

# 波浪と液状化地盤の相互干渉に関する理論的考察

熊谷 隆宏\*

## 1. はじめに

マウンド法先部の洗掘や吸出し、ブロックの沈下といった海岸構造物の被災の原因の一つとして、波浪による海底地盤の液状化が挙げられる。これまで、波浪と液状化した地盤の相互干渉の理論的解明に向けて研究がいくつかなされているが(例えばDarlymple and Liu, 1978; Yamamoto and Takahashi, 1985), それらは、液状化した地盤を半無限厚とするか、または、有限な液状化地盤の下を不透水性剛体と仮定するものいずれかである。しかしながら、Sassa and Sekiguchi (1999) の遠心力場波浪実験によれば、緩い砂地盤に高波浪が作用する場合、液状化フロント(液状化部と未液状化部の境界面)が地盤浅部からある深さまで下方に進展する進行性液状化が発生する。また、液状化した地盤において波の山が現れた時、すなわち圧縮側の圧力が地盤に作用する時でも、地盤支持力は回復されず、液状化状態が長時間にわたって継続することが確認されている。このようしたことから、波浪と液状化地盤の相互干渉を評価するためには、液状化深さを有限とし、その下を透水性で可変形の地盤として扱うことが重要である。

そこで、本研究では、波浪と液状化した地盤の相互干渉について新たな理論を構築し、解析を行った。そして、そのモデルを用いて、波浪一液状化地盤一未液状化地盤の相互干渉特性を明らかにする。

## 2. 解析の手法

### 2.1 基礎方程式

本研究では、佐々・関口(1998)にならい、図-1のよ

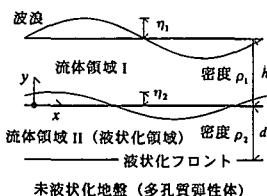


図-1 解析領域

うに、波浪一液状化地盤一未液状化地盤系の解析領域をモデル化する。ここで、液状化領域を密度 $\rho_1$ の流体とし、液状化フロントの下の未液状化地盤を多孔質弾性体とする。また、 $h$ : 静水深、 $d$ : 液状化地盤厚である。このとき、流体領域および未液状化地盤の動的挙動は、それぞれ、以下のように表される。

#### 流体領域

本研究では、海底地盤として砂質地盤を想定する。液状化した砂質地盤は、シルト・粘土質地盤と異なり、粘性が弱くないことから、海水領域(流体領域I)と同様に、粘性領域を境界層近似で表す。このとき、支配方程式は以下のように表すことができる。

$$\nabla^2 \phi_1 = 0, \quad -h < y < 0 \quad \dots \dots \dots \quad (1)$$

$$\nabla^2 \phi_2 = 0, \quad -(h+d) < y < -h \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$p_j = \rho_j \frac{\partial \phi_j}{\partial t}, \quad j=1, 2 \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_1}{\partial t} = \nu_1 \frac{\partial^2 U_1}{\partial y^2} \quad \dots \dots \dots \quad (4)$$

$$\frac{\partial U_2^u}{\partial t} = \nu_2 \frac{\partial^2 U_2^u}{\partial y^2}, \quad \frac{\partial U_2^l}{\partial t} = \nu_2 \frac{\partial^2 U_2^l}{\partial y^2} \quad \dots \dots \dots \quad (5, 6)$$

ここに、添字'1'および'2'は、それぞれ、流体領域IおよびIIを示し、添字'u'および'l'は、それぞれ、流体領域IIの上層、下層を示す。 $\phi$ : 速度ポテンシャル、 $p_j$ : 動水圧であり、 $U_j$ は水平流速の非発散部分である。すなわち、水平流速は、非回転部分 $-\partial \phi_j / \partial x$ と非発散部分 $U_j$ の線形和で表されるものとする。

また、水面および界面の変位を次のように表す。

$$\eta_j = a_j \exp i(\lambda x - \omega t), \quad j=1, 2 \quad \dots \dots \dots \quad (7)$$

#### 未液状化地盤

未液状化地盤については、多孔質弾性体と仮定して、Mei and Foda (1981)の近似解析法を適用する。この手法は、非排水性的外部領域と排水性的境界層領域に分離して解析を行うことを特徴とし、海底地盤の応答は外部領域と境界層領域の各応答解の和によって表される。

#### (1) 外部領域

$$\nabla^2 U^0 + C \nabla \cdot U^0 \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$



$$B_2 = B_1 \dots \quad (27b)$$

$$A_2 = (\rho_1/\rho_2)A_1 + (1 - \rho_1/\rho_2)(g\lambda/\omega^2)B_1 \dots \quad (27c)$$

未液状化地盤については、外部解として式(8)より土粒子速度(=水粒子速度)を次式で表現できる。

$$U^0 = \left[ A_3 - \frac{B_3}{i\lambda} \left( \frac{2+C}{C} + \lambda(y+h+d) \right) \right] \\ \times \exp \lambda(y+h+d) \times \exp i(\lambda x - \omega t) \dots \quad (28a)$$

$$V^0 = [-iA_3 + B_3(y+h+d)] \\ \times \exp \lambda(y+h+d) \exp i(\lambda x - \omega t) \dots \quad (28b)$$

さらに、式(28a)と(28b)を用いて、フックの法則を適用すると、応力を次のように表すことができる。

$$\tau_{11}^0 = \frac{2iG_s}{\omega} \left[ i\lambda A_3 + \frac{1}{1-2\nu_e} \left( \frac{2(1+C)}{C} \nu_e - \frac{2+C}{C} \right) B_3 \right] \\ \times \exp \lambda(y+h+d) \exp i(\lambda x - \omega t) \dots \quad (29a)$$

$$\tau_{22}^0 = \frac{2iG_s}{\omega} \left[ -i\lambda A_3 + \frac{1}{1-2\nu_e} \left( -\frac{2+2C}{C} \nu_e + 1 \right) B_3 \right] \\ \times \exp \lambda(y+h+d) \exp i(\lambda x - \omega t) \dots \quad (29b)$$

$$\tau_{12}^0 = -\frac{G_s}{\omega} \left[ -2i\lambda A_3 + \left( \frac{2+C}{C} + 2\lambda(y+h+d) \right) B_3 \right] \\ \times \exp \lambda(y+h+d) \exp i(\lambda x - \omega t) \dots \quad (29c)$$

式(28a), (28b)で $\tau_{11}^0$ と $\tau_{22}^0$ が与えられると、間隙水圧の外部領域解は、式(9)より、

$$p^0 = \frac{2iG_s}{\omega C(1+m)(1-2\nu_e)} B_3 \\ \times \exp \lambda(y+h+d) \exp i(\lambda x - \omega t) \dots \quad (30)$$

である。また、間隙水圧の境界層補正解は、式(15)および(17)より、次式で表すことができる。

$$p^b = C_3 \exp \left[ \left( -\alpha + \sqrt{-i\Lambda(\alpha) + \alpha^2} \right) \frac{y+h+d}{\delta} \right] \\ \times \exp i(\lambda x - \omega t) \dots \quad (31)$$

ここで、係数 $A_3$ ,  $B_3$ ,  $C_3$ は境界条件より定められる。

液状化フロントにおける境界条件を用いると、式(22a)の速度の連続条件より、次の関係式が得られる。

$$-i\lambda[A_2 \cosh(\lambda d) - B_2 \sinh(\lambda d)] \\ + D_3 = A_3 + \frac{iB_3}{\lambda} \left( \frac{2+C}{C} \right) \dots \quad (32a)$$

$$-iA_3 = \lambda[A_2 \sinh(\lambda d) - B_2 \cosh(\lambda d)] \dots \quad (32b)$$

また、式(22b)の応力、圧力の条件は以下に示される。

$$\frac{2iG_s}{\omega} \left[ -i\lambda A_3 + \frac{1}{1-2\nu_e} \left( -\frac{2+2C}{C} \nu_e + 1 \right) B_3 \right] \\ = i\rho_2 \omega [A_2 \cosh(\lambda d) - B_2 \sinh(\lambda d)] \dots \quad (33a)$$

$$\frac{G_s}{\omega} \left[ -2i\lambda A_3 + \frac{2(1+C)}{C} B_3 \right] = \rho_2 \nu_2 (1-i) \sqrt{\frac{\omega}{2\nu_2}} D_3 \\ \dots \quad (33b)$$

$$C_3 = -i\rho_2 \omega [A_2 \cosh(\lambda d) - B_2 \sinh(\lambda d)] \\ - \frac{2iG_s}{\omega C(1+m)(1-2\nu_e)} B_3 \dots \quad (33c)$$

ここで、 $\rho_2 \nu^{1/2} \omega^{3/2} / (G_s \lambda) \ll 1$ であることと、境界面におけるせん断応力は圧力および鉛直全応力に比べて微小であることを考慮すると、式(33b)より、

$$B_3 = \frac{i\lambda C}{1+C} A_3 \dots \quad (34)$$

と近似できる。また、上式を式(33a)に代入すると、

$$A_3 = \frac{i\rho_2 \omega^2}{2G_s \lambda} (1-2\nu_e)(1+C) \\ \times [A_2 \cosh(\lambda d) - B_2 \sinh(\lambda d)] \dots \quad (35)$$

である。さらに、式(35)と式(32b)より、

$$\frac{A_2}{B_2} \left[ \tanh(\lambda d) - \frac{\rho_2 \omega^2}{2G_s \lambda^2} (1-2\nu_e)(1+C) \right] \\ = 1 - \frac{\rho_2 \omega^2}{2G_s \lambda} (1-2\nu_e)(1+C) \dots \quad (36)$$

であり、上式において、 $\rho_2 \omega^2 / (G_s \lambda) \ll 1$ であるため、  
 $(A_2/B_2) \tanh(\lambda d) = 1 \dots \quad (37)$

の近似式が得られる。

式(26), (27), (37)より、特性方程式が導かれる。  
 $l_0(\omega^2/g\lambda)^2 + m_0(\omega^2/g\lambda) + n_0 = 0 \dots \quad (38)$

ここに、

$$l_0 = \rho_2/\rho_1 + \tanh(\lambda h) \tanh(\lambda d) \dots \quad (39a)$$

$$m_0 = -\rho_2/\rho_1 [\tanh(\lambda d) + \tanh(\lambda h)] \\ = -\rho_2/\rho_1 \tanh \lambda(h+d)[1 + \tanh(\lambda d) \tanh(\lambda h)] \dots \quad (39b)$$

$$n_0 = (\rho_2/\rho_1 - 1) \tanh(\lambda h) \tanh(\lambda d) \dots \quad (39c)$$

であり、次の分散関係式を容易に導くことができる。

$$\omega^2/gh = [-m_0 + (m_0^2 - 4n_0 l_0)^{1/2}]/2l_0 \dots \quad (40a)$$

または、

$$\omega^2/gh = [-m_0 - (m_0^2 - 4n_0 l_0)^{1/2}]/2l_0 \dots \quad (40b)$$

ここで、波が液状化地盤上を進行する状況を想定した場合、地盤が液状化していない条件に比べて波長が長くなる解(式(40a))が、現実的な解と考えられる。一方、式(40b)は、界面で波が生じられたときの解と考えられる。また、これらの解は、流体領域IIの下を剛体として扱った Darlymple and Liu (1978) の解に一致する。ここで、液状化地盤厚 $d=0$ のとき、

$$\omega^2/gh = \tanh(\lambda h) \dots \quad (41)$$

また、 $\lambda h \ll 1$ ,  $\lambda d \ll 1$ の条件では、次式で近似できる。

$$\omega^2/gh = \frac{\lambda}{2} \{ h + d + \sqrt{(h-d)^2 + 4(\rho_1/\rho_2)hd} \} \\ \dots \quad (42)$$

以上より、式(40a)を用いて波数を求めるとき、式(26), (27), (33c), (34), (35)より $A_1 \sim A_3$ ,  $B_1 \sim B_3$ , および $C_3$ の各係数を定めることができる。また、式(33c), (34), (35)を用いて、 $A_3$ ,  $B_3$ ,  $C_3$ を $A_2$ と $B_2$ で表すと、未液状化地盤内の動的間隙水圧は次式で表される。

$$\begin{aligned} p = p^0 + p^b &= -\frac{i\rho_2\omega}{1+m}[A_2 \cosh(\lambda d) - B_2 \sinh(\lambda d)] \\ &\times \left\{ \exp \lambda(y+h+d) + m \exp \right. \\ &\cdot \left. \left[ (-\alpha + \sqrt{-i\Lambda(\alpha) + \alpha^2}) \frac{y+h+d}{\delta} \right] \right\} \\ &\times \exp i(\lambda x - \omega t) \quad \dots \dots \dots (43) \end{aligned}$$

次に、式(25a)～(25c)で表される流体領域における境界層近似解の係数  $D_1 \sim D_3$  を求める。

界面における境界条件である式(21c)および(21d)より、それぞれ、以下の関係式が得られ、

$$D_2 = D_1 - i\lambda(A_1 - A_2) \quad \dots \dots \dots (44a)$$

$$-\rho_1/\rho_2 \sqrt{\nu_1/\nu_2} D_1 = D_2 \quad \dots \dots \dots (44b)$$

容易に、次の解を導くことができる。

$$D_1 = i\lambda(A_1 - A_2)/(1 + (\rho_1/\rho_2)(\nu_1/\nu_2)^{1/2}) \quad \dots \dots \dots (45)$$

さらに、式(32a)より、 $\rho_2\omega^2/G_s\lambda \ll 1$  であるため、

$$D_3 = i\lambda(A_2 \cosh \lambda d - B_2 \sinh \lambda d) \quad \dots \dots \dots (46)$$

と近似できる。

以上より、式(26)、(27)、(44a)、(45)、(46)を用いて、流体領域における境界層近似解を得ることができる。

さらに、波が液状化地盤上を通過するときに生じるエネルギー減衰を評価する。液状化地盤上を通過する表面波と界面波の振幅を次式のように表すとき、 $\lambda_i$  は液状化地盤の粘性によるエネルギー損失の強さを示す。

$$a_j = a_{j(0)} \exp(-\lambda_i x), \quad j=1, 2 \quad \dots \dots \dots (47)$$

ここで、 $a_{j(0)}$  は地盤が液状化する前の振幅である。

Darlymple and Liu (1978)によれば、粘性が強くない流体では、境界層内と比較して、境界層外におけるエネルギー減衰は非常に小さい。したがって、本研究では、境界層領域で発生するエネルギー減衰のみを評価する。

このとき、全エネルギー損失  $\bar{\Phi}_d$  は次式で表される

$$\bar{\Phi}_d = \sum_{j=1}^3 \bar{\Phi}_{d(j)} \quad \dots \dots \dots (48)$$

ここに、上付きバーは時間平均を示し、

$$\bar{\Phi}_{d(1)} = \rho_1 \nu_1 \overline{\int_{-h}^0 (\partial U_1 / \partial y)^2 dy} = \frac{1}{4} \rho_1 \nu_1 D_1^2 \sqrt{\omega/\nu_1} \quad \dots \dots \dots (49a)$$

$$\bar{\Phi}_{d(2)} = \rho_2 \nu_2 \overline{\int_{-h-d}^{-h} (\partial U_2 / \partial y)^2 dy} = \frac{1}{4} \rho_2 \nu_2 D_2^2 \sqrt{\omega/\nu_2} \quad \dots \dots \dots (49b)$$

$$\bar{\Phi}_{d(3)} = \rho_2 \nu_2 \overline{\int_{-h-d}^{-h} (\partial U_2 / \partial y)^2 dy} = \frac{1}{4} \rho_2 \nu_2 D_3^2 \sqrt{\omega/\nu_2} \quad \dots \dots \dots (49c)$$

である。これらをまとめると、次式が得られる。

$$\Phi_d = \frac{1}{4} \rho_1 \sqrt{\omega \nu_1} \{D_1^2 + \rho_2/\rho_1 \sqrt{\nu_2/\nu_1} (D_2^2 + D_3^2)\} \quad \dots \dots \dots (50)$$

また、エネルギー方程式より、次式が成り立つ。

$$\partial(\bar{E}C_g)/\partial x = -\bar{\Phi}_d \quad \dots \dots \dots (51)$$

ここで、 $C_g$ ：郡速度であり、

$$\bar{E} = \rho_1 g \overline{\eta^2} + (\rho_2 - \rho_1) g \overline{\eta_2^2} = \frac{\rho_1 g}{2} [a_1^2 + (\rho_2/\rho_1 - 1) a_2^2] \quad \dots \dots \dots (52)$$

である。式(47)、(50)、(51)、(52)を用いて整理すると、 $\lambda_i$  は次式のように表される。

$$\begin{aligned} \lambda_i &= (\omega \nu_1)^{1/2} \{D_1^2 + (\rho_2/\rho_1)(\nu_2/\nu_1)^{1/2} (D_2^2 + D_3^2)\} \\ &/ 2a_1^2 g C_g \left\{ 1 + \left( \frac{\rho_2}{\rho_1} - 1 \right) \cosh^2 \lambda h \left( \frac{g \lambda}{\omega^2} \right)^2 \left( \frac{\omega^2}{g \lambda} - \tanh \lambda h \right)^2 \right\} \quad \dots \dots \dots (53) \end{aligned}$$

### 3. 解析結果および考察

#### 3.1 地盤の液状化が波の分散関係および減衰特性に及ぼす影響

地盤の液状化が波の分散関係および減衰特性に及ぼす影響について考察する。まず、式(40a)の分散関係式を用い、図-2に液状化地盤厚が波の分散関係に及ぼす影響を評価した。ここで、液状化地盤の密度  $\rho_2$  は、液状化前の緩い砂地盤の間隙率が 0.45 程度であることを考慮して、 $\rho_2 = 1.9 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$  と設定した。図-2より、液状化フロントの進展に伴う液状化厚の増加により、進行波の波長が増加することが分かる。また、表-1に、水深  $h = 10 \text{ m}$ 、周期  $T = 10, 12, 14 \text{ s}$  の条件で、各液状化地盤厚に対応する波長を評価した結果を示す。この結果より、液状化地盤厚の増加に伴う波長の増加特性に関して、進行波の周期が与える影響は小さいことが分かる。

さらに、液状化地盤の粘性によるエネルギー損失の強さを示すパラメタは、式(53)を用いて図-3のように評価した。ここで、流動化した砂のせん断ひずみ速度は  $O(1)/(1/s)$  程度であると考え、渦岡ら(1997)の実験結果より、液状化地盤の動粘性係数  $\nu_2$  を  $\nu_2 = 1.0 \times 10^{-2} \text{ m}^2/\text{s}$  と設定した。この結果より、周期の長い波の方が、液状化地盤による影響を受けやすいことが分かる。

#### 3.2 液状化フロント下の未液状化地盤の応答特性

地盤の液状化に伴う、未液状化地盤内の間隙水圧の応答特性について考察する。式(43)を用いて、未液状化地盤における変動間隙水圧の応答特性を評価する。表-2の条件を用い、無次元変動水圧振幅を図-4に評価した。

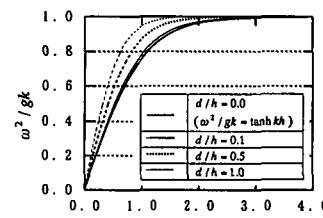


図-2 液状化地盤上を進行する波の分散関係

表-1 各液状化地盤厚に対応する波長 ( $h=10\text{ m}$ )  
単位(m)

$d/h$	$T$	10 s	12 s	14 s
0.0		99.0	118.8	138.6
0.1		101.8	122.2	142.5
0.3		107.7	129.3	150.9
0.5		114.1	136.9	159.8

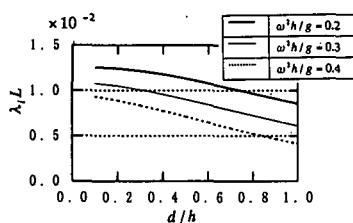
図-3 減衰パラメータ  $\lambda_i$  の評価 ( $h=10\text{ m}$  の場合)

表-2 計算条件

$T$	12(s)
$h$	10(m)
$\rho_2$	1,900(kg/m³)
$n$	0.45
$v$	0.30
$G$	$4 \times 10^7(\text{N}/\text{m}^2)$
$\beta$	$4 \times 10^7(\text{N}/\text{m}^2)$
$K$	$1 \times 10^{-8}(\text{m}^2/\text{s}/\text{kg})$

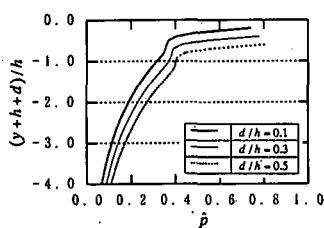


図-4 無次元変動間隙水圧振幅の鉛直方向変化

ここで、鉛直不均質性パラメーター  $\alpha=0$  として均質地盤を想定し、液状化していない条件における底面圧力振幅を用いて無次元化した。これまでの知見より、液状化の進行に伴って変動圧力振幅が増幅することが知られているが（例えば、Sassa and Sekiguchi, 1999），図-4 より、その機構を表すことができた。

また、液状化の進行に伴い、密度の高い流体領域IIが拡大し、未液状化地盤内の静水圧が増加する。そして、この増加分  $(\rho_2 - \rho_1)gd$  が残留間隙水圧として現れる。本モデルでは、解析で得られる変動水圧にこの残留水圧を加えることにより、全過剰間隙水圧を評価できる。

図-5に鉛直不均質透水性地盤に対する解析結果を示

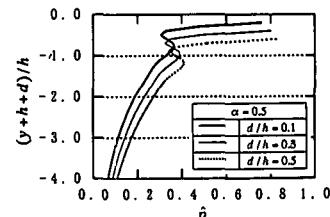


図-5 鉛直不均質透水性地盤内の無次元変動水圧振幅

す。この結果より、 $y < -(2h+d)$  程度の浅い領域で、鉛直不均質性の影響により、間隙水圧が地盤下方に伝達にくくなることが分かる。しかしながら、さらに下方では、間隙水圧が回復する傾向が見られる。

#### 4. 結語

本研究では、波浪一液状化地盤一未液状化地盤系の相互干渉について、新たな理論を構築し、解析を行った。以下に、本研究の主要な結果を示す。

- ①液状化地盤上を通過する波の分散関係、および減衰特性を明らかにした。
- ②液状化の進行に伴い、未液状化地盤内で変動間隙水圧振幅が増幅する機構について明らかにした。
- ③未液状化地盤について、鉛直不均質性地盤についても評価を行い、等方かつ均質性地盤とした場合と応答特性の違いを明らかにした。

謝辞：本研究を行うにあたり貴重なご意見、ご助言を頂いた京都大学防災研究所 関口秀雄教授と名古屋工業大学 北野利一助手に深甚なる感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 鶴岡良介・八嶋 厚・川上哲太郎 (1997): Bingham モデルを用いた液状化地盤の側方流動解析、第32回地盤工学研究発表会、pp. 893-894.
- 北野利一・溜本弘樹・中野 晋・間瀬 墓 (1998): 鉛直不均質透水性地盤の波浪応答理論、海岸論文集、第45巻、pp. 871-875.
- 佐々真志・関口秀雄 (1998): 波浪による砂質地盤の進行性液状化、第33回地盤工学研究発表会、pp. 937-938.
- Darlymple, A. R. and P. L.-F. Liu (1978): Wave over soft muds: A two-layer fluid model, J. Phys. Ocean. 8, pp. 1121-1131.
- Mei, C. C. and M. A. Foda (1981): Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface - a boundary layer theory, Geophys. J. R. Astr. Soc., Vol. 66, pp. 597-631.
- Sassa, S. and H. Sekiguchi (1999): Wave-induced liquefaction of beds of sand in a centrifuge, Geotechnique 49, No. 5, pp. 621-638.
- Yamamoto, T. and S. Takahashi (1985): Wave damping by soil motion, J. Water., Port, Coast. and Oc. Eng., Vol. 111, pp. 62-77.