

非線形緩勾配方程式を用いた屈折・回折・碎波変形モデルの開発

有 川 太 郎*・岡 安 章 夫**

任意地形上で碎波変形を精度よく計算するためには、碎波判定の正確さ、および碎波減衰項の適切な導入が必要である。碎波判定に流速・波速比を適用するには、平面における波峰の移動速度が問題となるが、過去の水位との相関からそれを求めることとした。碎波によるエネルギー減衰は、回転および乱れエネルギーの方程式を用いて行った。碎波時の両方のエネルギーの供給領域は楕円形で与えた。本計算手法の妥当性を検討するために、矩形断面における実験値と比較したところ整合した結果が得られた。また、海底に峰があるような場所で計算を行ったところ、波の集積効果をよく再現し、安定に計算することができた。

1. はじめに

非線形波動方程式を用いて任意地形上で計算する場合、①碎波条件、②碎波減衰、の2つの問題がある。①「碎波判定」：有川・磯部 (1997) は、部分重複波を含めた進行波型の碎波は流速・波速比で、完全重複波の碎波は鉛直方向の加速度比 (圧力の鉛直勾配が 0) で判定できることを、断面の計算において確認した。一方で、灘岡ら (1996) は圧力勾配を用いることにより進行波型の碎波に対しても適用できると報告している。しかし、大山・長谷部 (2001) は、潜堤上での碎波判定に用いる圧力勾配の値を -0.5 としており、これより、圧力勾配の値は波の非線形性や計算格子の粗さによりばらつきが生じるものと考えられる。流速・波速比の値は、0.8~1.0 の間であれば、碎波位置のばらつきが少ないことから、流速・波速比と加速度比の両方を判定条件として用いるべきと考えられる。しかし、流速・波速比における問題は、平面波浪場における波峰の移動速度を求めることが困難であることである。②「碎波減衰」：波動方程式を用いた碎波変形計算はこれまでに数多くの研究例がある。平面波浪場における碎波変形計算について、現在まで実験結果と整合した結果を与えている計算モデルの多くは、進行方向に対する波の変形は大きいものの、沿岸方向に対する波の変形は少ない波浪場を対象にしている。それに対し、大山ら (2000) は、平面における重合場の碎波変形計算についてのモデルを提案し、実験結果を精度よく再現する結果を得ている。しかし、進行波の碎波モデルに対して、碎波後の再生を含めたような場の計算例は多くない。

本研究では、①の問題を解決するために、水位の相関をとることによって波峰の移動速度を求める手法を採用し、また、②の問題について、安定に解けるように改良したモデルを提案する。

2. 基礎方程式

(1) 波動方程式

全水深型の非線形緩勾配方程式 (有川・磯部, 2000) を用いた。速度ポテンシャル ϕ の鉛直分布関数 Z_α に、

$$Z_\alpha(z; h(x, t), \eta(x, t)) = \left(\frac{h+z}{h+\eta} \right)^{2(\alpha-1)} \dots \dots \dots (1)$$

を適用した。 η は水位変動、 h は水深を表す。また、 z は静水面を 0 とする。基礎方程式は、

$$\begin{aligned} 1_\alpha \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + g\eta + \frac{2(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{(h+\eta)^2} f_\alpha f_\beta (\nabla \eta)^2 \\ + \frac{4\beta-3}{2\{2(\alpha+\beta)-3\}} \nabla f_\alpha \nabla f_\beta \\ - \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{h+\eta} f_\alpha f_\beta \nabla^2 \eta \\ - \frac{8(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{h+\eta} (\nabla f_\alpha) f_\beta \nabla \eta \\ + \frac{8(\alpha-1)(\beta-1)}{\{2(\alpha+\beta)-4\}\{2(\alpha+\beta)-3\}} \frac{1}{h+\eta} (\nabla f_\alpha) f_\beta \nabla h \\ + \frac{2(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} (\nabla^2 f_\alpha) f_\beta \\ - \frac{2(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-5} \frac{1}{(h+\eta)^2} f_\alpha f_\beta \\ + \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{(h+\eta)^2} f_\alpha f_\beta \nabla \eta \nabla h + M_0 = 0 \end{aligned} \dots \dots \dots (2)$$

$$\begin{aligned} -1_\alpha \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} \frac{1}{h+\eta} f_\beta (\nabla \eta)^2 \\ + \frac{2(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-3} f_\beta \nabla^2 \eta + \frac{2(\beta-\alpha)-1}{2(\alpha+\beta)-3} \nabla f_\beta \nabla \eta \\ - \frac{8(\beta-1)(\alpha-1)}{\{2(\alpha+\beta)-4\}\{2(\alpha+\beta)-3\}} \frac{1}{h+\eta} f_\beta \nabla \eta \nabla h \\ + \left[\frac{2(\alpha-\beta)}{\{2(\alpha+\beta)-4\}\{2(\alpha+\beta)-3\}} \right. \\ \left. - \frac{1}{2(\alpha+\beta)-3} \right] \nabla f_\beta \nabla h \\ + \frac{4(\alpha-1)(\beta-1)}{2(\alpha+\beta)-5} \frac{1}{h+\eta} f_\beta \end{aligned}$$

* 正会員 博(工) (独法) 港湾空港技術研究所

** 正会員 工 博 東京水産大学水産学部海洋生産学科

ル平均による $\bar{u}$, $\bar{w}$ とそれからの変動値 u' , w' に分離し、これより乱れの平均運動エネルギー $\overline{q^2}/2$, および一周期平均レイノルズ応力 $-\rho \overline{u'w'}$ ($-\overline{u'w'}$ もこれと同義に扱う) を求めた。ここで ρ は水の密度であり、水路横断方向流速 v は微小として無視した。

実験は一様水深部における波高 $H_x = 6.0$ cm, 周期 $T = 1.9$ s の規則波のみを作用させる場合、これに水中ポンプを使用して流量 $4200 \text{ cm}^3/\text{s}$ の流れを波の進行方向と逆向きに作用させる場合、流れのみを作用させる場合の計3ケースについて行った。

3. 実験結果および考察

(1) 平均流速の分布

図-3, 4 はそれぞれ波のみの場合、波・流れ共存の場合の波高(その場の波高 H_x) 変化, 平均水位 η_{tm} , 水平・鉛直方向平均流速 $\bar{u}$, $\bar{w}$ の分布を示したものである。

何れの測線においても定常な冲向き流速を確認することができ、 $\bar{w}$ は $\bar{u}$ のオーダーに対して無視できる。また、平均流速値のピークは砕波点と勾配変化点の中間辺りに位置しており、波高が支配的な平均流速式を適用するには疑問が生じる。

波・流れの共存, 非共存の対比に関しては、砕波点のシフトと河道の部分を除いて流速分布形状は類似しており、対数則に従うものと見なせるが、砕波後、大量に気泡が連行され始めると、共に上層においてそれから外れる。この点は波のみを作用の場合、平均水位が上昇し始める箇所とも一致している。

(2) 渦動粘性係数の評価

ここで位相平均法により分離した乱れ成分 u' , w' から一周期平均レイノルズ応力を求め、これより渦動粘性係数を0方程式モデルで以下のように評価した。

まず規則波の下では u' , w' に十分な相関があるとして差し支えなく、流速場は発達したものと見なせるので、次の関係が成り立つ。

$$\tau \cong \tau_t = -\rho \overline{u'w'} = \rho \epsilon \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = \rho l^2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \left| \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right| \dots (1)$$

ここで、 τ : 流体に働くせん断応力, τ_t : 乱流せん断応力, ϵ : 渦動粘性係数, l : 混合距離である。

今、 $\bar{u}$ は1測線について見れば2次元定常であるから z のみの関数であり、最初に定義した座標系における実験結果の速度勾配および渦動粘性係数、レイノルズ応力の符号を考慮すれば、上式は

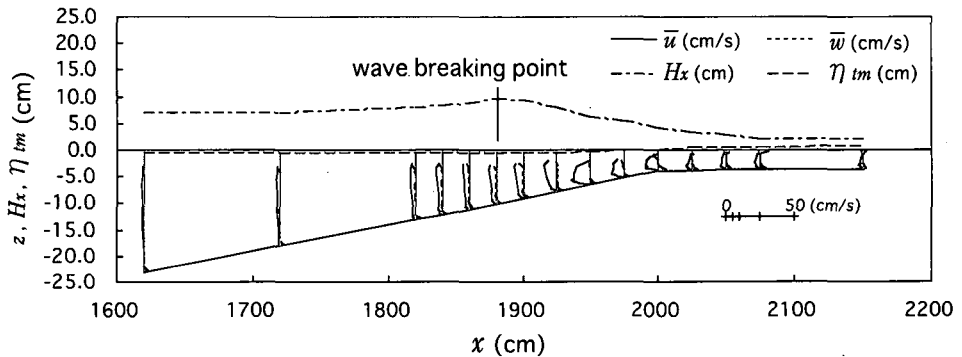


図-3 波高, 平均水位, 水平・鉛直方向平均流速分布 (波のみを作用時)

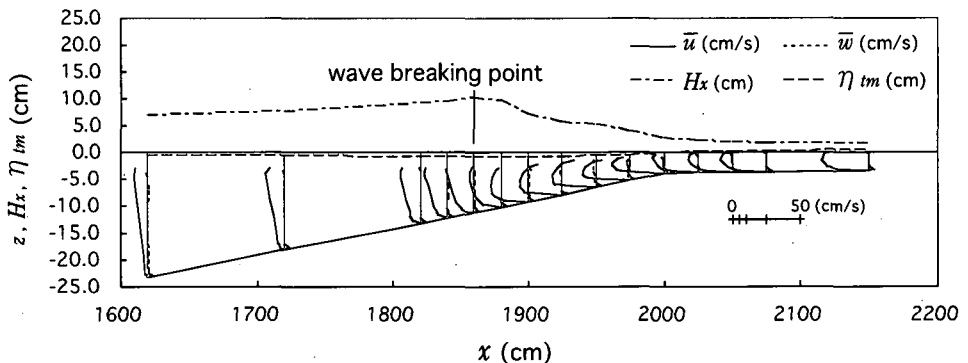


図-4 波高, 平均水位, 水平・鉛直方向平均流速分布 (波・流れ共存時)

$$-\overline{u'w'} = \varepsilon \, d\bar{u}/dz, \quad \varepsilon = -l^2 \, d\bar{u}/dz \quad \dots\dots\dots (2)$$

となり, 更にこれから

$$\varepsilon^2 = l^2 \overline{u'w'} \quad \dots\dots\dots (3)$$

を得る.

ここで乱れの平均運動エネルギー $\overline{q^2}/2$ とレイノルズ応力 $-\overline{u'w'}$ の関係を見ると, 図-5 より

$$\overline{u'w'} \propto \overline{q^2}/2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここに, $\overline{q^2}/2 = (\overline{u'^2} + \overline{w'^2})/2$ である.

また混合距離理論の発想に倣い, 速度スケールに水平方向流速振幅 $\bar{u}$ を混合距離(渦径) l に水粒子軌道の z 軸方向の径(短径) d_w を選ぶと, 無次元数の選び方により 図-6, 7 の関係から

$$\overline{q^2}/2 \propto \bar{u}^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$l = d_w \propto -d_u / \ln(z_0/h) \quad \dots\dots\dots (6)$$

を得ることが出来る. ここに, d_u : 水粒子軌道の x 軸方向の径(長径), z_0 : 底面からの高さ, h : 静水時の水深である.

特徴的なのは図-5, 6, 7 の何れにおいても比例関係が波・流れの共存・非共存に関わらずほぼ同一であることで, これは流れによって波形が変化を受けても, 共存場での乱れの規模が波のみの場合のそれとさほど変わらないことを示している. しかし, 今回の実験ケースに限ったことであり確定的ではない.

式(4), (5) の関係

$$\overline{u'w'} \propto \overline{q^2}/2 \propto \bar{u}^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

を(3)式に代入し, 一度比例定数を適当に設けて二乗を外すと,

$$\varepsilon \propto l\bar{u} \quad \dots\dots\dots (8)$$

これに(6)式を代入すれば, 位相平均法による0方程式での渦動粘性係数の与え方は

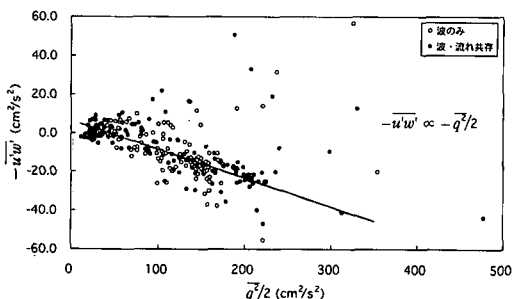


図-5 レイノルズ応力と乱れの平均運動エネルギーの関係

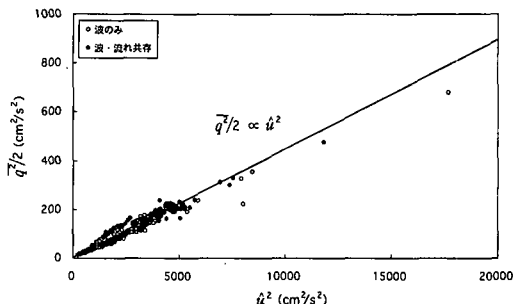


図-6 水平方向流速振幅の2乗値と乱れの平均運動エネルギーの関係

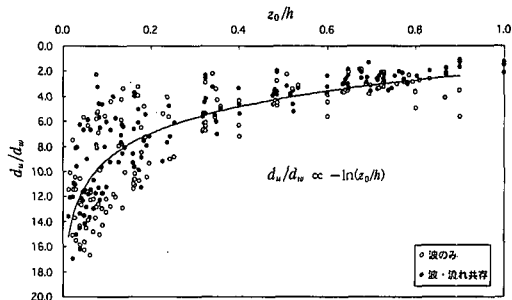


図-7 水粒子軌道の長・短径比と相対水深の関係

$$\varepsilon \propto \bar{u} \frac{d_u}{\ln(z_0/h)} \quad \dots\dots\dots (9)$$

の様に表現できる.

4. 平均流速分布式の試算

戻り流れの平均流速分布式に関しては柴山ら(2001)が統一的な見解をまとめているが, 前節で得られた渦動粘性係数の比例関係式を基に, 本実験における平均流速分布式を試算すると, まず,

$$-\overline{u'w'} = \varepsilon \, d\bar{u}/dz \quad \dots\dots\dots (10)$$

に式(7), (9)を代入して

$$d\bar{u}/dz \propto \bar{u} \ln(z_0/h) / d_u \quad \dots\dots\dots (11)$$

ここで $\bar{u}$, d_u に対して微小振幅波理論における値

$$\begin{aligned} \bar{u} &= H_x \sigma \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \\ d_u &= H_x \frac{\cosh k(h+z)}{\sinh kh} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (12)$$

を適用すると, 図-8 および 9 より波・流れの共存・非共存に関わらず線形近似が可能である.

ここに, σ : 角周波数 ($=2\pi/T$), k : 波数 ($=2\pi/L$) である.

ただし、波・流れ共存時の波長 L には流れのみの実験ケースにおける断面平均流速 U_f を用いて、 $L=(C+U_f)T$ によりその変化を考慮している。ここで C は波速であり、水深波長比から長波近似で与えてある。

その結果 (11) 式は

$$d\bar{u}/dz \propto \sigma \ln(z_0/h) \dots \dots \dots (13)$$

となる。比例定数は流速場がその場の波高 H_x と平均水深(底面から平均水位までの高さ) $\bar{h}$ が関係すると考え、これを $\alpha H_x/\bar{h}$ ($\alpha > 0$) として z で積分すると、波・流れ共存時の場合は U_f を式に加えて、

$$\bar{u} = \alpha \frac{H_x \sigma}{\bar{h}} \left(\ln \frac{z_0^{z_0}}{h^{z_0-h}} - z_0 \right) + C + U_f \dots \dots \dots (14)$$

を得る。ここに、 C : 積分定数である。

(14) 式を次式の様に書き改める。

$$Y = \alpha X + C \dots \dots \dots (15)$$

ここで

$$X = \frac{H_x \sigma}{\bar{h}} \left(\ln \frac{z_0^{z_0}}{h^{z_0-h}} - z_0 \right)$$

$$Y = \bar{u} - U_f$$

であり、図-10 は (15) 式の X , Y の関係を見たものである。

波・流れ共存下においては点にばらつきがあるものの、波のみを作用させた場合は、碎波の前後である程

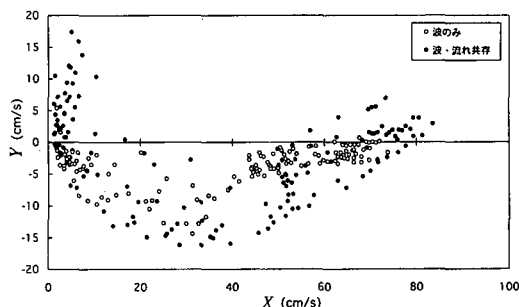


図-10 X と Y の関係

度の比例関係を見ることが出来る。この段階で比例定数を一意に決定出来ないのは、 $\bar{u}$ を z のみの関数で取り扱ったためである。

最終的な比例定数および速度の次元を持つ積分定数の決定にはさらに実験を追加・整理し水理的な粗滑や気泡連行に伴う速度欠損の評価が必要であるものと考えられる。

5. 結 語

波・流れ共存下での水平・鉛直方向流速を碎波帯内外の多点において計測し、位相平均法における乱れの平均運動エネルギーおよびレイノルズ応力から0方程式により渦動粘性係数を評価した結果、波・流れの共存・非共存に関わらず速度スケールに水平方向流速振幅、長さスケールに水粒子軌道短径を選べる妥当性を示せた。またこれを基に平均流速の鉛直分布式を試算したが、式の展開のみに止まり、定数の決定には至れなかった。今後は渦動粘性係数の時間・平面分布と気泡連行による速度欠損、波谷面上部の鉛直流速分布との関係、領域別の適切な長さスケールの選び方を追及する必要がある。

謝辞: 本実験の遂行において東海大学臨海実験場上級技術員煙山政夫氏のご協力を得た。また、本研究の取り組みに当たっては、東海大学海洋学部海洋土木工学科(故)小菅晋教授に多くの助言を頂いた。ここに深甚の謝意を捧げるとともに、深く哀悼の意を表します。

参 考 文 献

- 宇多高明・山本幸次・永瀬恭一 (1992): 貯砂源としての観点から見た河口部海浜の地形的特性, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 391-395.
- 柴山知也・Nguyen The Duy (1994): 乱流方程式を用いた碎波帯内波浪場の数値モデル, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 151-155.
- 柴山知也・Winyu Rattanapitikon (2001): 碎波帯内戻り流れ(undertow)の推定方法, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 111-115.
- 灘岡和夫・八木宏・二瓶泰雄・野本康介 (1994): 非対称振動流の乱流構造特性について, 海岸工学論文集, 第41巻, pp. 141-145.

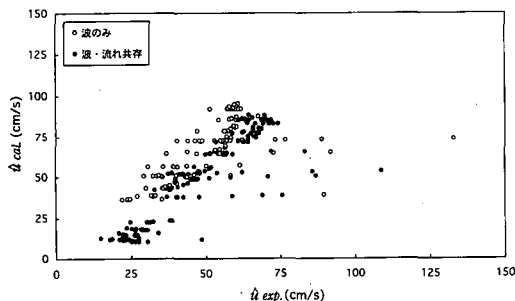


図-8 水平方向流速振幅の実験値と理論値

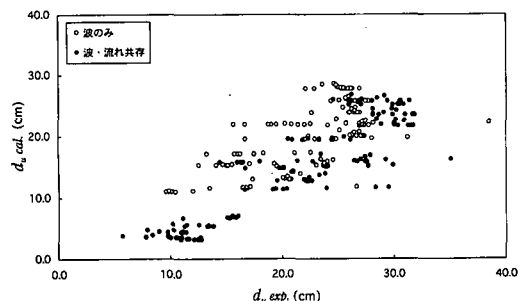


図-9 水粒子軌道短径の実験値と理論値

Okayasu A., T. Shibayama and K. Horikawa (1988): Vertical
variation of undertow in the surf zone, Proc. of 21 st Costal

Eng. Conf., ASCE, pp. 478-491.
