 で示した σ 座標系における radiation stress の算定方法は妥当であると言えた。

デカルト座標系から見れば σ 面は傾斜している。その傾斜が radiation stress に寄与する程度を調べるため、 σ 面の傾斜が関与する式 (4) の右辺第 3 項を除いて計算した結果を図-2 に白丸でプロットしている。 σ 面を考慮しない場合、radiation stress は非常に小さくなっている。したがって、 σ 面の傾斜効果の寄与は大きく、この傾斜を考慮して初めて適切な radiation stress を得られることが分かる。設定した海底傾斜が 1/20 勾配であり、水面近くの σ 面はさらに緩やかな傾斜になっていることから、非常に緩やかでも傾斜の効果を無視できないと言える。

4. σ 座標系を用いた海浜流予測能力

岸沖断面 2 次元を対象に、平均水位の岸沖分布と碎波帯内の平均流鉛直分布について、提案するモデルの予測精度を実験値と比較することで検証する。特に断らない限り、メッシュ幅は、水平方向 1 cm で、鉛直方向では σ 座標系を用いた場合に水深の 1/10、参考のためにデカルト座標系を用いた場合には 1 cm である。また碎波モデルには波高水深比モデルを用い、その比は碎波点が実験と同一地点となるように定めた。

4.1 平均水位分布の検証

平均水位勾配は、radiation stress の鉛直分布との拮抗関係によって岸沖循環流を引き起こすものであり、また本論文では扱わないが沿岸流を引き起こす力の一つにもなる。したがって、平均水位を正確に予測することは海浜流モデルにとって重要である。平均水位の検証条件は、沖側一様水深 $h_{in}=35$ cm、入射波高 $H=10$ cm、周期 $T=1.0$ s で海底勾配 1/20 上のものである。

図-4 に平均水位分布の計算値と実験値の比較結果を示す。横軸が汀線からの無次元距離、縦軸が無次元平均水位である。図中の実線が σ 座標系を用いた計算値、黒丸が実験値である。沖側の平均水位が静水位下にあるのは、有限長さの実験水槽を対象にしたからである。沖から岸に向かって、緩やかな wave setdown、碎波点を通じた後の急な wave setup が計算値と実験値で一致している。

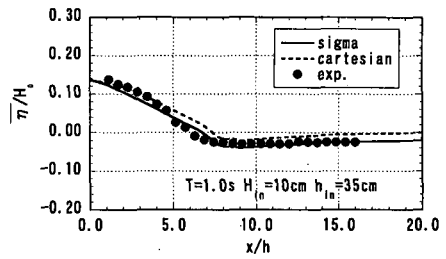


図-4 平均水位の岸沖分布

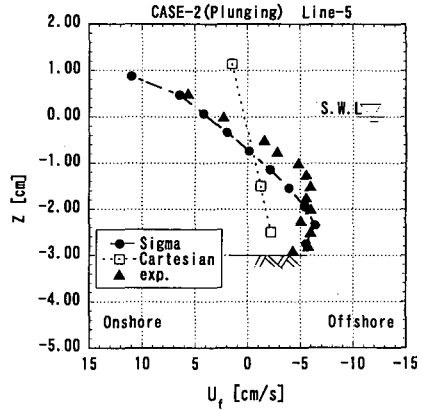


図-5 平均流の鉛直分布 (実験値：岡安ら, 1987)

4.2 碎波帯内の平均流鉛直分布の検証

碎波帯内の平均流鉛直分布の検証には、レーザードップラー流速計で詳細に測定した岡安ら (1987) の実験を比較対象とする。検証条件は、沖側一様水深 $h_{in}=40$ cm、入射波高 $H=5.63$ cm、周期 $T=2.0$ s で海底勾配が 1/20 である。測線は、碎波点 (Line-1) から汀線 (Line-6) まで 6 つある。

結果の一例として図-5 に水深の浅い Line-5 ($h=3$ cm) の平均流鉛直分布の結果を示す。図中の黒丸が σ 座標系を用いて予測した結果で、黒三角が岡安ら (1987) の実験結果である。参考比較のために同条件でデカルト座標系を用いた結果を白四角で示している。 σ 座標系を用いた場合は、水深が浅くても予測精度が良いことがわかる。デカルト座標系を用いた場合には鉛直方向の層数がこの Line-5 で 3 層と不十分であるため、鉛直分布が不明瞭となっている。以上より、 σ 座標系を用いると、デカルト座標系を用いた場合に比べて水深の浅い所での予測精度が相当に向上できるといえる。

4.3 σ 座標系における計算 CPU 時間の短縮

3 次元の計算では、2 次元の計算に比べて計算 CPU 時間が非常にかかるので、実用性を考えてもできるだけ短い計算 CPU 時間で解を求められる方法が望まれる。本モデルは、計算領域内の平均水位と流速を未知数とした連立方程式を解く方法を用いており、未知数の個数が

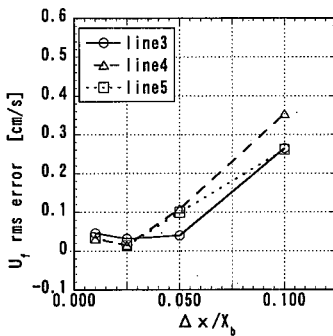


図-6 計算格子幅と予測精度の関係

計算 CPU 時間に大きく影響する。同一の CPU を用いて、座標系による計算 CPU 時間を比較したところ、 σ 座標系を用いるとデカルト座標系の 1/5 ほどの時間で解が得られた。デカルト座標系を用いる欠点は、沖側に向かうほど、平均流の鉛直分布が緩やかになることに相反して鉛直層数が増加し、解くべき未知数も不必要に多くなり、計算 CPU 時間がかかる点にある。また、 σ 座標系を用いることが計算 CPU 時間の短縮に繋がる理由に、底面境界の扱いが容易になることもあげられる。

4.4 水平格子幅と予測精度

水平格子幅を広く取るほど、求めるべき未知数を少なくできるので計算 CPU 時間は短縮できるが、差分法をはじめとする離散化法を用いる限り計算精度が低下する。本 σ 座標系によるモデルを用いた場合における、水平格子幅と予測精度の関係について調べた。計算条件は水平格子幅以外は 4.2 で用いたものと同一である。水平格子幅は 5 種類、1.0, 2.0, 5.0, 10.0, 20.0 cm で検討した。予測精度低下の評価方法として、格子幅 1 cm とした場合の予測値を基準に、格子幅を広げることによる誤差 (R.M.S) を用いた。

水平格子幅に対する誤差の結果を図-6 に示す。横軸が格子幅を碎波帯距離 (碎波点から汀線までの距離) で無次元化したものである。縦軸は各測点の誤差を鉛直測線ごとに平均したものを表す。水平格子幅が碎波帯距離の 5% 以内ならば、流速誤差は 0.1 cm/s 程度であることがわかる。図-5 からわかるように流速の絶対値が数 cm/s であることから、十分な精度であると言える。水平格子幅が碎波帯距離の 10% になると大きな誤差になる。以上より、水平格子幅を検討する場合には碎波帯距離を 20 分割した距離を基準にして、流れの分布状況によって適宜調整する方法が良いと考えられる。

5. 海浜流モデルの予測精度比較

これまでに海浜流の鉛直分布を予測する手法として、Svendsen (1984) や岡安ら (1987) の碎波による大規模

渦の質量輸送を基にした undertow モデルタイプ、Pechon・Teisson (1994) や黒岩ら (1999) の大規模渦の運動量を駆動力にしたタイプ、本モデルでも採用している radiation stress の鉛直分布を駆動力としたタイプがある。これらのモデルを用いた平均流の予測精度を比較検討する。また、radiation stress の鉛直分布の算定方法を簡易にした場合の精度比較も合わせて行なう。

5.1 各モデルの計算方法

計算条件は 4.2 で用いたものと同一である。各タイプのモデルの計算方法の概略を以下に記す。

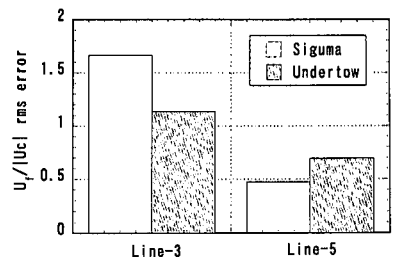
1) undertow モデル：このモデルは複数の研究者が精度向上に努め、現在では複数の計算方法があるが、開発の初期段階である岡安ら (1987) の方法を用いた。計算には断面平均定常流速が必要であり、ここでは岡安ら (1987 の図-5) の予測結果を判読して用いた。

2) Surface roller 運動量モデル：Pechon・Teisson (1994) の方法と同様に、Surface roller の運動量の水平勾配 t を式 (6) を用いて算定し、水深方向に一様分布とした radiation stress と合わせたものを駆動力として、本 σ 座標系モデルに導入した。

$$t = -\frac{1.8}{HT} \frac{\partial CH}{\partial x} \quad (6)$$

ここに、 C ：波速、 H ：波高、 T ：周期、 x ：波進行方向座標軸である。

3) radiation stress 簡易算定：radiation stress の鉛直分布を厳密に求めることは、かなりの労力を要するので、実用上の障害となる。一方、radiation stress 鉛直分布の水平勾配は図-2 からわかるように、相対的に波の谷以下では鉛直方向にほぼ一様な単純分布と捉えることができる。式 (4) の右辺第 2 項中の静水圧成分 ($gD_w\sigma_w$) は、波の峰から谷までの間で値が存在し、radiation stress 鉛直分布形状を決める最大の成分である。そこで、この静水圧成分以外は水底から水面まで積分した後に水深平均化して、静水圧項は別途計算して表層に加える方法で radiation stress の鉛直分布を求めた。水底から水面までを積分した場合には、式 (4) と式 (5) を比べてわかるように計算が非常に容易になる。

図-7 undertow モデルと σ 座標系モデルの比較

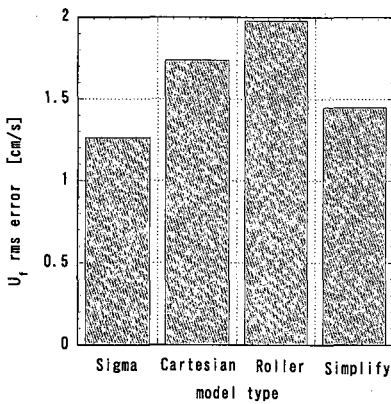


図-8 海浜流モデルの予測精度比較

5.2 各モデルの比較結果

undertow モデルと radiation stress 鉛直分布を基にした本σ座標系モデルの予測精度を比較した結果を図-7に示す。縦軸には断面平均流速で無次元化した平均流の予測値と実験値との誤差(R.M.S)を表している。図からundertow モデルと本σ座標系を用いたモデルの予測精度に差があまり無いと言える。ただし、ここで対象とした波のケースは、岡安ら(1987)が行なった undertow モデルの精度検討の中では、予測精度が良くないケースであったことを付け加えておく。

Radiation stress を基にしたσ座標系モデル (Sigma) とデカルト座標系モデル (Cartesian), Surface roller モデル (Roller) と、簡易な radiation stress 鉛直分布の算定方法を用いたσ座標系モデル (Simplify) による予測精度を、先ほどと同じ手法で誤差評価し、さらに各 Line の誤差を平均した結果を図-8に示す。

誤差の小さい順は、σ座標系モデル, radiation stress を簡易算定したモデル, デカルト座標系モデル, Surface roller モデルとなっている。これらの結果から次のことが言える。既に信岡ら(1997)が述べたように、砕波後の surface roller の運動量変化も radiation stress の空間変化に含まれるので、海浜流の駆動力には radiation stress の鉛直分布で十分であることを改めて示唆する結果である。砕波帯内で予測精度が向上するσ座標系を用いるのが良い。Radiation stress の簡易算定を用いても予測精度の低下は小さいので、期待する解の精度がさほど高く無い場合に適した算定手法といえる。

6. 結 論

σ座標系による海浜流方程式を誘導して、駆動力の radiation stress の算定方法を含めた数値解法を開発して次のことを明らかにした。

1) radiation stress の鉛直分布にはσ面が相当に緩やかでも傾斜している効果が大きく影響し、その影響を

含めて算定することで、はじめて正しい値を得られる。

2) σ座標を用いた海浜流モデルで、砕波帯内外の平均水位分布と平均流鉛直分布を精度よく予測できる。デカルト座標系を用いた場合に比べて水深が浅い所の予測精度が大幅に向上する。計算時間についても、σ座標系モデルを用いると大幅に短縮される。

3) 水平格子幅を汀線から砕波点までの距離の5%以内に取れば、十分な平均流鉛直分布の予測精度を保てる。

4) 海浜流の駆動力として大規模渦の運動量を用いた場合に比べて、radiation stress の鉛直分布を用いた方が、平均水位と平均流鉛直分布の予測精度は相当に良い。簡易的な radiation stress 鉛直分布の算定方法を用いても予測精度の低下は小さく、実用上問題がない。

5) 以上より、本研究で開発したσ座標を用いた海浜流モデルは、予測精度が高く実用的であり、海浜変形や水質分布の予測のために有効なツールと成りえることを示した。

今回は岸沖断面2次元で限られた波の場を対象に、開発したモデルの検証を行なった。今後は、さらに一般性を示すために、多くの波の場や条件を対象に検討を進める予定である。

謝辞：本モデルの検証のために用いた実験データの一部は、東京水産大学助教授の岡安章夫先生より御提供を頂いた。σ座標系について、東京大学大学院新領域創成科学専攻助教授の佐々木淳先生、日本原子力研究所の小林卓也氏より御教授を頂いた。ここに感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 岡安章夫・柴山知也・堀川清司 (1987): 砕波帯内定常流速場の鉛直分布に関する研究, 第34回, 海岸工学講演会論文集, pp. 31-35.
- 黒岩正光・野田英明・加藤憲一・谷口 丞・孫 彰培 (1999): 準3次元海浜流モデルを用いた構造物周辺の、次元海浜変形予測, 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 616-620.
- 佐々木淳・磯部雅彦・渡辺 晃・五明美智男 (1996): 東京湾における青潮の発生規模に関する考察, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 1111-1115.
- 信岡尚道・加藤 始・三村信男 (1997): 多層3次元海浜流モデル: 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 156-160.
- 信岡尚道・加藤 始・三村信男 (2000): 緩傾斜海底面上の海浜流予測モデルの高精度化 - radiation stress の鉛直分布の再検討, 海岸工学論文集, 第47巻, pp. 86-90.
- Biesel, F. (1952): Study of Wave Propagation in Water of Gradually Varying Depth, Gravity Waves, pp. 243-253.
- Longuet-Higgins, M. S. and R. W. Stewart (1964): Radiation stresses in water waves; a physical discussion, with applications, Deep-Sea Research, Vol. 11, pp. 529-562.
- Pechon, P. and C. Teisson (1994): Numerical modeling of three-dimensional wave-driven currents in the surf-zone, Proc. 24th ICCE, pp. 2503-2512.
- Svendsen, I. A. (1984): Mass Flux and Undertow in a Surf Zone, Coastal Engineering, 8, pp. 347-365.