

3 次元固気液多相流数値モデルの構築とその検証

川崎 浩司*・中辻 啓二**

本研究では, 3 次元多相場を対象に, 気液界面の複雑な挙動, さらに固相の動的応答も高精度に解析できる圧縮性・非圧縮性流体統合解析モデルとして, 3 次元固気液多相流数値モデル DOLPHIN-3D を, CIP 法と拡張 SMAC 法に基づいて提案・構築した。DOLPHIN-3D の妥当性を検証するために, 水柱崩壊問題, 静水面への単一水滴および剛体の自由落下問題, 水柱崩壊後の流出水と物体の衝突問題といった 3 次元水理現象に適用した。その結果, DOLPHIN-3D は固相を含む多相流場の相互干渉を高精度に解析できることが確認され, DOLPHIN-3D の有用性が検証された。

1. 緒 言

沿岸域でみられる様々な物理現象は, 液相, 気相, さらに固相といった異なる物性が混在する多相場に支配されている。その一例として, 気泡同士や連行気泡—自由水面の相互干渉を伴う砕波現象, 気象擾乱による密度成層水域の内部応答(底水塊の湧昇, 成層破壊など), 波・流れによる海域構造物の動的応答が挙げられる。

近年, コンピューターの性能向上と高精度数値スキームの提案により, 上記に示すような諸現象を数値解析で解明しようとする試みが行われている。その研究例として, 2 次元多相流数値モデルを用いて交換密度流や物体と水の衝突現象を解析した川崎ら(2001), 固液二相流型 MPS 法による波と底泥の相互干渉の数値シミュレーションを行った後藤ら(2001), DEM-VOF 法による 3 次元固液混相流動場を数値計算した重松ら(2001), 砕波を伴う風波乱流場の 3 次元数値解析を行った陸田(2001)などが挙げられる。しかしながら, 異相間の相互干渉の取り扱い, 数値モデルの精度など検討すべき課題が依然として多く残されているのが現状である。

本研究では, 3 次元多相場を対象に, 気液界面の複雑な挙動, さらに固相の動的応答も高精度に解析できる圧縮性・非圧縮性流体統合解析モデルとして, 3 次元固気液多相流数値モデル DOLPHIN-3D (Dynamic numerical model Of muLti-Phase flow with Hydrodynamic Interactions-3 Dimension version) を, 高精度移流計算スキーム CIP 法と本研究で提案する拡張 SMAC 法に基づいて開発・構築する。そして, 異相間の相互干渉を伴う様々な 3 次元水理現象(水柱崩壊問題, 静水面への単一水滴・剛体の自由落下問題, 水柱崩壊後の流出水と物体の衝突問題)に適用することにより, 多相流数値モデル DOLPHIN-3D の妥当性・有用性を検証する。

2. 3 次元固気液多相流数値モデル DOLPHIN-3D

2.1 基礎方程式

基礎方程式は, 下式に示すとおり, 圧縮性流体に対する質量保存式, Navier-Stokes 運動方程式, 圧力方程式, 異相間の割合を示す密度関数の保存式, バロトロピー流体に対する状態方程式である。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = \mathbf{f} - \frac{\nabla p}{\rho} + \frac{\mu}{\rho} \nabla^2 \mathbf{u} + \frac{1}{3} \frac{\mu}{\rho} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p = -\rho C_s^2 \nabla \cdot \mathbf{u} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + \nabla \cdot (\phi_I \mathbf{u}) = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\rho = f(p) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここで, ρ は流体密度, $\mathbf{u}$ は流速ベクトル (u, v, w), $\mathbf{f}$ は重力, CSF (Continuum Surface Force) モデル (Brackbill et al., 1992) で算定される気液界面の表面張力, Smagorinsky モデルに基づく LES (Large Eddy Simulation) の SGS (SubGrid Scale) 応力を含む外力ベクトル (f_x, f_y, f_z), p は圧力, μ は粘性係数, C_s は局所音速, t は時間, $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y, \partial/\partial z)$ を表す。 ϕ_I は I 相 ($I = 1 \sim 3$; ϕ_1 : 固相, ϕ_2 : 液相, ϕ_3 : 気相) の密度関数で, $\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 = 1$ ($0 \leq \phi_I \leq 1$) の関係を満たす。

局所音速 C_s の算定方法に関しては, バロトロピー流体の状態方程式 (日本原子力学会・熱流動部会編, 1993) を用いて各相の音速を求め, 密度関数により格子ごとの C_s を計算した。また, 粘性係数に対しても, 密度関数を利用して格子ごとに値を算定した。

2.2 計算アルゴリズム

川崎ら(2001)が 2 次元を対象に構築した固気液多相共存場の統合数値解法 (DOLPHIN-2D と呼称する) と同様, 本 3 次元計算においても, 基礎方程式 (1)~(4)

* 正会員 博(工) 大阪大学助手 大学院工学研究科土木工学専攻
** 正会員 工 博 大阪大学教授 大学院工学研究科土木工学専攻

を時間分離解法により移流段階と非移流段階に分割し、
移流段階→非移流段階の順序で解析を行う。

【移流段階】

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \rho = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla p = 0 \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$\frac{\partial \phi_I}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \phi_I = 0 \quad \dots\dots\dots (9)$$

【非移流段階】

$$\frac{\rho^{n+1} - \rho^*}{\Delta t} = -\rho^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} \nabla p^{n+1} + \mathbf{F}^* \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{p^{n+1} - p^*}{\Delta t} = -\rho^* C_s^2 \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$\frac{\phi_I^{n+1} - \phi_I^*}{\Delta t} = -\phi_I^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 Δt は時間ステップ間隔で、上付き ' $n+1$ ' は時刻 $(n+1)\Delta t$ 、上付き ' $*$ ' は移流段階の計算後を意味する。また、 $\mathbf{F}$ は式 (2) の右辺すべての項を含む外力ベクトル (F_x, F_y, F_z) である。

図-1 に、DOLPHIN-3D の計算フローチャートを示す。まず、初期条件と境界条件を設定した後、Yabe and Aoki (1991) が開発した CIP (Cubic Interpolated Propagation) 法により移流段階を計算する。非移流段階では、Yabe and Wang (1991) が提案した C-CUP 法と異なり、後述するように、非圧縮性流体解析 SMAC (Simplified Marker And Cell) 法の利点をいかにしながら圧縮性流体まで拡張した手法により解析を行う。そして、境界条件を再設定するとともに、CIP 法で必要となる各物理量の空間勾配を求める。

上述した計算を繰り返すことにより、多相流動場の時系列解析を行うことができる。

2.3 非移流段階での数値解法：拡張 SMAC 法

移流段階で得られた物理量を使って、SMAC 法と同様、流速場の予測値 $\tilde{\mathbf{u}}$ を算定する。

$$\frac{\tilde{\mathbf{u}} - \mathbf{u}^*}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} \nabla p^* + \mathbf{F}^* \quad \dots\dots\dots (14)$$

式 (11) から式 (14) を差し引くことにより、次式を得る。

$$\frac{\mathbf{u}^{n+1} - \tilde{\mathbf{u}}}{\Delta t} = -\frac{1}{\rho^*} \nabla (p^{n+1} - p^*) \quad \dots\dots\dots (15)$$

式 (15) の発散をとった後、式 (12) を用いて $\nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1}$ を消去すると、次に示す圧力補正值 $\delta p (= p^{n+1} - p^*)$ に関

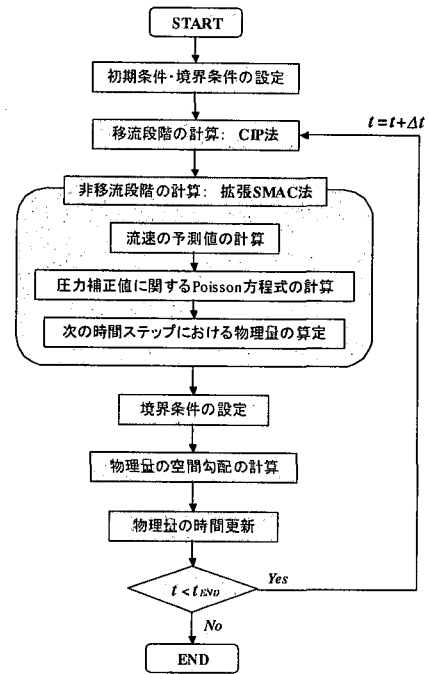


図-1 計算フローチャート

する Poisson 方程式を導出することができる。

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho^*} \nabla p \right) = \frac{1}{\rho^* C_s^2 \Delta t^2} \delta p + \frac{1}{\Delta t} \nabla \cdot \tilde{\mathbf{u}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

したがって、式 (16) からわかるように、局所音速を利用することにより、圧縮性・非圧縮性流体場を区別することなく取り扱うことができる。なお、連立一次方程式 (16) の解法として、ILUCGS 法 (不完全 LU 分解付自乗共役勾配法) を使用した (藤野・張, 1996)。

ついで、式 (16) から得られた圧力補正值 δp を用いて、次の時間ステップでの各物理量を下式より算定する。

$$\mathbf{u}^{n+1} = \tilde{\mathbf{u}} - \frac{\Delta t}{\rho^*} \nabla \delta p \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$p^{n+1} = p^* + \delta p \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\rho^{n+1} = \rho^* - \rho^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \Delta t \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$\phi_I^{n+1} = \phi_I^* - \phi_I^* \nabla \cdot \mathbf{u}^{n+1} \Delta t \quad \dots\dots\dots (20)$$

2.4 剛体の運動解析

Xiao et al. (1997) と同様、固相群は剛体であるという仮定の下で、次に述べる計算アルゴリズムにより、固相領域の運動解析を行う。まず、固相を高粘性流体と考え、全相に対して上述した流動解析を行う。しかし、この時点では剛体を構成する固相間の相対的位置にずれが生じている。そこで、剛体の力学に基づき、物体重心に対する運動方程式と角運動量方程式を用いて重心位置での移動速度と角速度を求める。そして、各運動量が保持されるように固相に対してのみ相対的位置を修正する。

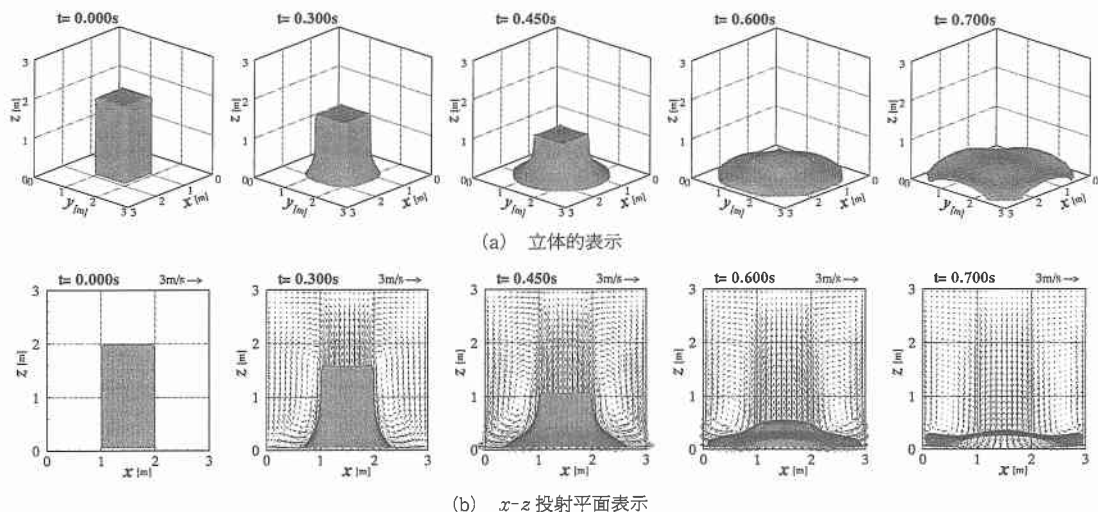


図-2 3次元水柱崩壊の計算結果

3. 気液二相場への DOLPHIN-3D の適用

3.1 水柱崩壊問題

計算領域中央に配置された水柱の崩壊現象を数値解析することにより、DOLPHIN-3Dの有用性・妥当性を検討する。計算領域は $3.0\text{ m} \times 3.0\text{ m} \times 3.0\text{ m}$ であり、 x, y, z 方向のメッシュサイズを $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.1\text{ m}$ とした。また、時間ステップ間隔 Δt を 0.0001 s 、水の密度 ρ_w 、粘性係数 μ_w を 1000.0 kg/m^3 、 $1.0 \times 10^{-3}\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、空気の密度 ρ_a 、粘性係数 μ_a を 1.25 kg/m^3 、 $1.8 \times 10^{-5}\text{ Pa}\cdot\text{s}$ 、重力加速度 g を 9.80665 m/s^2 、表面張力係数 σ を $7.2 \times 10^{-2}\text{ N/m}$ 、初期大気圧 P_a を 1013 hPa と設定した。なお、壁面の境界条件として、slip条件を課した。

図-2は3次元水柱崩壊の計算結果を示す。ここで、(a)は立体的に表示された気液界面の挙動、(b)は x - z 平面に投射された気液界面の挙動と y 軸中心線($y=1.5\text{ m}$)上での流動場を同時に図示している。計算開始直後、水柱は自重の影響によりその形状を崩しながら四方へと広がっていく。このとき、図-2(b)からわかるように、気相領域では水柱崩壊に伴う左右対称の循環流が発生し、液相領域の流体運動が気相領域に大きな影響を及ぼしている。なお、図-2(b)、紙面の制約上图示できないが x - y 平面に投射された気液相流動場から、中心軸線に対称な計算結果が全計算時間で得られていることを確認している。

つぎに、DOLPHIN-3Dの性能を、川崎ら(2001)が実施した2次元計算、Martin・Moyce(1952)による水理実験と比較することにより検討する。図-3に、底面における液相先端($\phi_2=0.5$)の時間変化を示す。ここで、3次元計算では、奥行き方向の物理量の初期値は一樣、つ

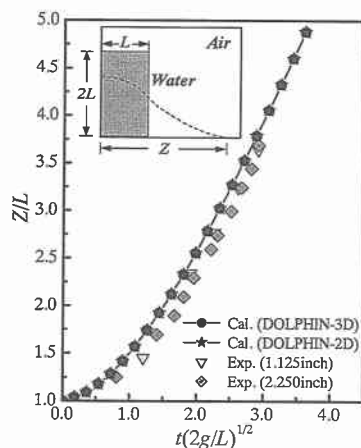


図-3 底面における液相先端の時間変化

まり2次元と同様な条件下で解析を行った。なお、 x - z 平面、 y - z 平面それぞれに対して水柱崩壊計算を行った結果には全く違いが認められなかった。図-3から、数値計算は、実験値より若干大きいものの、水理実験を良好に再現しており、本モデルの妥当性が確認できる。また、3次元と2次元の計算結果には差異が全くないことがわかる。

以上のことから、DOLPHIN-3Dは、計算の方向依存性がなく、流体の物性値が異なる気液二相場の界面挙動と流動場を安定かつ高精度に解析できるモデルといえる。

3.2 静水面への単一水滴の自由落下問題

本節では、静止している水面に水滴を落下させ、ミルクラウン現象が発生するかどうか調べる。ここで、ミルクラウン現象とは、水滴が静水面に衝突した地点を中心に波が発生・伝播し、水面形状が王冠のようになる

現象である。まず、深さ 0.004 m の水が入っている容器 (底面 $0.1\text{ m} \times 0.1\text{ m}$) に、0.005 m の高さから初速度 2.5 m/s の単一水滴を落下させた場合を想定した。水滴の初期形状は条件設定の簡便さから一辺が 0.016 m の立方体とし、格子サイズを $\Delta x = \Delta y = \Delta z = 0.001\text{ m}$ と設定した。計算結果を示す図-4 から、落下水滴が静水面に衝突することにより円筒波が発生し、その振幅が時間経過とともに急激に増大していく様子がわかる。よって、計算が難しいといわれるミルククラウン現象をある程度再現していると思われる。しかし、ミルククラウン現象の特徴の一つである水面からの吹き出しが明確にみられない。この原因として計算領域が極端に狭いため壁面の影

響を強く受けていることなどが挙げられるが、今後の検討課題である。

4. 固気液多相場への DOLPHIN-3D の適用

4.1 静水面への剛体の自由落下問題

図-5 は、静水面から高さ 0.3 m の地点に配置された剛体 (幅 $0.4\text{ m} \times$ 奥行き $0.4\text{ m} \times$ 高さ 0.8 m 、密度 $\rho_s = 800\text{ kg/m}^3$) を自由落下させたときの水面と剛体の動的挙動を示す。なお、物体表面と自由水面をそれぞれ $\phi_1 = 0.5$ 、 $\phi_2 = 0.5$ と定義した。計算開始直後、自重の影響により自由落下した剛体は静水面に衝突し、水中に進入する。そして、剛体上で水面のくぼみが形成される。しかし、物体密度が水の密度よりも軽いことから、剛体は浮力を受け浮き始める。水表面上まで浮上すると、剛体は不安定となり横転する。このように、剛体の力学に基づいた計算アルゴリズムにより、物体の運動解析を行うことができることが判明する。

4.2 流出水と物体の衝突問題

図-6 は水柱崩壊後の流出水が剛体に衝突したときの計算結果である。ここで、(a) の $t = 0.00\text{ s}$ に示すように、水柱前面部に凸型物体 (密度 $\rho_s : \rho_w = 3000\text{ kg/m}^3$) を配置した。同図より、水柱崩壊後、流出した水が物体に激しく衝突するが、物体はその形状を変えることなく前方に移動している。その際、図-6(c) からわかるように、物体周辺の気相領域で循環流が発生している。その後、物体の側方を通じて前面に回り込む流出水が物体の移動を弱めさせ、壁面への衝突を防いでいる。紙面の制約上図示しないが、物体の密度をより重く設定した場合、自重の影響から物体の移動速度は遅くなった。

以上のことから、DOLPHIN-3D は固相を含む多相流動場の相互干渉を高精度に解析可能であることが検証され、波・流れと構造物の動的応答の解析手段として活用できると考えられる。

5. 結 言

本研究では、3次元多相場を対象に、気液界面の挙動のみならず固相の動的応答も高精度解析できる圧縮性・非圧縮性流体統合解析モデルとして、3次元固気液多相

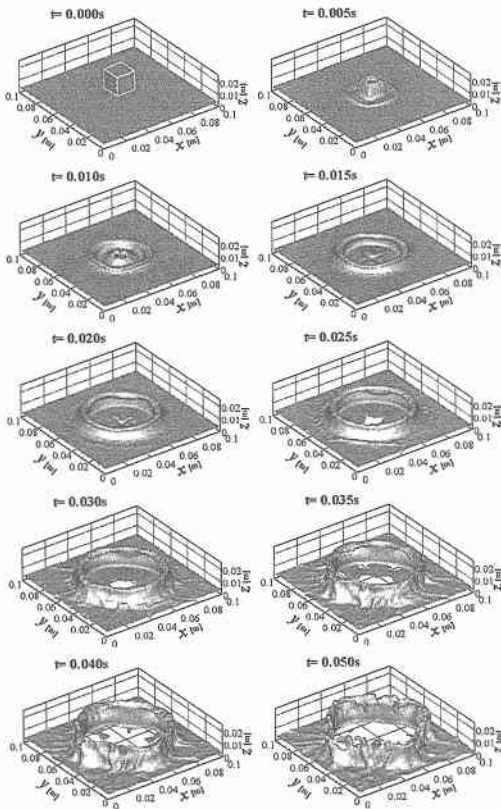


図-4 静水面への単一水滴の自由落下

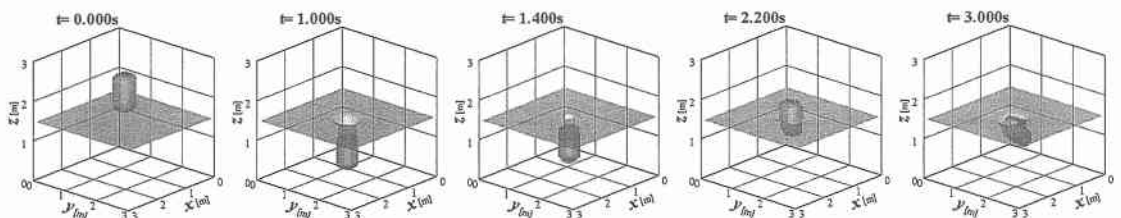


図-5 静水面への剛体の自由落下

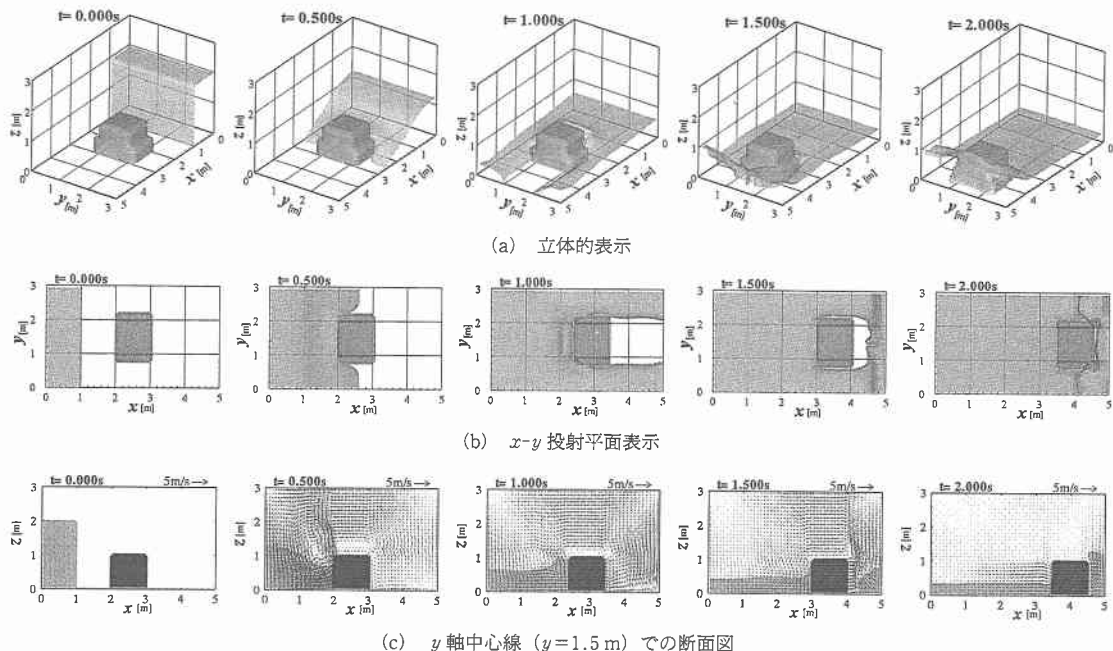


図-6 水柱崩壊後の流出水と物体の衝突

流数値モデル DOLPHIN-3D を, CIP 法と拡張 SMAC 法に基づいて提案・構築した。そして, 様々な 3 次元水理現象に適用することにより, DOLPHIN-3D の有用性を確認した。今後, 砕波による連行気泡の運動機構, 波・流れと構造物の動的応答, 気象擾乱による閉鎖性海域の急変現象に, DOLPHIN-3D を活用していきたいと考えている。

謝辞: 本研究を遂行するにあたり, データ解析等に協力を得た大阪大学大学院博士前期課程 1 年生の羽田野一成君に感謝の意を表す。また, 本研究の一部は科学研究費補助金 (若手研究 (B)): 代表 川崎浩司, 基盤研究 (B) (1): 代表 岩田好一朗) による成果であること, 平成 14 年度鴻池奨学財団研究助成 (代表: 川崎浩司) を受けていることを付記し, 深甚なる謝意を表す。

参 考 文 献

- 川崎浩司・大谷知樹・中辻啓二 (2001): 固気液多相共存場に対する統一数値解法の構築と複雑水理現象への応用, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 1026-1030.
- 後藤仁志・林 稔・酒井哲郎 (2001): 固液二相流型 MPS 法による波・底泥相互干渉の数値解析, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 1-5.

- 重松孝昌・廣瀬真由・錦織陽一・小田一紀 (2001): DEM 法と VOF 法を併用した三次元固液混相流解析モデルの開発とその適用例, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 6-10.
- 日本原子力学会・熱流動部会編 (1993): 気液二相流の数値解析, 朝倉書店, 240 p.
- 藤野清次・張 紹良 (1996): 応用数値計算ライブラリ 反復法の数理, 朝倉書店, 140 p.
- 陸田秀実 (2001): 乱流境界層中の砕波を伴う風波乱流場の 3 次元数値解析, 海岸工学論文集, 第 48 巻, pp. 61-65.
- Brackbill, J. U., D. B. Kothe, and C. Zemach (1992): A continuum method for modeling surface tension, J. Computational Physics, Vol. 100, pp. 335-354.
- Martin, J. C., and W. J. Moyce (1952): An experimental study of the collapse of liquid columns on a rigid horizontal plane, Philos. Trans. Roy. Soc. London Ser. A, Vol. 244, pp. 312-324.
- Xiao, F., T. Yabe, T. Ito, and M. Tajima (1997): An algorithm for simulating solid objects suspended in stratified flow, Comput. Phys. Commun., Vol. 102, pp. 147-160.
- Yabe, T., and T. Aoki (1991): A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation, Comput. Phys. Commun., Vol. 66, pp. 219-232.
- Yabe, T., and P.-Y. Wang (1991): Unified numerical procedure for compressible and incompressible fluid, J. Physical Society of Japan, Vol. 60, No. 7, pp. 2105-2108.