

減衰波理論に基づく斜波中の波浪境界値問題の解析法とその適用性について

中村 孝幸* ・高木 伸雄**・中山 哲 徹***
河 野 徹****・菊 地 一 郎*****

1. ま え が き

従来、波と構造物の干渉過程で生じる逸散現象を取り扱える理論解析法は各種のものが提案されている。代表的な例としては、逸散を伴う構造物の流体力学的な特性を、等価線形化された抵抗係数と固体部の慣性係数を用いて表す方法がある（例えば Sollitt・Cross, 1972）。しかしながら、このような解析法では、特に固体部の波変形に及ぼす流体力学的な慣性効果の評価が難しいなどの欠点がある。一方、中村・井手（1997）は、構造物の断面形状を直接的に考慮して、剝離渦等の発生によるエネルギー逸散を近似的に考慮する減衰波理論を展開しており、この解析法では、構造物形状を直接的に考慮して算定するため、慣性係数は必要なく、抵抗係数のみが必要とされる。

ここでは、実際場でよく遭遇する斜波条件を対象にして、構造物まわりで生じるエネルギー逸散を考慮して作用波力や波変形の算定が可能な解析法を展開する。このとき、エネルギー逸散の取り扱い方法は、それを近似的に考慮する減衰波理論によるものとする。そして、解析法の適用性を検討するため、渦流れの発生が顕著なカーテン防波堤などを対象にして水理実験を行い、実験結果との比較からその妥当性を検証する。この際、解析で必要とされる線形抵抗係数や減衰流体領域の広さの設定法などについても検討する。

2. 解析モデル

ここで想定した解析モデルは、波の入射方向を除けば、中村・井手（1997）が直角入射の条件の減衰波に対して想定したものと同一である。すなわち、図-1 に示すように、エネルギー逸散が顕著な構造物まわりの波動場を領域Ⅰから領域Ⅲまでの3領域に分割する。このとき、水深は各領域で異なってもよいが、ここでは一定水深と仮

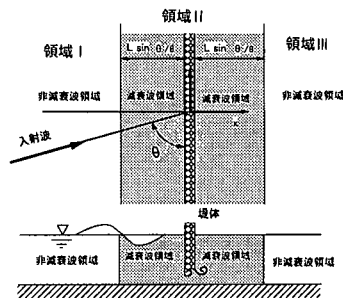


図-1 斜め入射波に対する解析モデル

定する。領域Ⅰおよび領域Ⅲにおいては、入射波と反射波が共存、および透過波のみが存在する領域で非減衰波領域とする。一方、領域Ⅱは構造物まわりのように渦流れ等の流体抵抗による逸散が生じるような減衰波領域を想定する。

このとき、構造物の断面は、その堤軸方向 (y 軸方向) に変化しないものとし、入射波は堤軸より角度 θ の方向から作用するものとする。

減衰波領域は、渦流れ等の発生によるエネルギー逸散を近似的に考慮するために設けられたもので、この減衰波領域の解析には、直角入射の条件のときと同様な運動方程式が適用できるものとする。この運動方程式は、次式で表される（中村・井手, 1997）。

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \nabla(p + pgz) - f_c \omega \vec{v} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\vec{v}$: 流速ベクトル、 p : 圧力、 ρ : 流体密度、 g : 重力加速度、 f_c : 線形抵抗係数、 ω : 角振動数 ($=2\pi/T$, T : 周期) である。

式 (1) は、Sollitt ら (1972) による透過性防波堤による波変形の解析で用いられている運動方程式と類似しているが、構造物の形状を直接的に考慮して波浪境界値問題の解析を行うため、固体部の流体力学的な慣性効果は含まれていない。そして、式 (1) の右辺第 2 項が渦流れの発生等による抵抗項を線形化したもので、波のエネルギー逸散に関係する。

ここでは、線形波動理論が適用できるものとしており、入射波として図-1 中に示すような斜め入射波を想定す

* 正 会 員 工博 愛媛大学助教授 工学部環境建設工学科
** 正 会 員 農博 (独)水産総合研究センター水産工学研究所 水産土木工学部長
*** 正 会 員 (独)水産総合研究センター水産工学研究所 水産土木工学部
**** 正 会 員 復建調査設計(株) 沿岸開発部
***** 学生会員 愛媛大学大学院 工学研究科環境建設工学専攻

ると、領域Ⅰでのその速度ポテンシャル Φ_0 は次式のように定義できる。

$$\Phi_0(x, z, t) = -\frac{igH}{2\omega} \frac{\cosh k(h_1 + z)}{\cosh kh_1} e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)} \\ = \Phi_0(x, z) e^{i(k_y y - \omega t)} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 H ：入射波高、 k_x, k_y ：非減衰波の進行波モードの波数 k の x, y 成分で、 $(k_x, k_y) = (k \sin \theta, k \cos \theta)$ で与えられる。また、 $i = \sqrt{-1}$ 、 h_1 ：領域Ⅰの水深、 Φ_0 ：入射波ポテンシャルの複素振幅で、 x 軸上の代表量に相当する。

3. 波浪境界値問題とその解法

3.1 基礎方程式

上記のような解析モデルを想定するとき、減衰波領域においても式(1)の rotation をとると $\text{rot } \vec{v} = 0$ が導けて、流体運動が無渦運動であることから速度ポテンシャルが定義でき、その基礎方程式は次式で示す3次元のラプラスの方程式になる。

$$\frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial z^2} = 0 \quad (j = \text{I, II, III}) \quad \dots\dots (3)$$

ここに、 Φ_j ：各領域での速度ポテンシャルであり、入射波が直接的に存在する領域Ⅰでは、入射波のポテンシャル Φ_0 とこの領域での回折散乱波ポテンシャル Φ_{S1} の線形和 $\Phi_1 = \Phi_0 + \Phi_{S1}$ で表される。また、その他の領域Ⅱ、Ⅲでは、回折散乱波ポテンシャル $\Phi_{S(\text{II, III})}$ で表される。

斜め入射の条件下では、第Ⅰ～Ⅲ領域において、堤軸方向 (y 軸方向) への波数成分は保存されることから、各領域の波数の y 軸方向成分および回折散乱波の速度ポテンシャルは次式のように仮定できる。

$$k_y = k_j \cos \theta_j \quad (j = \text{I, II, III}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$\Phi_{Sj}(x, y, z, \theta; t) = \Phi_{Sj}(x, z) \exp(ik_y y) \exp(-i\omega t) \\ (j = \text{I, II, III}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

ここに、 Φ_{Sj} ：各領域での回折散乱波の速度ポテンシャルの複素振幅で、特に $y=0$ の x 軸上におけるそれに相当する。式(4)の関係式は、幾何光学でよく知られているスネルの法則である。

式(5)を式(3)に代入すると、このときの基礎方程式である2次元のヘルムホルツ方程式が導ける。

$$\frac{\partial^2 \Phi_{Sj}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi_{Sj}}{\partial z^2} - k_y^2 \Phi_{Sj} = 0 \quad (j = \text{I, II, III}) \quad \dots\dots (6)$$

3.2 境界条件

いま、構造物は減衰波領域内にあるものとして、 Φ_{S1} は、その没水表面 S_b で次式の不透過条件を満足する必要がある。

$$\left. \frac{\partial \Phi_{S1}}{\partial n} \right|_{\text{on } S_b} = 0 \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\partial/\partial n$ ：没水表面での外向き法線微分である。

水表面における境界条件は、減衰波領域Ⅱでは線形抵抗力の効果を考慮して次式により表される。

$$\frac{\partial \Phi_{11}}{\partial z} = -(1 + i f_c) \left(\frac{1}{g} \right) \frac{\partial^2 \Phi_{11}}{\partial t^2} \Big|_{x=0} \quad \dots\dots\dots (8)$$

一方、非減衰波領域では、この式で単に $f_c = 0$ とすることにより与えられる。水底の条件は、各領域に共通で不透過条件で表される。

本解析モデルのように各領域ごとにポテンシャルを設定する、いわゆる領域分割法では、各領域間での圧力と流速の接続条件が必要になる。代表例として、領域ⅠとⅡの接続境界 $x=l_1$ における接続条件を示すと次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \text{圧力連続：} \Phi_0 + \Phi_{S1} &= (1 + i f_c) \Phi_{S11} \\ \text{流速連続：} \frac{\partial(\Phi_0 + \Phi_{S1})}{\partial n_1} &= -\frac{\partial \Phi_{S11}}{\partial n_{11}} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $\partial/\partial n_j$ は各領域 j での内向き法線微分を表す。

3.3 湧き出し分布法による解法

ここでは、未知ポテンシャルである Φ_{Sj} の算定には、グリーン関数を核関数とする湧き出し分布を用いた。このとき、領域Ⅰ、Ⅲでは、中村・森田(1988)による非減衰波に対する斜波中のグリーン関数 G_0 が、また領域Ⅱでは後述する減衰波に対するそれ G_D が適用できる。このような算定式を一般的に示すと、次のようである。

$$\Phi(x, z) = \int_S f(X, Z) G(x, z; X, Z) dS(X, Z) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $f(X, Z)$ ：物体表面および接続境界面 (X, Z) に分布させる湧き出し強さの分布関数、 G ：グリーン関数 (x, z)：波浪ポテンシャルを求める流体中の一般点、 S ：各領域に含まれる物体表面および接続境界面で構成される境界線領域である。

具体的な算定では、湧き出し強さ $f(X, Z)$ が未知数であり、これは式(7)の物体表面での不透過条件および式(9)の接続境界条件を用いて決定できる。

なお、式(7)の水表面の条件および水底の不透過条件は、式(6)の基礎方程式を含め、グリーン関数を誘導する際に考慮されているため、必要としない。

3.4 斜波中における減衰波のグリーン関数

減衰波領域での斜波中のグリーン関数を G_D とすると、これは減衰波領域の回折散乱波ポテンシャルの基礎式である式(6)の特異解であることから、次式を解いて求められる。

$$\frac{\partial^2 G_D}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 G_D}{\partial z^2} - k_y^2 G_D = \delta(x-X) \delta(z-Z) \quad \dots\dots (11)$$

ここに、 δ ：ディラックのデルタ関数、(X, Z)：湧き出しであるグリーン関数の置かれる位置である。

G_D が満足すべき境界条件は、式(7)の水表面の条件

および水底の不透過条件, さらに発散条件の3つである。式(11)を解き, このような境界条件を満足する G_D を求めると, 結果として次のようになる。

$$G_D(x, z; X, Z; \theta) = - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{i}{U_n} \frac{\mu_n^2 - \lambda^2}{(\mu_n^2 - \lambda^2)h + \lambda} \cdot \cosh \mu_n(h+z) \cdot \cosh \mu_n(h+Z) \cdot \exp(iU_n|x-X|) \cdots (12)$$

ここに, λ は次式により, また μ_n は減衰波領域の波数で, 分散関係式である次式の第2, 3式を解いて与えられる。

$$\lambda = \frac{\omega^2}{g}(1 + if_c) = \mu_n \exp \mu_n h \quad (n=0, 1, 2, \cdots) \cdots (13)$$

また, U_n は次式で定義される量で, 堤体軸に直交する x 軸方向の波数成分に相当する。

$$U_n = \sqrt{\mu_n^2 - k_y^2} \quad (n=0, 1, 2, \cdots) \cdots (14)$$

式(12)の G_D は, 直角入射の条件, すなわち $k_y=0$ とすると, 中村・井手(1997)により求められている, 直角入射に対する減衰波のグリーン関数と一致するもので, U_n を含む項が入射角の影響を表すことになる。また, 減衰波の波数 μ_n , U_n は複素数であり, その虚数部が波高減衰に関係する。

3.5 反射・透過率

反射率 C_r と透過率 C_t は, 領域 I と III でのそれぞれ反射波高および透過波高と入射波高との比で定義されることから, 速度ポテンシャルを用いると次式で与えられる。

$$C_r = \left| \frac{\varphi_0 + \varphi_{SI}}{\varphi_0} \right|, \quad C_t = \left| \frac{\varphi_{SIII}}{\varphi_0} \right| \cdots (15)$$

3.6 減衰波領域および線形抵抗係数

上記した減衰波の理論では, 2つの未確定なパラメータを含む。一つは, 減衰波領域の広さであり, もう一つは線形抵抗係数である。従来, 減衰波領域は流れの剝離やその発達した渦流れの影響する領域として定義されており, 中村・井手(1997)は波動場中の渦流れの観測結果に基づき, 堤体の前後の $L/8$ (L : 波長) までの領域を減衰波領域としている。

ここでは, 斜め入射の条件を対象にしていることから, このような減衰波領域の設定を変更する必要があると考えられる。極端な例として, 図-1に示す入射角が限りなく堤体軸方向に近い状態を考えると, 構造物まわりの渦流れの発生は抑制されるようになることが容易に想像される。このため, ここでは図-1中に示すように, 斜波条件下での減衰波領域は, 作用波の波長を x 軸方向に射影した長さ ($L \sin \theta$) の $1/8$ としてみた。このような設定にすると, 直角入射の条件のとき, 従来の $L/8$ に一致すると共に, 斜め入射のとき減衰波領域は縮小し, 渦領域が

狭くなることに一致する。

一方, 線形抵抗係数 f_c については, 直角入射の条件下で用いられている $0.1 < f_c < 0.25$ の範囲の値が斜波条件下でも適用できるものとした。この詳細については, 後述する。

4. 実験結果と算定結果

4.1 実験装置および実験方法

a) 実験水槽

実験には, 水産総合研究センター水産工学研究所の長さ28 m, 高さ1 m, 幅10 mの3次元造波水槽および愛媛大学の長さ28 m, 幅1 m, 高さ1.25 mの2次元水槽の両者を用いた。そして, 3次元水槽では斜め入射の実験を, 2次元水槽では直角入射の実験を実施した。

斜め入射の実験を行った平面水槽では, 水槽側壁からの反射波の影響を低減するため, 側壁前面に20 cm程度の厚さのヘチマロン(消波材)をとりつけた。また平面水槽および長水槽の両者共に, 水槽端部よりの反射波を防ぐため, 碎石消波工を設けた。

b) 模型堤体

実験で用いた模型堤体は, 図-2に示す異吃水2重式防波堤である。この模型の縮尺は $1/18$ 程度を想定している。この防波堤の消波原理は, 中村ら(1999)により紹介されているように, 前面壁と後面カーテン壁との間の遊水室内でピストンモードの波浪共振を生起させ, その振動運動に伴い特に前面壁の周辺で強い渦流れを引き起こして波エネルギーを逸散させるものである。この形式の防波堤では, 特に単一カーテン防波堤で見られる高い反射波を有意に低減できることが報告されている。

c) 実験方法および実験条件

2次元水槽の実験では, 模型ユニットを水槽幅に等しくなるように2基連結して設置して, 透過率および反射率を測定した。このとき, 反射率は入・反射波の分離推定法に基づき求めた。

平面水槽実験では, 図-3に示すように計13基の模型ユニットを入射角が60度なるように傾斜配置した。このとき, 波高計は図中に示すように計11台を設置して, 反射率および透過率が測定できるようにした。反射率の推定には, 中村・森田(1988)による斜波条件下での入・反射波の分離推定法を用いた。

模型の設置水深 h は, 2次元実験および3次元実験共に30 cmと一定にした。作用波の条件も両実験で同一で, 入射波高 H は4 cm, 7 cmの2種類, 周期 T が0.70~1.30 sの範囲の10種類とした。

4.2 線形抵抗係数および減衰波領域に関する検討

図-4, 5は, 異吃水2重式防波堤を対象にして, 各種の線形抵抗係数 f_c を採用して反射率 C_r および透過率

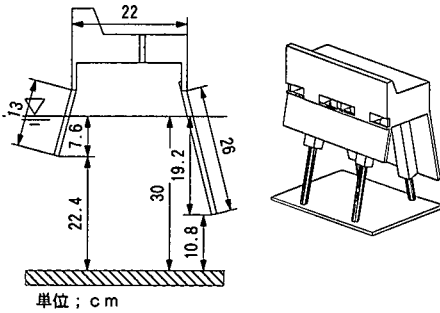


図-2 異吃水二重式防波堤の模型

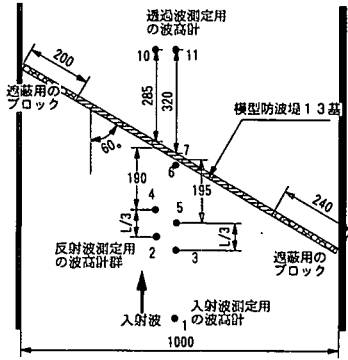


図-3 平面水槽での模型および波高計の配置状況

C_t を算定した結果を示す。図中には、比較のため実験結果も示してある。ここでは、周期に関する無次元量として、遊水室幅 B と波長 L の比が採用してある。

これらの図より、線形抵抗係数 f_c を0.20とすると、実験結果との対応が比較的良く、特に透過率や反射率の極小値の推定に適切といえる。

次に、図-6, 7は、やはり異吃水二重式防波堤を対象にして、減衰波領域の設定法による C_r , C_t の変化を検討した結果を示す。このとき、入射角は60度である。図中では、減衰波領域の広さとして、図-1に示すように $L \sin \theta/8$ としたときおよび入射角に依存せず $L/8$ としたときの両者が採用してある。なお、線形抵抗係数には上記の検討で適切であることが確認された $f_c=0.20$ が用いてある。

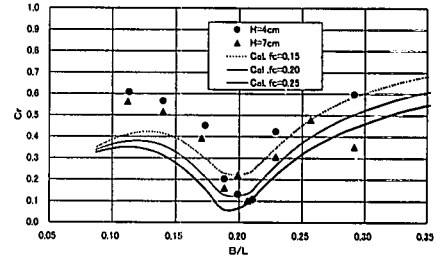
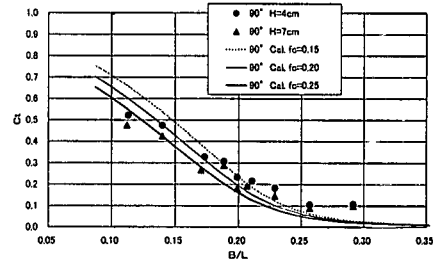
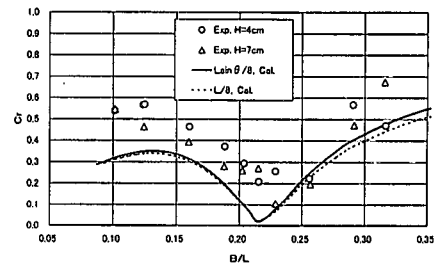
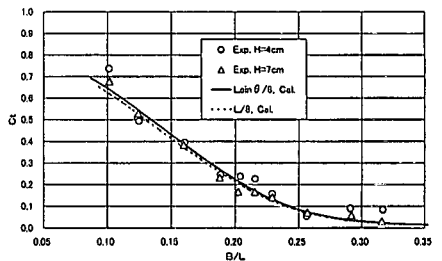
これら算定結果の比較から、入射角が60度程度のときには、減衰波領域の設定法による差異はほとんど有意でないことが分かる。また、 C_r , C_t の実験結果と算定結果は概略的に一致しており、線形抵抗係数の値は直角入射の条件のときと同程度の値を用いてもよいといえる。

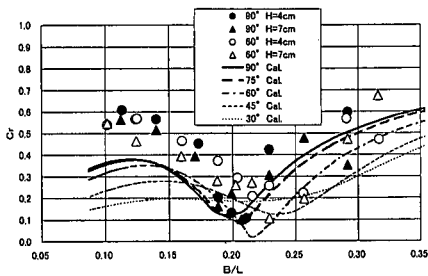
本研究では、他の入射角の条件に対しても同様の検討を行っているが、減衰波領域の設定法による差異が有意に見られるようになるのは、入射角が45度以下と比較的傾斜角が小さい条件下であることを確認しており、こ

に付記しておく。そして、減衰波領域の設定法としては、堤体への入射角が小さな場合を想定すると、堤体の前後面より $L \sin \theta/8$ とする方がよいと推測される。

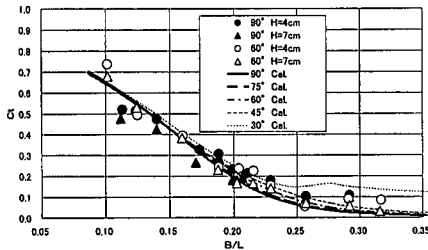
4.3 入射角に関する検討

図-8, 9は、反射率 C_r , 透過率 C_t の入射角による変化を検討したもので、これら諸量と B/L の関係が入射角

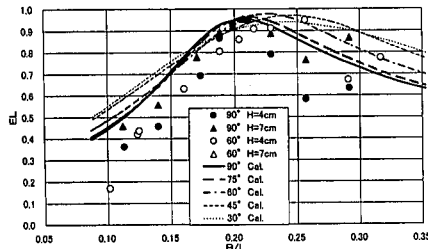
図-4 直角入射のときの異吃水二重式防波堤の反射率 C_r 図-5 直角入射のときの異吃水二重式防波堤の透過率 C_t 図-6 入射角60度のときの異吃水二重式防波堤の反射率 C_r ($f_c=0.20$)図-7 入射角60度のときの異吃水二重式防波堤の透過率 C_t ($f_c=0.20$)



図—8 入射角による異吃水二重式防波堤の反射率 C_r の変化 ($f_c=0.20$)



図—9 入射角による異吃水二重式防波堤の透過率 C_t の変化 ($f_c=0.20$)



図—10 入射角による異吃水二重式防波堤のエネルギー逸散率 EL の変化 ($f_c=0.20$)

によりどのように変化するかを示す。図中には、比較のため直角入射および60度入射の条件に対する実験結果も示す。算定では、減衰波領域の広さとして堤体の前後面より $L \sin \theta/8$ が用いてある。

まず、図—8に着目すると、反射率 C_r が一旦極小となる B/L の値は、入射角が減少すると、順次増加し、より短周期側で極小の反射率が現れるようになることが分かる。なお、 C_r が一旦極小となるのは、遊水室内でピストンモードの波浪共振が発生し、これにより反射波が減勢されることによる。そして、このような入射角による傾向は、実験結果においても同様に認められる。この理由としては、式 (12) に現れる x 軸方向の波数成分 U_n によってが指摘でき、具体的にはこの波数成分に対応する見かけの波長が直角入射のときより増大するため、同一

周期の条件下でもあたかもより長周期の波が作用する状態と同じになるためと考えられる。

また、 C_r の算定結果の傾向として、極小反射率は入射角が60度程度で最小となり、入射角がさらに小さくなると一旦反射率が極小を示す傾向は見られなくなる。これは、遊水室内のピストンモードの波浪共振が入射角により影響されるためと考えられる。

次に図—9の透過率を見ると、算定結果では、やはり入射角が減少すると多少ながら増加する傾向が見られる。これは、上述した x 軸方向の波数成分 U_n による影響と考えられる。そして、実験結果と算定結果を比較すると、両者は定性的にも定量的にもほぼ一致している。

図—10は、図—8, 9に基づきエネルギー逸散率 EL を求めたもので、反射率の挙動と同様に、 EL の極大値は入射角に伴い B/L の大きな短周期側に移行することが確認できる。そして、この図に見られるように EL は最大で95%にも達することや、この逸散率は本解析法により概略的に推定できることが分かる。

5. 結 語

(1) 本研究で開発した解析法により、渦流れ等の発生による波のエネルギー逸散を近似的に考慮して斜波中の構造物と波との干渉問題が取り扱える。このとき、減衰波領域の広さは、入射角の影響を採り入れた設定法によるものが実在流体中の逸散効果をより厳密に評価できる。

(2) エネルギー逸散の顕著な異吃水二重式カーテン防波堤の反射率 C_r は、遊水室幅と波長の比 B/L のみならず、入射角 θ によっても変化する。これは遊水室内の波浪共振の発生が入射角に強く依存するためである。

以上、実験結果と算定結果との比較から本解析法の適用性などを検討してきたが、両結果は定性的にはほぼ一致するものの、定量的には不十分であり、理論解析法について今後さらなる検討が必要である。

参 考 文 献

- 中村孝幸・森田知志 (1988): 斜波中における透過性防波堤の消波効果と作用波力の特性について, 第35回海岸工学講演会論文集, pp. 547-551.
- 中村孝幸・井出善彦 (1997): 減衰波中における浮体の動揺理論とその適用性に関する研究, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 856-860.
- 中村孝幸・神川裕美・河野 徹・榎本一徳 (1999): 傾斜板列を前面壁とする二重式カーテン防波堤による波浪制御効果について, 海洋開発論文集, 第15巻, pp. 13-18.
- Sollitt, C. K. and R. H. Cross (1972): Wave transmission through permeable breakwater, Proc. 13th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 1827-1846.