

非線形緩勾配方程式による斜面上碎波の遡上高解析

富樫 宏由*・吉田 潤**・平山 康志***

沖浜領域から波打ち帯までの範囲の一樣傾斜面上の波変形を精度良く解析することを目的として, 非線形緩勾配方程式により, 碎波減衰項に拡散型モデルを, 遡上境界に汀線移動モデルを用いた解析を行った。その結果, 1) 碎波帯における解析では, 碎波減衰項に拡散型モデルを小さく割引いて計算した結果, 波高分布・平均水位共に比較的良く実験値に近似した値が得られ, wave set-up と遡上高も比較的精度良く表現出来ることを検証した。2) 碎波する波の遡上高解析では, 碎波減衰項の拡散型モデルを縮小した改良型モデルにより, 実験値に近似する遡上高数値解を求めることができ, 数値解が実験直線に近似して行く一定の傾向も得ることができた。

1. 序 論

沿岸域で発生する海浜流, 漂砂等の予測を行うためには, 沿岸に近い海域である碎波帯から波打ち帯における波の変形・流速変動を正確に予測することが重要である。

有川・磯部 (2000) は, 強非線形・強分散性方程式である非線形緩勾配方程式 (磯部, 1994) を用いて, 碎波現象に拡散型モデルを適用し, 遡上現象には波先端水粒子の移動を汀線移動と想定して, 碎波・遡上計算モデルの開発を行ってきた。その結果, 斜面上非碎波条件の波についてはある程度解析の妥当性が得られてはいるけれども, 海岸構造物等の天端高の決定に不可欠な斜面上碎波条件の実用的な波遡上高の検討までは行っていない。

そこで本研究では, 有川・磯部 (2000) と同じ非線形緩勾配方程式を用いて, 種々の波条件を使って斜面上で碎波する波の遡上高を出来るだけ正確に求めることを主眼として, 沖浜領域から遡上域を含めた波打ち帯までの範囲の一樣傾斜面上で, 浅水変形すると共に碎波減衰して陸上遡上する一連の波変形現象について, 碎波減衰項と遡上境界モデルによる解析を行うことを目的とする。

2. 基礎方程式

2.1 非線形緩勾配方程式

本研究で用いる波動方程式は磯部 (1994) によって提案された非線形緩勾配方程式である。先ず, 未知関数である速度ポテンシャル ϕ を, 式 (1) のように既知の鉛直分布関数 Z_α 及びその重み未知係数 f_α を用いて級数で表わし, これに波動場における境界条件から入って来るもう一つの未知関数である水面変動 η を加えて汎関数を定義すると, 変分原理を用いて以下の式 (2), (3) のように定式化される。

$$\left. \begin{aligned} \phi(x, z, t) &= \sum_{\alpha=1}^N Z_\alpha(z; h(x)) f_\alpha(x, t) \equiv Z_\alpha f_\alpha \\ Z_\alpha(z; h(x)) &= \left(1 + \frac{z}{h}\right)^{2(\alpha-1)}, \quad (\alpha=1, 2, \dots, N) \end{aligned} \right\} \dots (1)$$

ここで, 下付き添え字に関しては総和規約を適用し, x は水平座標, z は静水面に対する鉛直座標, h は静水深とする。そして緩勾配を仮定することにより非線形緩勾配方程式 (2), (3) が導かれる。

$$\begin{aligned} Z_\alpha^\eta \frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla (A_{\alpha\beta} \nabla f_\beta) - B_{\alpha\beta} f_\beta + (C_{\beta\alpha} - C_{\alpha\beta}) \nabla f_\beta \nabla h \\ + \frac{\partial Z_\alpha^\eta}{\partial h} Z_\beta^\eta f_\alpha \nabla \eta \nabla h = 0 \dots \dots \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} g\eta + Z_\beta^\eta \frac{\partial f_\beta}{\partial t} + \frac{1}{2} Z_\alpha^\eta Z_\beta^\eta \nabla f_\alpha \nabla f_\beta + \frac{1}{2} \frac{\partial Z_\alpha^\eta}{\partial z} \frac{\partial Z_\beta^\eta}{\partial z} f_\alpha f_\beta \\ + \frac{\partial Z_\alpha^\eta}{\partial h} Z_\beta^\eta f_\alpha \nabla f_\beta \nabla h + (M_\alpha) = 0 \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

式 (2) 及び式 (3) は, 鉛直分布関数 Z_α を与えた場合に, 重み未知係数 f_α 及び水面変動 η を未知関数とする連立偏微分方程式となっている。いま, N 成分の鉛直分布関数の重ね合わせを考えると, 未知関数は f_α と η の $N+1$ 個であり, 方程式の数は連続方程式に相当する式 (2) から N 個とエネルギー方程式に相当する式 (3) から 1 個の合計で $N+1$ 個となって一致するため, 適当な境界条件の下で解く事が出来る。

2.2 碎波減衰項

碎波減衰項は Dibajnia・渡辺 (1987) による碎波減衰係数 f_d を用いた変数の 2 回微分による拡散型モデル M_d の式 (4) を用い, 碎波帯内では式 (3) に付加して計算する。

$$M_d = -\frac{g\bar{D}}{\omega^2} f_d \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \dots \dots \dots (4)$$

ここで,

$$\begin{aligned} f_d &= \alpha_d \tan \theta \sqrt{\frac{g}{D}} \sqrt{\frac{\bar{u} - u_r}{u_s - u_r}}, \\ u_s &= 0.4(0.57 + 5.3 \tan \theta) \sqrt{gh}, \quad u_r = 0.4 \left(\frac{\alpha}{h}\right)_b \sqrt{gh} \end{aligned}$$

* フェロー 工 博 長崎大学名誉教授
** 修(工) 国土交通省九州地方整備局苅田港湾工事事務所
*** 長崎大学工学部社会開発工学科

g は重力加速度, $\bar{D}$ は平均水位, ω は角周波数, a_d は碎波点を挟む1波長間で0~2.5に線形的に増加する係数, $\bar{u}$ は流速振幅, u_s, u_r は一様勾配上減衰域と一様水深再生域での流速振幅で与えられる.

3. 数値計算法

入射境界条件は適用範囲の広いDeanの流れ関数法(1965)で入射させ, 断面における計算は, 有川・磯部(2000)のように, 差分手法にCrank-Nicholson法を用い, Newton法により行っている. 計算格子間隔 Δx と時間ステップ Δt はそれぞれ入射波の波長と周期の1/100とした.

3.1 碎波判定

碎波点の決定方法は, 流速・波速比を用いて変動的に碎波点を求める方法もあるが, 本研究では数値計算の安定性を図るため, 合田の碎波指標より得られた碎波水深を元に碎波点を決定して固定させている. この合田の碎波指標より得られた碎波点と前述の流速・波速比より得られた碎波点は, ほぼ一致することが分かっている.

3.2 遡上境界

図-1(a)に示すように, n 時に直前の格子端より dx_s^n

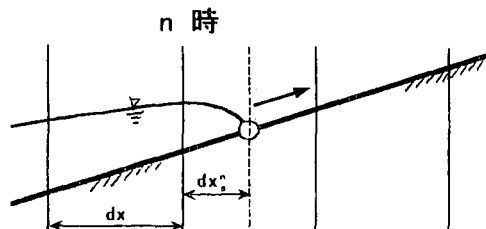


図-1(a) n 時の遡上境界モデルの概念図

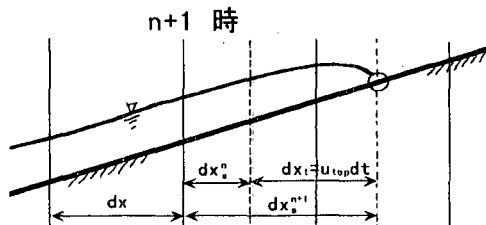


図-1(b) $n+1$ 時の遡上境界モデルの概念図

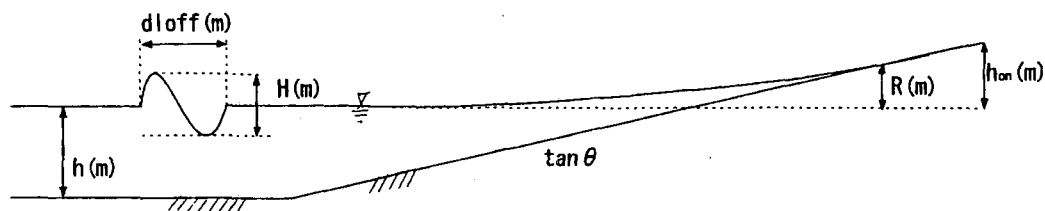


図-2 解析領域

の距離にあった波先端の水粒子が, dt 時間に移動する距離 dx_t は, n 時の波先端の水粒子速度 $u|_{\text{top}}^n = (\partial\phi/\partial x)|_{\text{top}}^n$ (既知数) によって $dx_t = u|_{\text{top}}^n dt$ と定義出来るので, 図-1(b)に示すように, $n+1$ 時の波先端の水粒子は直前の格子端より $dx_s^{n+1} = dx_s^n + dx_t$ だけ移動したことになる.

この汀線移動モデルは波先端の水粒子速度を汀線移動速度と考え, 最後の格子の大きさ dx_s^{n+1} に伸縮性を持たせることによって, より滑らかな汀線移動の表現を可能にする. 即ち, 図-1に示すように, $dx_s^{n+1} < 0.5dx$ の時には格子数をつつ減らして流下と考え, $dx_s^{n+1} > 1.5dx$ の時には, 格子数をつつ増やして遡上と考える. また, $0.5dx \leq dx_s^{n+1} \leq 1.5dx$ の時には格子数が変化しない(有川・磯部, 2000).

4. 解析結果

沖浜領域から外浜帯そして波打ち帯まで考慮した一様傾斜海底地形上における波変形の数値解析を行った. 図-2に解析領域を示す.

4.1 入射波の制御

入射波は一定の時間(遷移時間)フィルターをかけることによって, 零から既定入力波高まで次第に上げていく方法を用いるが, 基本的には遷移時間は1周期とし, フィルターにはsin関数を用いてきた. しかし, 図-3に示すように, この方法では第1波目(遷移波)の影響で遡上高が異常に大きく現れ, その後波打ち帯における波の吸収・合併現象が起こっていた. ここでは, Nwogu(1996)の波条件を用いて入射波の検討を行った. 具体的な波の諸元は, 周期 $T=2.0$ (s), 斜面法先水深 $h=0.56$ (m), 波高 $H=0.09$ (m), 海底勾配 $\tan\theta=0.04$ (1/25) である. 図-4と図-5は遷移時間を10周期($\text{inp}=10$)とした場合における入力地点と汀線の時系列波形である. この場合は入射波が滑らかに与えられていることが分かり, 1波目の影響もかなり小さく抑えることが出来て, その後の影響も小さくなっていることから, 以後の解析では遷移時間を10周期とる方法を用いることにした.

4.2 碎波帯における解析結果と実験値の比較検討

先ず, 碎波帯の波高分布と平均水位については, Bowen(1968)の実験値と比較検討した. 具体的な波の

諸元は、周期 $T=1.14$ (s), 斜面法先水深 $h=0.75$ (m), 波高 $H=0.0645$ (m), 海底勾配 $\tan \theta=0.082$ である。この場合、碎波減衰項に拡散型モデルを用いると、減衰効果が過大となって平均水位の wave set-up が殆ど生じないため、結果的には波の遡上高が非常に小さくなるので、拡散型モデルの碎波減衰項を小さく抑えるように計算した。ここで、遡上高計算値の比較を行うために、式(5)に示す Hunt の実験式 (1959) と図は省略するが Saville の遡上高算定図 (1958) を用いた。

$$\left. \begin{aligned} \frac{R}{H} &= 0.405 S / (H/gT^2)^{1/2}, \quad H/gT^2 \geq 0.031 S^2 \\ &= 2.54 (H/h)^{-1/2} (\sigma_*/S)^{-1}, \quad (H/h)(\sigma_*/S)^2 \geq 1.224, \\ \sigma_* &= 2\pi/T(g/h)^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

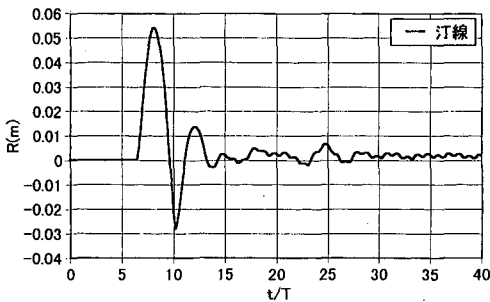


図-3 汀線の時系列波形 (inp=1)

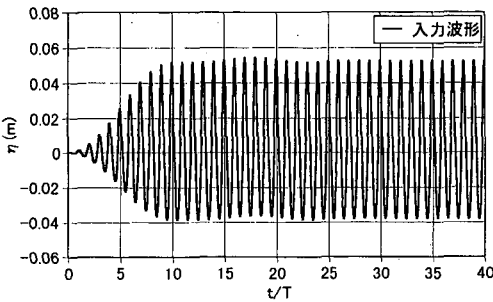


図-4 入力地点の時系列波形 (inp=10)

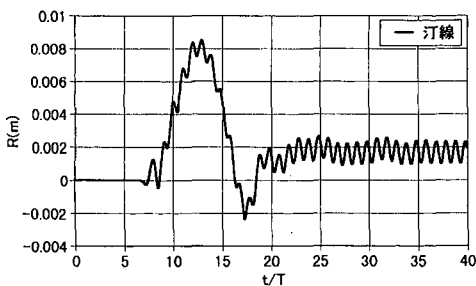


図-5 汀線の時系列波形 (inp=10)

ここで、 σ_* は無次元角周波数である。

図-6, 7 に波高分布 (波峰・波谷) と平均水位の実験値との比較を示す。この場合の碎波減衰項の大きさは拡散型モデルの 2 割 (0.2) に割り引いてある。波高分布を見ると、浅水変形によって碎波点付近まで波高が上昇し、碎波後に波高が減少して、実験値とも比較的良く一致している。また平均水位については、全体的に実験値と多少のずれが見られるが、碎波後の wave set-up が実験値と共に明確に表現出来ている。

図-8 は、この場合における汀線の時系列波形である。Bowen の波条件による遡上高については、Hunt の実験式による値 $R=0.02967$ (m) 及び Saville の算定図による値 $R=0.03096$ (m) は、本研究による最大遡上高の数値解 $R=0.026$ (m) と比較的近似した値が得られている。しかし、波高分布、平均水位及び汀線の変動等の解析結果には、数 mm 程度の不安定な振動が見られる。この解決策としては、波が全体的に安定するまで計算時間を少し長くすることが考えられる。以上のことから、碎波減衰項の減衰効果を減少させる方法は波条件によっては有効であり、どの程度の割合で割り引くかということもまた波条件によって変わってくるようである。

4.3 碎波する波の遡上高解析

Togashi・Führbötter (1981) は長波性の波から短周期波までの一様傾斜海岸上遡上高の理論式と実験式との関係を明らかにするために、水理実験を基に相対波高

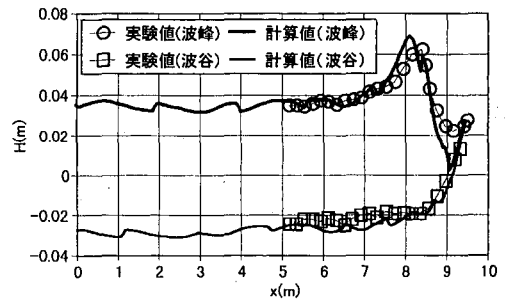


図-6 波高分布の実験値との比較 (Bowen)

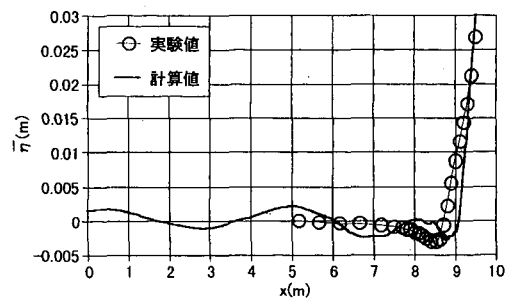


図-7 平均水位の実験値との比較 (Bowen)

(H/h) で波条件を幾つかに分けて遡上高関係図を求めている。本研究ではこの結果に基づき、 $H/h=0.1$ と $H/h=0.4$ の場合で、Hunt の式 (5) の適用限界に近い長波性の波から短周期波までの幅の中で、適当な間隔で区切った波条件を計 12 個作り、遡上高に注目して碎波減衰項と遡上高の関係を検討した。図-9 と図-10 は、計 12 個の波条件中の 1 つである No. 1 の場合における汀線の時系列波形と汀線付近の最大遡上時と最大流下時の空間波形である。具体的な波の諸元は周期 $T=2.0$ (s)、斜面法先水深 $h=0.56$ (m)、波高 $H=0.056$ (m)、海底勾配 $\tan \theta=0.05$ (1/20) である。この場合の碎波減衰項の大きさは、図-7, 8 の場合と同様に拡散型モデルの 2 割 (0.2) に割引いたものを用いている。Hunt の式と Saville の算定図より得られた遡上高はそれぞれ 0.02956 (m) と

0.028 (m) であるが、図-11, 12 に示す本研究による最大遡上高の数値解は $R=0.025$ (m) であり、比較的近似した波の遡上高が得られ、スムーズな汀線移動が行われていることも分かる。

図-11 は $H/h=0.1$ の波条件 (No. 1~No. 6)、図-12 は $H/h=0.4$ の波条件 (No. 7~No. 12) による場合について、Togashi・Führbötter によって得られた遡上高関係図に本研究で得られた解析結果をプロットしたものである。この 2 つの図で、○印の拡散型モデルと●印の縮小改良型モデル [() 内の数字は縮小率] による計算結果を比較すると、全体的に拡散型モデルによる計算値は Hunt の実験直線よりも小さく、改良型モデルによる計算結果は Hunt の実験直線に近似している。また、No. 1 → No. 6, No. 7 → No. 12 となるにつれて、拡散型モデルの大きさの割合を次第に大きくすることにより、より適

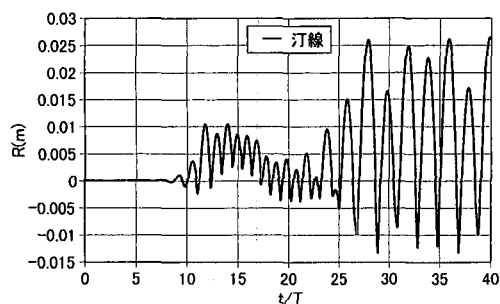


図-8 汀線の時系列波形 (Bowen)

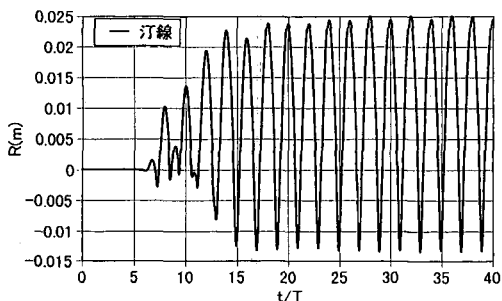


図-9 汀線の時系列波形 (No. 1)

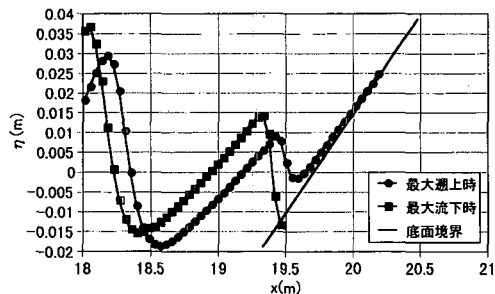


図-10 汀線付近における空間波形 (No. 1)

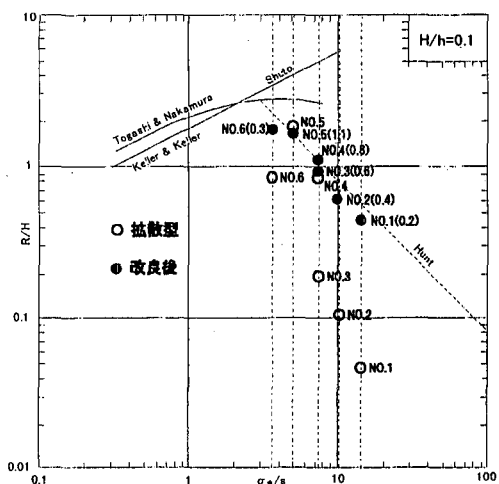


図-11 $H/h=0.1$ の場合における最大遡上高解析

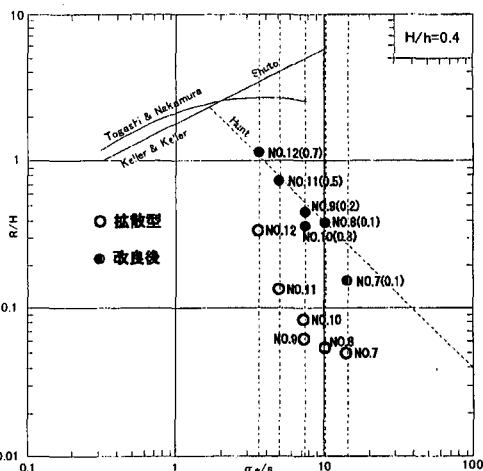


図-12 $H/h=0.4$ の場合における最大遡上高解析

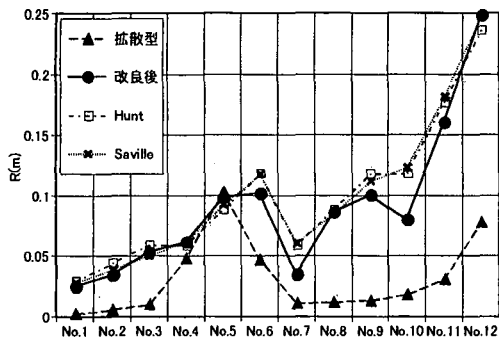


図-13 HuntとSaville及び著者等による遡上高の比較

切な遡上高が求まってくる一定の傾向が見られるようである。

図-13は、No. 1からNo. 12までの波条件で、Huntの実験値とSavilleの遡上高算定図による計算値及び本研究による解析値について各遡上高の比較を行っている。本来の拡散型モデルそのままの砕波減衰項を用いた場合は、HuntやSavilleによる値よりも全体的に下回っているが、本研究で用いた砕波減衰項を割引いた縮小改良型モデルによる遡上高は、HuntやSavilleによる値に近似した結果が得られている。

5. 結 論

本研究では、非線形緩勾配方程式を用いて斜面上で砕波する波の遡上高を出来るだけ正確に求めることを主旨として、砕波減衰項に拡散型モデルを、遡上境界に波先端の水粒子速度による汀線移動モデルを組み込み、沖浜領域から波打ち帯までの範囲の一樣傾斜面上の波変形について数値解析を行った。

1) 入射波の遷移時間を10周期とした解析では、1波目(遷移波)の遡上高への影響をかなり抑制し、以後の

影響も小さくすることが出来た。

2) 砕波帯における解析では、砕波減衰項に拡散型モデルを小さく割引いて計算した結果、波高分布・平均水位共に比較的良く実験値に近似した値が得られ、wave set-upと遡上高も旨く表現出来ることを検証した。

3) 砕波する波の遡上高解析では、砕波減衰項の拡散型モデルを縮小した改良型モデルにより、実験直線に近似する遡上高数値解を求めることが出来て、数値解が実験直線に近似して行く一定の傾向も得ることが出来た。

参 考 文 献

- 有川太郎・磯部雅彦(2000): 非線形緩勾配方程式を用いた砕波・遡上計算モデルの開発, 海岸工学論文集, 第47巻(1), pp. 186-190.
- 磯部雅彦(1994): 非線形緩勾配方程式の提案, 海岸工学論文集, 第41巻(1), pp. 1-5.
- 合田良実(1970): 砕波指標について, 土木学会論文報告集, No. 180, pp. 39-49.
- Dibajnia, M.・渡辺 晃(1987): 波浪場と海浜横断地形変化の数値計算モデル, 第34回海岸工学講演会論文集, pp. 291-296.
- Bowen, A. J., D. L. Inman and V. P. Simmons (1968): Wave 'set-down' and set-up, J. Geophys. Res., Vol. 73, No. 8, pp. 2569-2577.
- Dean, R. G. (1965): Stream function representation of non-linear ocean waves, J. Geophys. Res., Vol. 70, pp. 4561-4572.
- Hunt, I. A. Jr. (1959): Design of seawalls and breakwaters, J. Waterways and Harbors Div., Vol. 85, No. ww3, ASCE, pp. 123-152.
- Nwogu, O. G. (1996): Numerical prediction of breaking waves and currents with Boussinesq model, Proc. 25th Coastal Engineering Conference, ASCE, pp. 4807-4820.
- Saville, T. Jr. (1958): Wave run-up on composite slopes, Proc. 6th Conference on Coastal Eng., Council on Wave Research, pp. 691-699.
- Togashi, H. and A. Führeböter (1981): A study on relationships between run-up height of long-period waves and that of short-period waves on uniform sloping beaches, Reports of the Faculty of Eng., Nagasaki Univ., No. 17, pp. 87-92.