

高次ブジネスク方程式の一般形の導出と 最適係数を用いた高精度数値モデルの開発

中 嶋 光 浩*・由 比 政 年**・石 田 啓***

本研究では、高次ブジネスク方程式の一般形を無限級数の形で誘導し、流速表示変数の選択や高次数化に伴う線形分散関係の相違およびその適用限界について理論的に解明するとともに、線形分散特性や浅水特性をさらに向上させ得る修正高次ブジネスク方程式の一般形を導出した。さらに、実用的観点から、誘導した修正高次ブジネスク方程式のうち、従来のモデルと同次数（3階微分まで）の式を用い、その最適係数に基づく数値モデルを開発した。一様水深場、一様勾配斜面上および潜堤周辺における深海波から浅海波までを含む波浪変形について数値解析を行い、本計算値が理論値や従来の実験値と非常に良く適合することを示した。

1. はじめに

沿岸波浪場の正確な予測は海岸工学上の重要な課題であり、最近では、Madsen・Sørensen(1992)、Nwogu(1993)による拡張型ブジネスク方程式系に基づく方法が実務的にも広く用いられてきている。しかしながら、同方程式には、広域波数領域における適合性に幾分問題があることなど、改善すべき課題も多い。これらを改良するため、基礎方程式の高次数化による強非線形化・強分散化などの基礎的検討が行われている。

本研究では、高次ブジネスク方程式および修正高次ブジネスク方程式の一般形を誘導し、その線形分散特性を明らかにした上で、従来の Nwogu モデルと同次数（3階微分）の修正型方程式に対応する数値モデルを開発し、理論値および実験値との比較を行うことにより本モデルの有効性について検討した。

2. 高次ブジネスク方程式の一般形の導出

底面勾配を考慮した 2 次元の非回転波動の基礎方程式は、 x 軸を静水面に、 z 軸を鉛直上向きにとり、速度ポテンシャルを ϕ 、水面変動を η 、水深を h として、水平方向代表長 L' および基準水深 h_o' を用い、

$$\begin{aligned} x &= x'/L', \quad z = z'/L', \quad \eta = \eta'/L' \\ h &= h'/L', \quad t = t'\sqrt{gh_o'/L'}, \quad \phi = \phi'/(L'\sqrt{gh_o'}) \end{aligned} \quad (1)$$

のような無次元量で表すと、

$$\phi_{xx} + \phi_{zz} = 0 \quad (2)$$

$$\phi_z + h_x \phi_x|_{z=-h} = 0 \quad (3)$$

$$\eta_t + \phi_x \eta_x - \phi_z|_{z=\eta} = 0 \quad (4)$$

$$\phi_t + (\phi_x^2 + \phi_z^2)/2 + \eta/\mu|_{z=\eta} = 0 \quad (5)$$

となる。ここに、 $\mu = h_o'/L'$ である。

速度ポテンシャル ϕ を、

$$\phi(x, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (z+h)^n \phi^{(n)}(x, t) \quad (6)$$

のようにべき級数展開し、式 (2) および (3) に代入すると、 $\phi^{(n)}$ に関する漸化式が得られ、 ϕ は底面における速度ポテンシャル $\phi^{(0)}$ により次式のように表される。

$$\begin{aligned} \phi &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{(-1)^n}{(2n)!} (z+h)^{2n} \frac{\partial^{2n}}{\partial x^{2n}} \phi^{(0)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(-1)^n}{(2n)!} (z+h)^{2n+1} h_x \frac{\partial^{2n+1}}{\partial x^{2n+1}} \phi^{(0)} \right] \quad (7) \end{aligned}$$

これを、 x および z で微分し、 $z=\eta$ とおけば、水面における水平および鉛直方向水粒子速度 u_s 、 w_s が底面流速 $u^{(0)}$ により表される。

ここで、 $0 \leq \alpha \leq 1$ なる係数 α ($\alpha=0$: 底面、 $\alpha=1$: 水面) を導入し、 $(\eta+h)$ の代わりに $\alpha(\eta+h)$ と置けば、任意水深での水粒子速度 u_α についても $u^{(0)}$ で表すことができる。 $u^{(0)}$ で表示した u_s 、 w_s および u_α から $u^{(0)}$ を消去すると、 u_s 、 w_s は、 u_α によって以下のように表される。

$$u_s = \sum_{m=0}^{\infty} K2_m h_x^{\text{mod}(m,2)} (\eta+h)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} u_\alpha \quad (8)$$

$$w_s = - \sum_{m=0}^{\infty} K1_m h_x^{\text{mod}(m+1,2)} (\eta+h)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} u_\alpha \quad (9)$$

ここに、

$$\begin{aligned} K1_{2n} &= \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{(-1)^{r+1} 2r \alpha^{2r-1} + [2(n-r)+1] \alpha^{2r}}{(2r-1)!} K1_{2(n-r)+1} \right. \\ &\quad \left. + (-1)^{r+1} \frac{\alpha^{2r}}{(2r)!} K1_{2(n-r)} \right\} + \frac{(-1)^n (2n+1)}{(2n)!} \end{aligned}$$

$$K1_{2n+1} = \sum_{r=1}^n \frac{(-1)^{r+1} \alpha^{2r}}{(2r)!} K1_{2(n-r)+1} + \frac{(-1)^n}{(2n+1)!}$$

$$\begin{aligned} K2_{2n-1} &= \sum_{r=1}^n \left\{ \frac{(-1)^{r+1} 2r \alpha^{2r-1} + 2(n-r) \alpha^{2r}}{(2r-1)!} K2_{2(n-r)} \right. \\ &\quad \left. + (-1)^{r+1} \frac{\alpha^{2r}}{(2r)!} K2_{2(n-r)-1} \right\} + \frac{(-1)^n \cdot 2n}{(2n-1)!} \end{aligned}$$

$$K2_{2n} = \sum_{r=1}^n \frac{(-1)^{r+1} \alpha^{2r}}{(2r)!} K2_{2(n-r)} + \frac{(-1)^n}{(2n)!}$$

なお、

$$K1_0=1, K1_1=1, K2_{-1}=0, K2_0=1$$

* 正会員 工 修 北陸電力株式会社 土木部
** 正会員 博(工) 金沢大学助教授 大学院自然科学研究科
*** 正会員 工 博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科

である。

式 (8) および式 (9) を式 (4) および式 (5) に代入すると、以下の高次ブジネスク方程式の一般形が得られる。

$$\eta_t + \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \left[K2_m \eta_x h_x^{\text{mod}(m,2)} + K1_m h_x^{\text{mod}(m+1,2)} \right] \times (\eta + h)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} u_a \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\begin{aligned} & \sum_{m=0}^{\infty} K2_m h_x^{\text{mod}(m,2)} (\eta + h)^m \frac{\partial^{m+1}}{\partial t \partial x^m} u_a \\ & + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\sum_{m=0}^{\infty} K2_m h_x^{\text{mod}(m,2)} (\eta + h)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} u_a \right]^2 \right. \\ & \left. + \left[\sum_{m=0}^{\infty} K1_m h_x^{\text{mod}(m+1,2)} (\eta + h)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} u_a \right]^2 \right\} + \frac{\eta_x}{\mu} = 0 \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

3. 線形分散関係式の一般形とその特性

一様水深を仮定した線形高次ブジネスク方程式の一般形 (次元式) は前述の漸化式を用いずともオイラー数 E を用いて以下のとおり簡単に表すことができる。

$$\eta_t + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h^{2n+1}}{(2n+1)!} \left[\sum_{r=0}^n (-1)^{n-r} C_{2r} E_r \alpha^{2r} \right] \frac{\partial^{2n+1} u_a}{\partial x^{2n+1}} = 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

$$g \eta_x + \sum_{n=0}^{\infty} \frac{h^{2n}}{(2n)!} \left[\sum_{r=0}^n (-1)^{n-r} C_{2n} E_r \alpha^{2r} \right] \frac{\partial^{2n+1} u_a}{\partial t \partial x^{2n}} = 0 \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここに、 E : Euler 数 ($E_0=1, E_1=1, E_2=5, E_3=61\dots$), αC_r : 組み合わせ数である。

また、平均流速表示の線形高次ブジネスク方程式の一般形は以下のように表される。

$$\eta_t + h \bar{U}_x = 0 \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$g \eta_x - \sum_{r=0}^n \frac{2^r}{(2r)!} B_r h^{2r} \frac{\partial^{2r+1} \bar{U}}{\partial t \partial x^{2r}} = 0 \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 B : Bernoulli 数 ($B_1=1/6, B_2=1/30, B_3=1/42, B_4=1/30\dots$), $\bar{U}$: 平均流速である。なお、 $B_0=-1$ とする。

これらの式から、任意水深流速表示および平均流速表示の線形分散関係式の一般形は、以下のように求まる。

(任意水深流速表示の場合の波速)

$$\frac{C^2}{gh} = \frac{\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n (kh)^{2n}}{(2n+1)!} \left[\sum_{r=0}^n (-1)^{n-r} C_{2r} E_r \alpha^{2r} \right] \right\}}{\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{(-1)^n (kh)^{2n}}{(2n)!} \left[\sum_{r=0}^n (-1)^{n-r} C_{2r} E_r \alpha^{2r} \right] \right\}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

(平均流速表示の場合の波速)

$$\frac{C^2}{gh} = \frac{1}{\sum_{r=0}^{\infty} (-1)^{r-1} \frac{2^{2r}}{(2r)!} B_r (kh)^{2r}} \quad \dots\dots\dots (17)$$

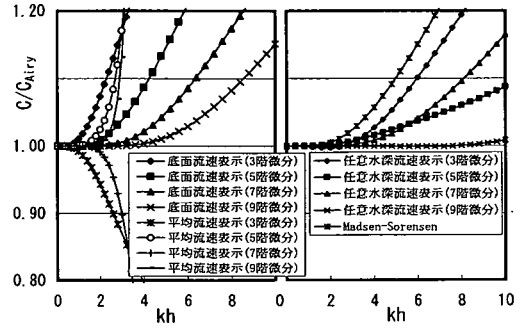


図-1 各種流速表示の線形分散性

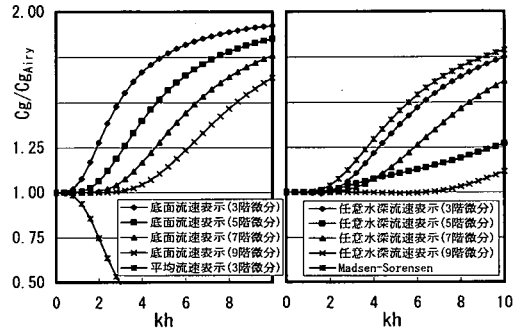


図-2 各種流速表示の群速度特性

式 (16) および (17) はいずれも次数を上げることで、Airy の線形分散関係式 $C^2/gh = \tanh(kh)/(kh)$ に漸近する。しかし、式 (16) が次数を別にすれば α の選定によっては $kh=\infty$ まで適合させることが可能であるのに対し、式 (17) の展開は、 $kh < \pi$ の領域において $\tanh(kh)/(kh)$ に漸近するのみであることから、平均流速表示の高次ブジネスク方程式は、高次数化のみでは、高波数域における分散性を一致させることは本質的に不可能であることがわかる。

図-1 および図-2 に各種流速表示の線形分散性および群速度特性をそれぞれ示す。これによれば、任意水深流速表示の場合、9 階微分の分散項まで考慮することにより、 kh が 10 の領域まで線形分散性等を理論に一致させることができる。

4. 修正高次ブジネスク方程式の一般形の導出

Madsen・Sørensen (1992) や Beji・Nadaoka (1996) は、平均流速表示の基礎方程式に対して、補正項の追加や分散項の一部を一次式で置き換えることにより、線形分散性の適合度を高める工夫を行っている。高次ブジネスク方程式にこのような手法を適用する前に、まず、補正項を導入することの意味について考えることとする。

簡単のため、一様水深場の線形分散波を仮定すれば、

平均流速 $\bar{U}$ を用いた運動方程式の3階微分までの分散性表示および5階微分までの分散性表示は、それぞれ、

$$\bar{U}_t + g\eta_x - \frac{h^2}{3} \bar{U}_{xxt} = 0 \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$\bar{U}_t + g\eta_x - \frac{h^2}{3} \bar{U}_{xxt} - \frac{h^4}{45} \bar{U}_{xxxxt} = 0 \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。ここで、式 (18) を用いて (19) の高次分散項を書き換え整理すると、式 (19) は、

$$\bar{U}_t + g\eta_x - \frac{2h^2}{5} \bar{U}_{xxt} - \frac{gh^2}{15} \eta_{xxx} = 0 \quad \dots\dots\dots (20)$$

となり、必然的に、 $1/15$ なる Madsen・Sørensen の補正係数を含む式が導かれる。逆に考えれば、補正項を追加することが原方程式より高次の分散項を有する基礎方程式を考えていることに対応する。このように、補正項の付加には擬似の高次化という本質の意味合いが内在するものと考えられる。なお、補正項の係数については、分散項がさらに高次のものもあることから、必然的に導出される係数とは異なる適切な係数を選定することにより、分散性をさらに改善することができるが考えられる。

このような考えに立てば、Nwogu (1993) の任意水深流速による表示式に対しても、同様の操作により、分散性の適合度をさらに向上させることができると期待される。実際、Schäffer・Madsen (1995) は、Nwogu の任意水深流速による表示式に補正項を導入し、線形分散性が Pade (4, 4) 近似式に適合するように係数を選定している。ここでは、2節で誘導した任意水深流速表示に基づく高次ブジネスク方程式 (10), (11) に対して、その一次近似式を用いて同式を部分的に置き換える Beji・Nadaoka の手法を適用することにより、分散性の適合度をさらに向上させ得る修正高次ブジネスク方程式の一般形を新たに誘導した。

$$\begin{aligned} \eta_t + \sum_{m=0} \left\{ [K2_m \eta_x h_x^{\text{mod}(m,2)} + (K1_m - B1_m) h_x^{\text{mod}(m+1,2)}] \right. \\ \times (\eta + h)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} u_a - BB_m h_x^{\text{mod}(m+1,2)} \\ \left. \times (\eta + h)^{m-1} \frac{\partial^m}{\partial t \partial x^{m-1}} \eta \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{m=0} \left\{ [(K2_m - B2_m) h_x^{\text{mod}(m,2)} (\eta + h)^m \frac{\partial^{m+1}}{\partial t \partial x^m} u_a \right. \\ \left. - \frac{B2_m}{\mu} h_x^{\text{mod}(m,2)} (\eta + h)^m \frac{\partial^{m+1}}{\partial x^{m+1}} u_a] \right\} \\ + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left[\sum_{m=0} K2_m h_x^{\text{mod}(m,2)} (\eta + h)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} u_a \right]^2 \right. \\ \left. + \left[\sum_{m=0} K1_m h_x^{\text{mod}(m+1,2)} (\eta + h)^m \frac{\partial^m}{\partial x^m} u_a \right]^2 \right\} + \frac{\eta_x}{\mu} = 0 \\ \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

ここに、係数 BB_n は以下のとおりである。

$$\begin{aligned} BB_{2k} &= B1_{2k} - (2k+1)B1_{2k+1} \\ BB_{2k+1} &= B1_{2k+1} \quad [k=1, 2, \dots, n] \\ BB_0 &= BB_1 = B1_0 = B1_1 = 0 \end{aligned}$$

これらの式に基づき、3階微分までの高次の非線形項および擬似の高次分散項を考慮した強非線形強分散基礎方程式 (次元式) を求めると、以下ようになる。

$$\begin{aligned} \eta_t + [Hu_a]_x + K2_1 \eta_x h_x Hu_{ax} \\ + [K2_2 \eta_x + (K1_2 - B1_2) h_x] H^2 u_{axx} - (B1_2 - 3B1_3) \\ \times H \eta_{xt} + (K1_3 - B1_3) H^3 u_{xxx} - B1_3 H^2 \eta_{xxt} = 0 \\ \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} u_{at} + u_a u_{ax} + 2K2_2 H_x Hu_a u_{axx} + K2_2 H^2 u_a u_{xxx} \\ + H_x Hu_{ax} + (K2_2 + 1) H^2 u_{ax} u_{axx} \\ + (K2_1 - B2_1) h_x Hu_{axt} - B2_1 g h_x H \eta_{xx} \\ + (K2_2 - B2_2) H^2 u_{axxt} - B2_2 g H^2 \eta_{xxx} + g \eta_x = 0 \\ \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

ここに、 $H = \eta + h$ であり、

$$\begin{aligned} K1_2 &= \frac{3\alpha^2 + 4\alpha - 3}{2}, \quad K1_3 = \frac{3\alpha^2 - 1}{6} \\ K2_1 &= 2(\alpha - 1), \quad K2_2 = \frac{\alpha^2 - 1}{2} \end{aligned}$$

である。

なお、無次元量 $\epsilon (= a'_0/h'_0)$ および $\mu (= h'_0/L')$ を用いて表示しなおすと、上式は $O(\epsilon^3 \mu^2, \mu^2)$ までの項を考慮していることがわかる。

なお、修正高次ブジネスク方程式 (21) および (22) に関する線形分散特性は、

$$\begin{aligned} \frac{C^2}{gh} = \\ \frac{\sum_{n=0} \left\{ \frac{(-1)^n (kh)^{2n}}{(2n+1)!} \left[\sum_{r=0}^n (-1)^{n-r} C_{2r} E_r \alpha^{2r} - B1_{2n+1} (2n+1)! \right] \right\}}{\sum_{n=0} \left\{ \frac{(-1)^n (kh)^{2n}}{(2n)!} \left[\sum_{r=0}^n (-1)^{n-r} C_{2r} E_r \alpha^{2r} - B2_{2n} (2n)! \right] \right\}} \\ \times \frac{1 + \sum_{n=0} (-1)^{n+1} B2_{2n} (kh)^{2n}}{1 + \sum_{n=0} (-1)^{n+1} B1_{2n+1} (kh)^{2n}} \quad \dots\dots\dots (25) \end{aligned}$$

となる。

kh に対する群速度の適合度の方が波速の適合度よりも厳しいことから、以下では、群速度に着目し、その適合度が最も良くなる諸係数を模索することとする。適合性の客観的な指標として、以下に示す理論値との残差平方和 D を導入する。

$$D = \frac{1}{kh} \int (C_g/C_{\text{Present}} - C_g/C_{\text{Airy}})^2 d(kh) \quad \dots\dots\dots (26)$$

考慮する kh の区間により、 D を最小とする最適係数は変化し、概ね表-1のとおりとなる。

図-3(a) および (b) に、それぞれ、 $kh=0 \sim 10$ の広域波数領域および $kh=0 \sim 50$ の超広域波数領域における

表-1 修正係数の検討

分散項次数	諸係数	kh			
		0~6	0~10	0~25	0~50
3階微分 分散項まで	α	0.455	0.463	—	—
	B_{13}	0.026	0.0199	—	—
	B_{22}	0.0051	0.0035	—	—
5階微分 分散項まで	α	0.356	0.361	0.374	0.389
	B_{13}	0.0037	0.0033	0.0023	0.0014
	B_{22}	0.00062	0.00060	0.00041	0.00023
	B_{15}	0	0	0	0
	B_{24}	0	0	0	0

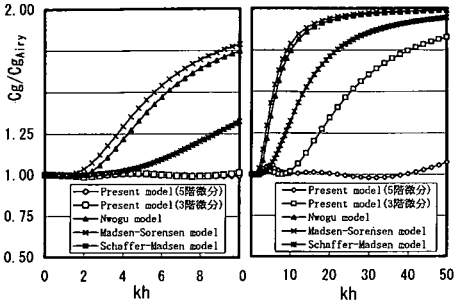
(a) $kh=0\sim10$ の場合 (b) $kh=0\sim50$ の場合

図-3 修正高次ブジネス方程式の群速度特性

群速度特性を線形理論値と比較示す。なお、図中には Madsen・Sørensen (1992), Nwogu (1993) および Schäffer・Madsen (1995) による各基礎方程式とその推奨係数に基づく群速度についても示した。

これらの結果、提示した修正高次ブジネス方程式は、超広域波数領域における線形分散性について十分な適合性を有しているとともに、 $kh=0\sim10$ の広域波数領域においては、前述の諸係数を用いれば、高次の分散項を考慮した修正高次ブジネス方程式を適用しなくとも3階微分までの分散項を有する修正ブジネス方程式でも理論群速度との誤差を最大1%程度とすることができ、Schäffer・Madsen (1995) のものより適合度が高い結果を得ることができることが判明した。

5. 最適係数に基づく数値計算

以下では、誘導した修正高次ブジネス方程式のうち、Nwogu と同次数の式に対して最適係数を用い、規則波（ストークス波第3近似解）を入力波とした1次元波動伝播計算を行った。なお、高次の非線形項については無視した。計算に際しては、水位および流速を交互に配置するスタガード格子を採用し、1階微分に対しては4次精度中心差分を、また、2階および3階微分に対しては、2次精度中心差分を用いるとともに、移流項については、3次精度の風上差分 (Kawamura ら, 1986) を用いた。このような差分化により、数値的な分散を除去することが可能である。

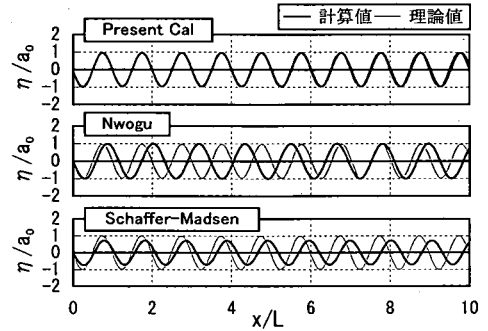
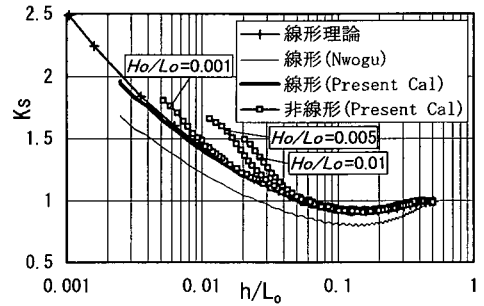
図-4 一様水深場の深海波 ($h/L=1$) の伝播状況

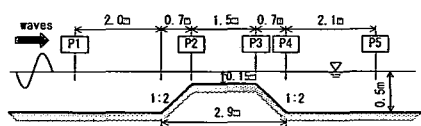
図-5 一様勾配斜面を進行する規則波の浅水変形

5.1 一様水深場の深海波の伝播

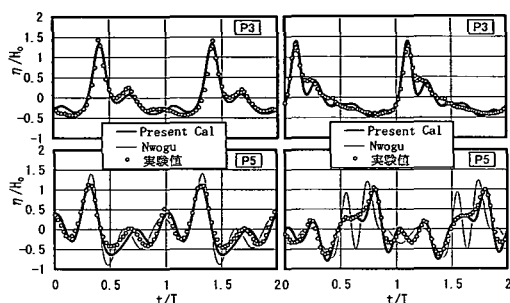
図-4は、周期12s, $h/L_0=h/L=1$, $H/h=0.0005$ の深海波を入射波とした場合の計算値と理論値を比較したものである。図には、Nwogu (1993) および Schäffer・Madsen (1995) の各基礎方程式とその推奨係数に基づく計算も併せて示した。これによると、Nwogu モデルによる計算では、波長および波速に関して理論値とかなりのずれが生じている。また、Schäffer・Madsen の基礎方程式とその推奨係数に基づく計算では、安定な波は得られるものの波がかなり減衰していることがわかる。一方、ここで提示した諸係数を用いた基礎方程式に基づく計算では、波形および波速は理論値とほぼ一致している。ちなみに、波速に関する計算値と理論値の比は、1.005である。

5.2 一様勾配斜面上の規則波の浅水変形

次に、一様勾配斜面において深海域から浅海域までの波の伝播計算を行い、その浅水特性に関する適合性を検討した。地形条件は、沖側水深および岸の水深をそれぞれ50mおよび1m前後とする斜面勾配 $S=1/30$ の一様勾配斜面とし、入射波としては、周期8sの規則波とした。この条件では、深海域 ($h/L_0=0.5$) から浅海域 ($h/L_0=0.01$ 前後) までの波の変形を計算することとなる。なお、計算格子条件は、 $\Delta x=2\text{m}$ ($=L/50$)、 $\Delta t=0.08\text{s}$ ($=T/100$) とした。また、底面勾配 h_x を含む項に



(a) 潜堤の諸元と測点



(b) CASE 4

(c) CASE 6

(波高 5 cm, 周期 2.01 秒) (波高 5 cm, 周期 2.68 秒)

図-6 潜堤周辺の波浪変形 (本計算値, Nwogu 計算値および大山らの実験値の比較)

関する補正係数としては、浅水特性に関する適合性を考慮し、 $B1_2=0$, $B2_1=0.024$ を採用することとした。

図-5は、浅水係数を比較して示したものである。入射領域を深海域である $h/L_0=0.5$ とした場合、Nwogu の式に基づく計算では、線形理論値との適合性はよくないが、本モデルでは、理論値とほぼ一致しており、本計算モデルを用いれば、深海域から浅海域までの広範な波の変形を取り扱うことが可能である。また、非線形性を考慮した計算も、従来の理論値と傾向はよく一致している。

5.3 潜堤周辺の規則波の変形

大山ら (1993) の潜堤による規則波の変形に関する実験結果と本計算方法に基づく計算結果との比較を行った。ここでは、ケース 4 (波高 5 cm, 周期 2.01 秒) およびケース 6 (波高 5 cm, 周期 2.68 秒) についての比較を示す。

まず、 kh が 0 から 6 までの線形分散特性を最適とする諸係数を用いた計算を行ったが、潜堤通過後の波浪変形が必ずしも Nwogu モデルに基づく計算結果を著しく改善するものではなかった。このように、急勾配バーの場合、線形分散特性を高波数域まで合致させているにもかかわらず潜堤通過後の波の再現性が必ずしも向上しないことは、Gobbi・Kirby (1999) の FN4 モデル、金山ら (2000) の非線形分散多層波動モデルでも指摘されている。

ところで、波の変形は非線形性と分散性の大小のパラメータによって決まる。本研究では、潜堤通過後の高波数

域における高次の非線形性については分散性を若干抑制することにより相対的に非線形効果を高めることとし、そのため、高波数域における群速度が線形理論値に比べ数%程度大きくなるような諸係数を選定することとした。

その結果、図-6に示すように、本モデルでは従来の Nwogu モデルに比べ潜堤前面における浅水変形や背面における波浪の分裂過程を正確に捉えていることがわかる。このように、数値計算が煩雑な強非線形モデルを使用せずとも、弱非線形モデルに基づく計算でも実験結果とかなり一致することが確認できた。

6. おわりに

本研究では、高次ブジネスク方程式および修正高次ブジネスク方程式の一般形を導出しその線形分散特性等を調べるとともに、Nwogu モデルと同次数 (3 階微分) の修正型方程式を用い、その最適係数に基づく数値モデルを開発した。深海域から浅海域までの波浪変形に関する数値計算を行い、本計算値が理論値や従来の実験値と非常に良く適合することを示した。

なお、本研究に際し、図面作成に協力いただいた金沢大学大学院生早川和宏君に謝意を表す。

参考文献

- 大山 巧・喜岡 渉・多田彰秀 (1993): 非線形分散波動場に対する数値モデルの適用性について, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 11-15.
- 金山 進・田中 仁・首藤伸夫 (2000): 非線形分散多層波動モデルの改良と準 3 次元波動場への適用, 土木学会論文集, No. 642/II-50, pp. 77-86.
- 中嶋光浩・由比政年・石田 啓 (2002): 高次ブジネスク型方程式の特性とその広域波数領域における波動解析への適用性, 金沢大学日本海域研究, 第 33 号, pp. 101-110.
- Beji, S. and K. Nadaoka (1996): A formal derivation and numerical modeling of the improved Boussinesq equations for varying depth, Ocean Eng., Vol. 23, No. 8, pp. 691-704.
- Gobbi, M. F. and J. T. Kirby (1999): Wave evolution over submerged sills: test of a high-order Boussinesq model, Coastal Engineering, Vol. 37, pp. 57-96.
- Kawamura, T., H. Takami and K. Kawahara (1986): Computation of high Reynolds number flow around a circular cylinder with surface roughness, Fluid Dynamic Research, Vol. 1, pp. 145-162.
- Madsen, P. A. and O. R. Sørensen (1992): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. Coastal Engineering, 18: 183-204.
- Nwogu, O. (1993): Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. Waterways, Port, Coastal and Ocean Eng., ASCE, Vol. 119, No. 6, pp. 618-638.
- Schäffer, H. A. and P. A. Madsen (1995): Further enhancements of Boussinesq-type equations. Coastal Engineering, Vol. 26, pp. 1-14.