

VOF 法を用いた衝撃砕波圧の計算と適用性

有川 太郎*・磯部 雅彦**・高橋 重雄***

1. はじめに

砕波による衝撃波圧は海の構造物にしばしば作用し、構造物の破壊を引き起こす。そのため、これまでに、その発生メカニズムを明らかにするために多くの実験による研究が行われてきた(例えば、高橋ら, 1983)。一方、最近では波圧予測に対して数値計算も適用されるようになったが、スパイクノイズと呼ばれる非常に大きな数値計算誤差の発生が問題となっている(数値波動水路研究会, 2001)。通常の波圧計算の場合には、スパイクノイズを人工的に除去するという対策も可能であるが、衝撃波圧計算の場合、スパイクノイズとの区別は困難となるため、その発生は予測精度を悪くする要因となる(Wuら, 1994; 渡部ら, 1999)。したがって、現在までのところの数値モデルも、波圧予測に関して実用的に使用可能であるほどの精度を有しておらず、その克服が急務である。ところで、数値波動水路研究会(2001)では、砕波のような複雑な界面を持つ現象にも適用可能な VOF 法に基づいた数値モデルを開発し、実務への適用を目指している。本研究では、それを基にスパイクノイズの発生原因を究明し、その対策を提案することで、さまざまなタイプの波圧予測に適用可能な数値モデルを構築することを目的とする。また、実験との比較により、本モデルの妥当性を検討した。

2. 基礎方程式および数値解析手法

(1) 基礎方程式

本研究では液相のみの計算とする。基礎方程式は鉛直断面 2 次元を考え、連続式、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

および保存形式で記述された Navier-Stokes 方程式を用い、

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial uu}{\partial x} + \frac{\partial wu}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \nu_e \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu_e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} \quad \dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial uw}{\partial x} + \frac{\partial ww}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} - g \\ & + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \nu_e \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \nu_e \left(2 \frac{\partial w}{\partial z} \right) \right\} \quad \dots (3) \end{aligned}$$

となる。ここで、 x, z は水平、垂直座標、 u, w は水平、垂直流速、 ρ は密度、 p は圧力、 ν_e は分子動粘性係数と渦動粘性係数の和、 g は重力加速度である。

また、自由表面を決定するための解析モデルは VOF 法を用い、計算格子内の流体面積の割合を表す VOF 関数 F の基礎方程式は、

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\partial uF}{\partial x} + \frac{\partial wF}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

で表される。そのとき、 F の値は 0 から 1 まで変化し、0 の場合を気体セル、0 から 1 までの間を表面セル、それに接するセルを流体セルとする。なお、乱流量計算には $k-\epsilon$ モデルを用いた。

(2) 計算フロー

従来の計算フローの概略を後掲図-2(a)に示す。まず SMAC アルゴリズムを用いて、支配方程式(1)および(2)、(3)を解き、次にドナー・アクセプタ法により F 関数の方程式(4)を解いて表面の位置を決定する。圧力境界に関しては気体セルは 0、表面セルは水表面が 0 となるようにした。これらは一般的なアルゴリズムであり、数値波動水路研究会(2001)にも詳しい。

次節で用いるために、SMAC アルゴリズムについて説明する。式(1)、(2)および(3)の離散化を行う。式(2)および(3)に関しては、圧力項のみ陰的に離散化すると、

$$\frac{\partial u^{n+1}}{\partial x} + \frac{\partial w^{n+1}}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$u^{n+1} = u^n + \Delta t \left\{ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial x} + G_x(u^n, w^n) \right\} \quad \dots (6)$$

$$w^{n+1} = w^n + \Delta t \left\{ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1}}{\partial z} + G_z(u^n, w^n) \right\} \quad \dots (7)$$

* 正会員 博(工) 港湾空港技術研究所
** フェロー 工 博 東京大学教授 新領域創成科学研究科
*** 正会員 工 博 港湾空港技術研究所

となる。ここで、 G_x, G_z はそれぞれ、式(2)および(3)の圧力項および時間項以外の項をまとめたものであり、空間差分に QUICK を使用した。これをもとに、未知数である $u^{n+1}, w^{n+1}, p^{n+1}$ を解く。その際、まず式(2)および(3)の圧力項に陽的な値を代入し、仮流速 $\tilde{u}, \tilde{w}$ を求める。つまり、

$$\tilde{u} = u^n + \Delta t \left\{ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial x} + G_x(u^n, w^n) \right\} \dots\dots\dots (8)$$

$$\tilde{w} = w^n + \Delta t \left\{ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^n}{\partial z} + G_z(u^n, w^n) \right\} \dots\dots\dots (9)$$

である。次に、式(6)、(7)から、式(8)、式(9)をそれぞれ引くと、

$$u^{n+1} - \tilde{u} = \Delta t \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1} - p^n}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (10)$$

$$w^{n+1} - \tilde{w} = \Delta t \left(-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^{n+1} - p^n}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (11)$$

となり、ここで、

$$\phi = -\frac{\Delta t}{\rho} (p^{n+1} - p^n) \dots\dots\dots (12)$$

とおくと、 ϕ を用いて、

$$u^{n+1} = \tilde{u} + \frac{\partial \phi}{\partial x} \dots\dots\dots (13)$$

$$w^{n+1} = \tilde{w} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \dots\dots\dots (14)$$

となる。したがって、式(1)を用いて、

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = -\left(\frac{\partial \tilde{u}}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial z} \right) \dots\dots\dots (15)$$

となる。これより仮流速を用いて、 ϕ が計算でき、式(12)、(13)および(14)の関係より、次のタイムステップの流速および圧力を求めることができる。

3. スパイクノイズ対策

(1) スパイクノイズの例

スパイクノイズの例を図-1に示す。拡大図に示すように極端に大きな値が1タイムステップのみに現れる。碎波など空気塊が水の中に取り込まれた場合に起こりやすい。この原因を2つのステップに分けて説明する。

(2) スパイクノイズの原因

圧力を決定しているのは式(12)であるので、ポアソン方程式(15)の解である ϕ の値が重要となる。式(15)の右辺は、仮流速を用いた連続式であり、式(8)および(9)から、1つのタイムステップ前の連続式および圧力の曲率で主に構成されていることがわかる。

a) ステップ1 (上昇) 流体セルのみ支配方程式を計算するため、あるタイムステップで気体セルや表面セルであったセルが、次のタイムステップで流体セルに変化(以後、相変化と呼ぶ)したとき、そのセルの1タ

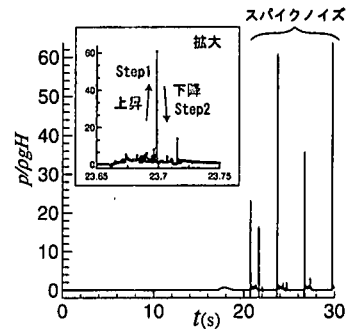


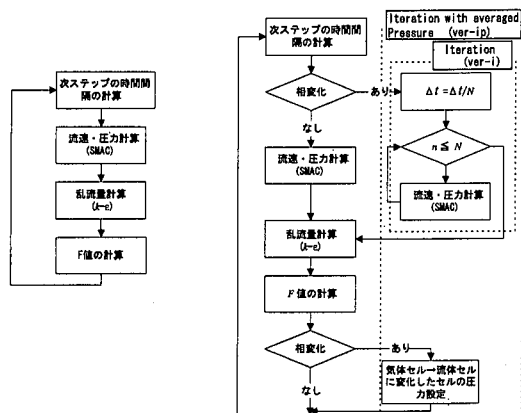
図-1 スパイクノイズの例

イムステップ前の連続式は、0ではなく誤差を含んでいる。また相変化する前、そのセルの圧力値は0もしくはほぼ0であったために、圧力の高い周りのセルから水が流入することとなり、連続式の誤差は負の値を持つこととなる。相変化のない流体セルは、前の時間では連続式を満たしているために、相変化したセルの誤差は相対的に非常に大きい。したがって、式(15)は正の単位点源をもつポアソン方程式となるので、その点の解は非常に大きな負となり、その影響は減少指数関数的に周りに広がることとなる。その結果、 p は式(12)より、相変化した点を中心に非現実的な正の値をもつこととなる。

b) ステップ2 (下降) 相変化したセルの圧力が周りに比べて大きくなったため、圧力の曲率は負となる。よって、式(15)の右辺は負となるために、その解 ϕ は正となる。そのとき、圧力の絶対値は大きいために曲率も大きく、 ϕ の絶対値は前タイムステップと同程度となり、相変化したセルの圧力は、周りの圧力値と同程度に戻るものとなる。次のステップからこの振動が収まらないのは、流体セルとなったため連続式が満足されていること、およびそのセルが周りと釣り合いの取れた圧力となったためである。

(3) 計算フローの改良

上述のことを踏まえて、まず、相変化したセルがあった場合、次のステップでの時間間隔 Δt を求めたあとに、 $\Delta t = \Delta t / N$ として、流速および圧力の計算、つまり SMAC アルゴリズムのみを繰り返すこととした(ver-i)。これにより、特異点の点源の影響を平滑化することができる。スパイクノイズは1タイムステップで修正されることとして、本研究では $N=2$ とした。ただしこの方法は、単に従来の計算法で得られた波圧結果からスパイクノイズを人工的に除去するというのではない。上述したように、スパイクノイズの発生原因は、セルの連続式が満たされないことであり、満たされない度合いによりスパイクノイズの大きさも変化する。つまり、小さな振動もそれが原因の場合がある。したがって、本方法により、それら



(a) 従来

(b) 改良

図-2 計算フローの概略

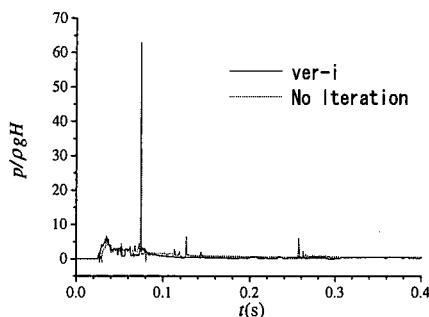


図-3 従来の計算との比較

を含めて自動的に平滑化することができる。

また、気体が流体の中に閉じこめられた場合、気体の圧力は回りの流体の圧力に近いと考えられる。そこで、相変化がありかつ気体セルであったセルの圧力を、周りのセルの圧力の平均値とした (ver-ip)。従来(図-2(a))および、改良したフロー(図-2(b))を示す。

(4) 改良の効果

改良の効果を見るために、計算結果の比較を行う。図-3は、従来のプログラム (No Iteration) による結果と、繰り返し処理のみを加えたプログラム (ver-i) による結果との比較である。それによると、従来では p/pgH が60を越えるスパイクノイズが発生しているが、繰り返し処理を加えることで、それが消去されている。

次に、繰り返し処理を加えただけの場合 (ver-i) と、気体セルから流体セルに変更したセルの圧力を周辺セルの平均値として設定した場合 (ver-ip) の比較を行った(図-4)。それによると、ver-ipの方が、振動が少なくなっていることがわかる。したがって今後の計算では ver-ip を用いる。

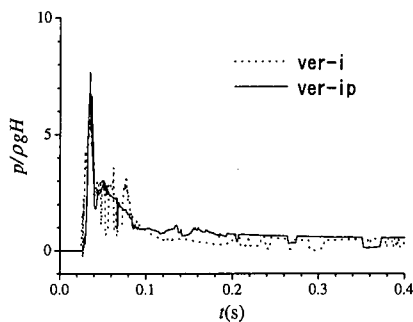


図-4 ver-i と ver-ip との比較

4. 衝撃波圧計算への適用性

(1) 数値計算の諸条件

前節までで、スパイクノイズが消去されることがわかった。ここでは、高橋ら(1983)の実験を基に、本手法の適用性について検討する。実験に使用した模型を図-5に示す。この実験では、 B_1 の長さを変えることで、さまざまな波が直立壁に作用した場合の波圧の検討を行っている。数値計算では、実験条件と同じく、 B_1 を、0.25 m, 0.50 m, 0.75 m, 1.00 m, 1.25 m, 1.50 m, 1.75 m, および 2.00 m と変化させて計算を行った。斜面勾配 1/10, 周期 3 s, 入射波高 0.25 m, 沖側水深 0.8 m とする。計算時間短縮のため、斜面の始まる前の水平距離を短くし、図-5の中の 130.83 m を 40.83 m にして計算領域全体を 50 m とした。格子間隔は、鉛直方向に $\Delta z = 0.016$ m, 水平方向に $\Delta x = 0.082$ m, ただし、構造物周りは $\Delta x = 0.0205$ m とした。計算時間間隔はクーラン数を越えないようにするために、毎時間ステップその条件を満足する時間間隔を計算した。

(2) 空間的な波形の比較

空間波形について実験写真と数値計算結果の比較を図-6~9に示す。実験結果では、 $B_1 = 25$ cm (図-6) では空気を巻き込んでおらず、 $B_1 = 50$ cm (図-7) では、少量の空気を巻き込んで衝突している。また、 $B_1 = 75$ cm (図-8) では、壁面のやや前方で砕け始め空気を巻き込

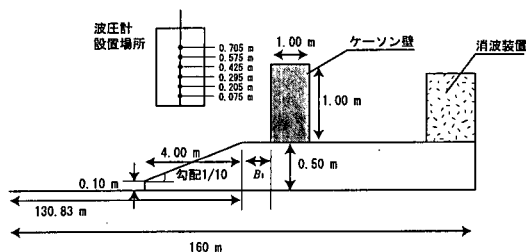


図-5 高橋ら(1983)の実験模型図

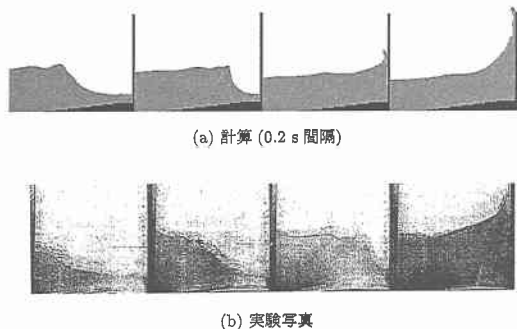
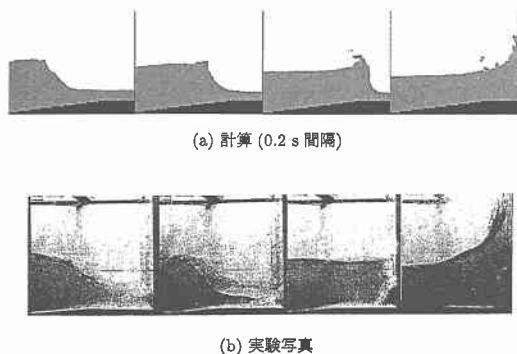
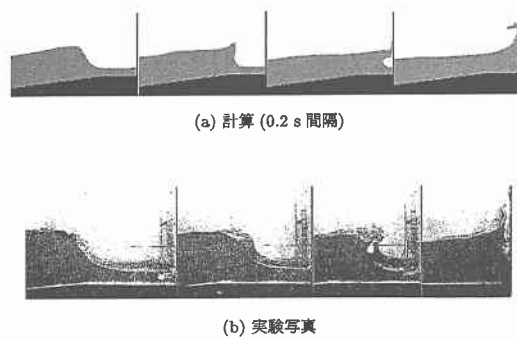
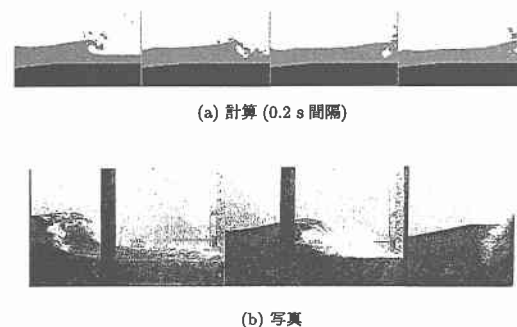
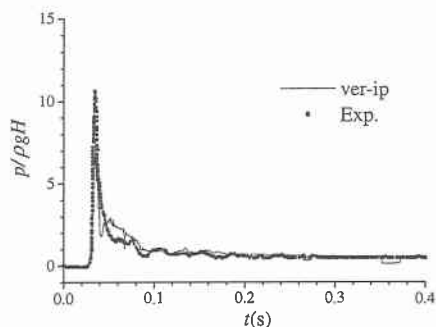
図-6 連続した空間図 ($B_1=25$ cm)図-7 連続した空間図 ($B_1=50$ cm)図-8 連続した空間図 ($B_1=75$ cm)図-9 連続した空間図 ($B_1=175$ cm)

図-10 実験との比較

んで壁面に衝突し、 $B_1=175$ cm (図-9) では、壁面のさらに前方で砕け、砕波後の波となって壁面に衝突する。また、図-10 は、 $B_1=50$ cm での実験結果との比較である。波圧計の場所は、0.295 m (静水面下 0.5 cm、図-5) である。これらより、定量的な判断はできないが、定性的には実験波形がよく再現されていることがわかる。

(3) 断面平均波圧強度の比較

断面平均波圧強度の比較を行った(図-11)。断面平均波圧強度は、実験と同じく、断面の波圧を積分し $1.5h$ で割った値とした。

Cal. (Max) は、計算時間内の最大波圧を、Cal. は第 3 波目の波圧をそれぞれ示している。白抜きの点は実験データである。 $B_1=50\sim 75$ cm 付近では、非常に薄く空気を巻き込んだ波が壁に作用するため、個々では大きな波圧値も存在しうると考えられる。ただし、空気を少しでも巻き込めば波圧値が落ちるために平均的には実験のよ

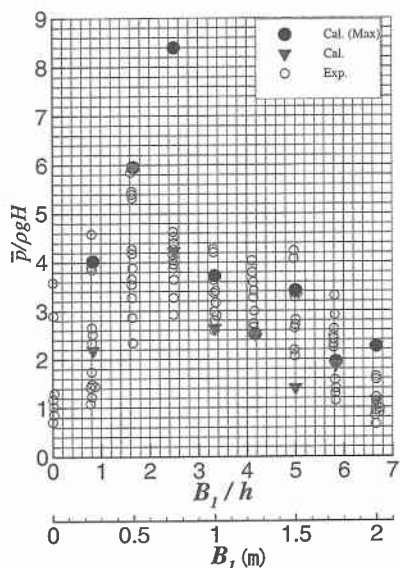


図-11 断面平均波圧強度の比較

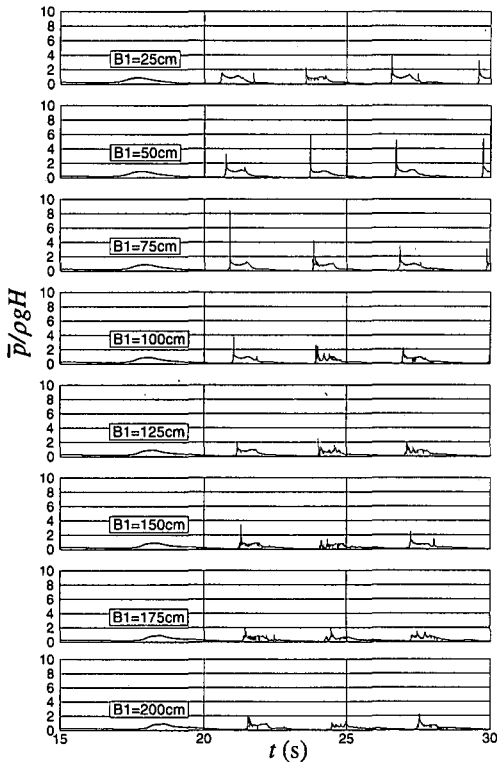


図-12 断面平均波圧強度の時系列

うになっている。その点を考慮するとほぼ実験のばらつきの範囲内で再現計算されていることがわかる。図-12は各ケースの断面平均波圧強度の時系列である。どのケースも Wagner 型のようなすどい立ち上がりが見える。 $B_1=75$ cm や $B_1=100$ cm 等では、空気を巻き込んだ砕波であるために、Bagnold 型のような巻き込まれた空気の圧縮による振動が実験では現れているが、計算では圧縮性の取り扱いがないために再現されていない。

(4) 作用時間の比較

次に、衝撃圧の作用時間を比較した(図-13)。作用時間は、衝撃圧のピーク値の半分になる時間と定義する。ただし、得られた数値データは不等時間間隔であるために、3 次のラグランジュ補間を用いて等時間間隔(0.0001 s)とし、さらに、小さな数値振動の影響を取り除くために移動平均を施した。このとき、移動平均する幅により多少値が異なるため、幅を 0 s~0.02 s まで変化させ、その平均値を代表として、ピーク波圧値と作用時間を求める。波圧データの場合は 0.295 m の点(図-5)である。また、 $B_1=25, 50, 75$ cm について比較し、造波開始より 2~4 波目を用いた(図-12 参照)。実験値は W (Wagner 型) および B (Bagnold 型) を区別している。

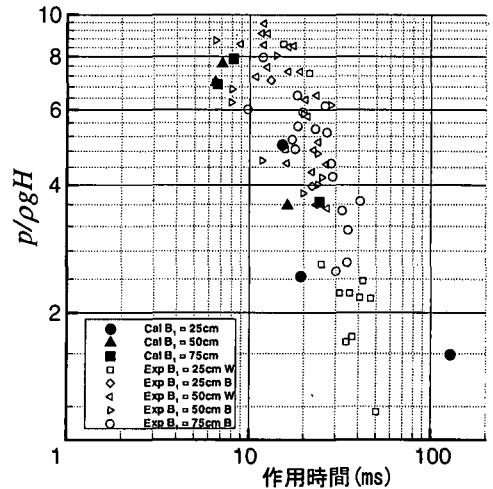


図-13 衝撃波圧の作用時間とピーク波圧の関係

図-13 より、ピークの波圧値は Wagner 型、Bagnold 型に関係なく精度良く予測できることがわかる。ただし、作用時間に関しては小さく見積もる傾向にあり、これは空気の圧縮効果が含まれていないためと考えられる。全体としてはほぼ実験と整合する値が得られた。

5. 結 論

VOF 法に基づいた数値モデルを用いて、スパイクノイズの発生原因を明らかにした。すなわち、非圧縮性の計算の場合、計算格子内の連続式が満たされていないことによるものである。したがって、繰り返し計算を導入しノイズを平滑化することで、スパイクノイズの発生を解消した。さらに、さまざまなタイプの波の直立壁に作用する圧力に対して本モデルを適用したところ、実験結果を精度良く再現することができ、本モデルの妥当性を確認した。取り込まれた空気の圧縮効果のモデル化が今後の課題となる。

参 考 文 献

- 高橋重雄・谷本勝利・鈴村諭司 (1983): 直立壁に作用する衝撃波圧の発生機構に関する一考察, 港研報告, 第 22 巻第 4 号, pp. 3-31.
- 数値波動水路の耐波設計への適用に関する研究会 (2001): 数値波動水路(CASMAS-SURF)の研究開発報告, 沿岸開発技術研究センター, 312 p.
- 渡部増憲・松本靖晴・早川哲也・王 毅・大塚淳一・安原幹雄・佐伯 浩 (1999): 衝撃波力の数値解析, 海洋開発論文集, 第 15 巻, pp. 375-380.
- Wu, N. T., H. Oumeraci and H.-W. Partenscky (1994): Numerical Modelling of Breaking Wave Impacts on a Vertical Wall, Proc. 24th ICCE, pp. 1672-1686.