

境界適合格子を用いた河口流出流の数値計算

糸 永 宣 昭*・田 中 仁**

1. はじめに

著者らはこれまで河口地形変動に関する数値計算手法の開発を行っている(桑原ら, 1995, 1996)。検討対象とした宮城県・名取川の河口には二本の導流堤がある(図-1 参照)。数値シミュレーションによって河川の平面流況を把握する際には, このような導流堤などの構造物の表現精度を高めるために計算格子間隔を十分に小さくとる必要があるが, 格子の設定法に関して詳細な検討を行った例は無い。そこで, 本研究では名取川河口部を対象として数値計算に用いる格子形状(特に河口導流堤の差分近似精度)に着目し, 正方格子を用いた数値計算結果との比較・検討, ならびに流路形状の表現能力を向上させるという目的から境界適合座標(BFC)を用いた流れの数値計算を行い, これらについて詳細な比較を行った。

2. 計算対象の概要

本研究の対象である名取川は宮城県のほぼ中央部に位置する一級河川であり, 流域面積 938.9 km², 幹川流路延長 55.0 km である。河口地形の概要を図-1 に示した。

3. 数値計算手法および計算条件

3.1 計算格子

本研究では, 桑原ら(1995)により報告されている正方格子の計算と, BFC を用いた計算を行った。複雑な形状をもった領域における流れを取り扱う場合, 正方格子

を用いると曲線境界が階段形状に近似されるため, 境界条件を正確に課することが困難になる場合がある。格子間隔を小さくすれば境界表現能力は向上するが, 計算時間の増大につながる。一方で, 境界に沿った格子を用いれば, 少ない格子点数でも正確な境界条件を容易に課することができる。また, 計算空間内では, 等間隔格子になるように写像変換を行うために, そこでの差分式が簡潔になる。組織的に定めらる BFC 格子を生成するための手法に関してはすでに多くの優れた成書がある(Thompson et al., 1994; 数値流体力学編集委員会, 1995)。本研究ではこれらにならない, 楕円型偏微分方程式によって BFC 格子生成を行った。図-2 に名取川河口部 BFC 格子図を示す。

3.2 基礎方程式

基礎式は浅水方程式であり, これを Leap-Frog 差分法によって解いた。BFC 格子を用いた数値計算ではデカルト座標系 (x, y) で表示される連続式と運動方程式を一

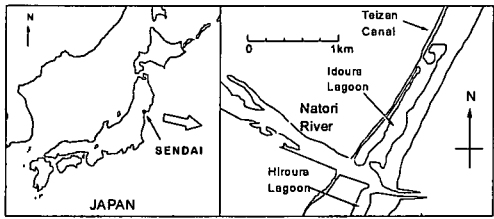


図-1 名取川河口地形概要

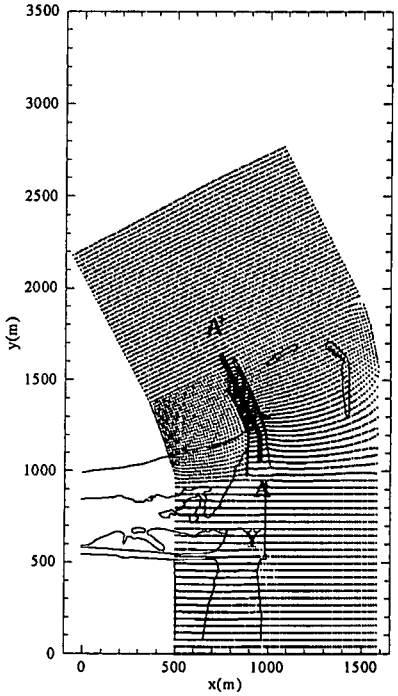


図-2 名取川河口部 BFC 格子図

* 正会員 修(工) 西日本旅客鉄道株式会社 広島支社
** 正会員 工 博 東北大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻

般座標系 (ξ, η) に変形した以下の式 (例えば, 長田ら, 1999) を解いた。

【連続式】

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{h}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{Uh}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{Vh}{J} \right) = 0 \quad \dots\dots (1)$$

【運動方程式】

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{M}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{UM}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{VM}{J} \right) \\ = -gh \left(\frac{\xi_x}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_x}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_{bx}}{\rho J} \quad \dots\dots (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{N}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{UN}{J} \right) + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{VN}{J} \right) \\ = -gh \left(\frac{\xi_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \xi} + \frac{\eta_y}{J} \frac{\partial z_s}{\partial \eta} \right) - \frac{\tau_{by}}{\rho J} \quad \dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここで, (M, N) : (x, y) 方向の流量フラックス, z_s : 水位, $(\xi_x, \eta_x, \xi_y, \eta_y)$: 変換のマトリックス, h : 水深, J : 座標変換のヤコビアン, (U, V) : 流速ベクトルの反変成分, g : 重力加速度, ρ : 流体密度, (τ_{bx}, τ_{by}) : 底面せん断力である。

3.3 計算条件

一般に, 河口を対象とした数値計算においては地形変動とこれに伴う河口水位変動の予測が主たる目的であるが, 本研究では固定床計算とし, 水理特性のみに関する検討を行うこととした。これは, 後述のように, 使用する格子に応じて得られる流速値に差が見られ, たとえ移動床計算まで行ってもその相違の主たる要因は水理計算に帰されるものであり, 水理計算の精度に関する検討が必要であると判断されたからである。そこで, 同一の地形条件のもとで地形変動は無いものとして, 単純化された地形条件での計算を行った。これに伴い, 入力する流量・潮位条件についても変動を与えず, 定常計算とした。

まず, 格子系については, 前述のように正方格子と BFC によるものを採用した。表-1 にその設定条件を示す。なお, 上記のように本研究では陽形式の差分法を用いたため, それぞれの格子間隔に応じた安定条件により Δt が定まり, 計算時間の節約のためにそれらに基づく値を用いたため, 各ケースで時間刻みが異なる。

次に, 計算に入力する流量・潮位条件に関しては, 名取川河口において実際に観測された洪水波形である図-3 をもとに定めた。なお, 同洪水時に見られた河口内水位変動・地形変動を対象とした詳細な再現計算がすでに桑原ら (1995) により行われており, 計算においては正方格子が使用されている。

表-2 に示す Case 1 はピーク到達前の流量に対応するものであり, 桑原ら (1995) の使用したものと同じ初期値地形を用いた。一方, 表-3 に示す Case 2 の条件は

表-1 計算格子

Type	格子形状	格子数	計算時間間隔 (s)
Type 1	15 m 正方格子	69×145	0.8
Type 2	7.5 m 正方格子	137×289	0.4
Type 3	BFC	91×97	0.1

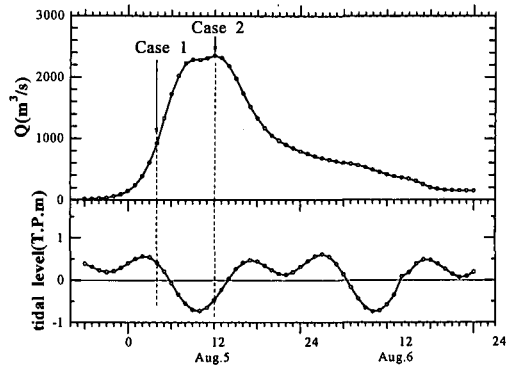


図-3 洪水波形・潮位波形 (1986 年 8 月 5 日～6 日)

表-2 Case 1 の境界条件 (ピーク流量前)

計算領域上流端	一定流量 924.1 m³/s
計算領域下流端	一定潮位 T.P.+0.41 m
計算時間	3 時間

表-3 Case 2 の境界条件 (ピーク流量時)

計算領域上流端	一定流量 2356.2 m³/s
計算領域下流端	一定流量 T.P.+0.41 m
計算時間	3 時間

洪水流量ピーク時に対応する。ただ, この時刻での実測地形は存在しない。そこで, 桑原ら (1995) の計算で得られている同時刻の地形データに適当な補間を施すことにより, 表-1 の 3 つの格子に対応する地形データを作成した。

4. 計算結果

4.1 Case 1

図-4 に各格子の計算で得られた導流堤内中央部 (図-2 中の太線 A-A') における水位分布図を示す。この図より, 導流堤内の水位は Type 3, Type 2, Type 1 の順で大きくなっていることが分かる。この傾向は図中の $y=1250\text{ m} \sim 1450\text{ m}$ の位置 (導流堤最狭部, 湾曲部) で顕著である。その後, $y=1500\text{ m}$ (導流堤先端部) 以降の海域側では各 Type の間で水位分布の差異は小さい。

次に, 図-5, 図-6, 図-7 に 3 つの Type の導流堤内水位分布の海側から見た鳥瞰図を示す。図-5～図-7 中

の太線は水位の等高線(低いものから順に, T.P.+0.5 m ~ T.P.+1.0 m)を表している。これを見ると Type 3, Type 2, Type 1 の順で等高線間隔が密になっており, 図-4 と同様の結果となっていることが分かる。また, 導流堤近傍(図中の矢印記号)に注目すると, 正方格子を用いた図-5, 図-6 ではメッシュの隅角部において水位がせきあげられているが, 境界適合座標を使用した図-7 ではこのような水位のせきあげは生じていない。また, 導流堤内の全体的な水位分布に注目すると, Type 3, Type 2, Type 1 の順で水位が高くなっていることが分かる。

図-8 は図-4 のラインと同じ位置での流速(絶対値)縦断分布を示している。流量一定の条件で計算を行っているので, 図-4 に示された水位の大小に対応した関係が認められる。

以上の結果から, 図-5, 図-6 に見られたように, 正方格子での導流堤形状の階段状近似が側壁の粗度として作用し, 水位のせきあげ・速度の低減をもたらしていると言える。通常, 河口地形の数値計算には既存の流砂量式が用いられるが, その多くは速度の三乗から六乗に比例する式形を有する。したがって, 図-8 に見られる速度の大小は, 地形変化の計算に有意な差を生む要因になるものと考えられる。

4.2 Case 2

図-9 に導流堤内中央部における各 Type の水位分布図を示す。図-3 と比較すると Case 1 の結果と同様に導流堤内の水位は Type 3, Type 2, Type 1 の順で大きくなっており, Type 3 との水位差は Case 1 のそれよりも大きい。次に, 図-10~図-12 に 3 つの Type の導流堤内水位分布鳥瞰図を示す。

図-10~図-12 中の太線は水位の等高線(斜面方向に向かって T.P.-0.5 m ~ T.P.+0.0 m)を表している。これを見ると Type 3, Type 2, Type 1 の順で等高線間隔が密になっており, また, 導流堤近傍(図中の矢印記

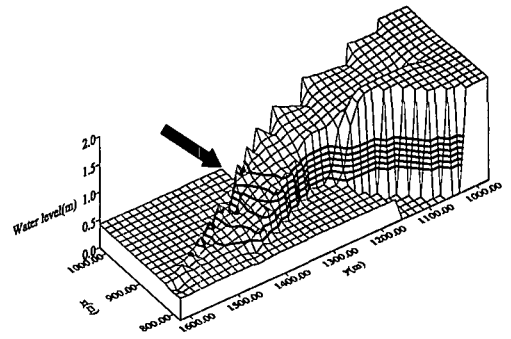


図-5 導流堤内水位分布鳥瞰図 (Type 1)

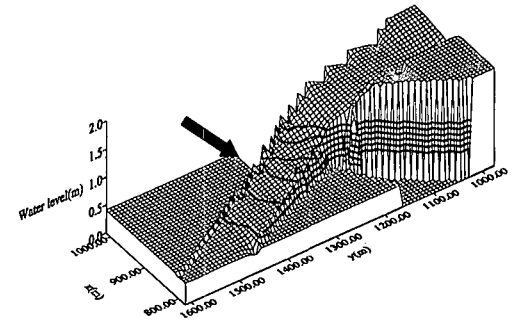


図-6 導流堤内水位分布鳥瞰図 (Type 2)

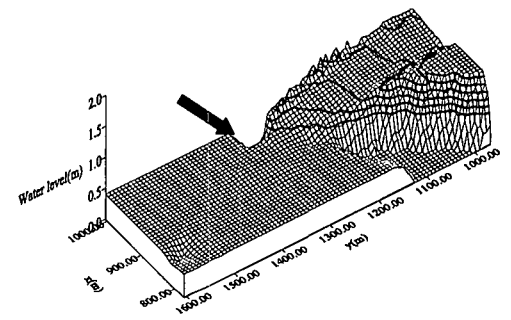


図-7 導流堤内水位分布鳥瞰図 (Type 3)

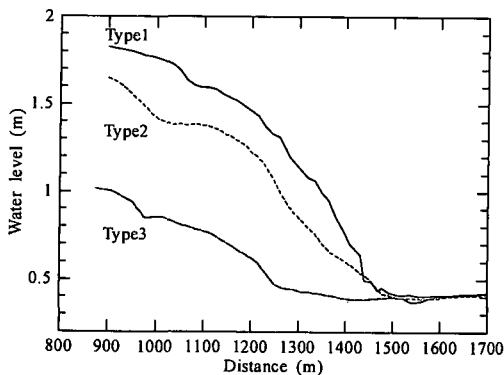


図-4 導流堤内中央部水位分布図 (A-A'断面)

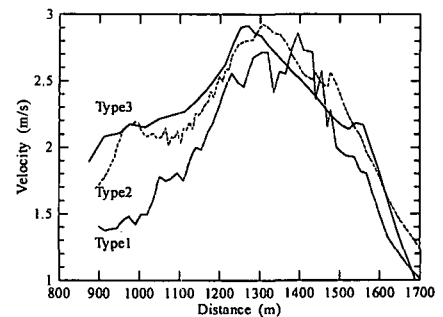


図-8 導流堤内中央部流速分布図

号)に注目すると、図-10、図-11ではメッシュの隅角部において水位がせきあげられているが、図-12ではこのような水位のせきあげは生じていない。以上の結果は、Case 1のものと同様である。

図-4、図-9中の、 $y=1250\text{ m}\sim 1450\text{ m}$ の位置において3つのTypeの水位分布に大きな差異が見られたのは、数値計算上での流路形状の表現能力の違いによるものであると考えられる。本来、湾曲した形状を持つ導流堤を正方格子で表現すると、階段状の形状でしか表現できない。ところがBFC格子の場合、流路表現能力が正方格子のそれと比べて高いので、表-1に示したような少ない格子数でも、境界近似誤差の影響を受けない数値計算を行うことができる。

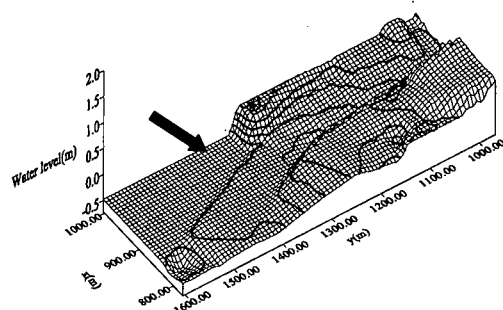


図-12 導流堤内水位分布鳥瞰図 (Type 3)

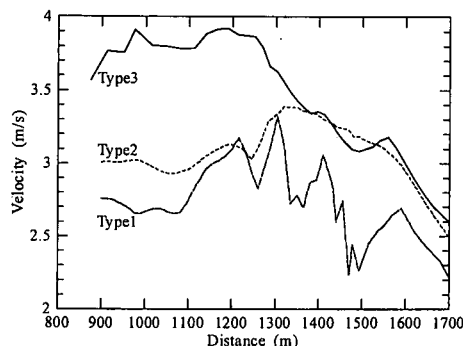


図-13 導流堤内中央部流速分布図

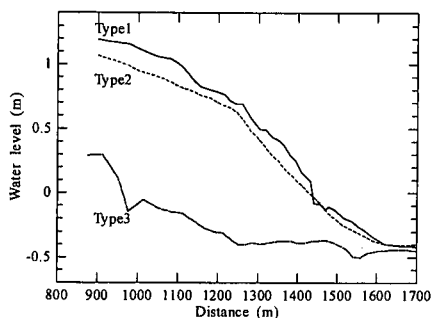


図-9 導流堤内中央部水位分布図 (A-A'断面)

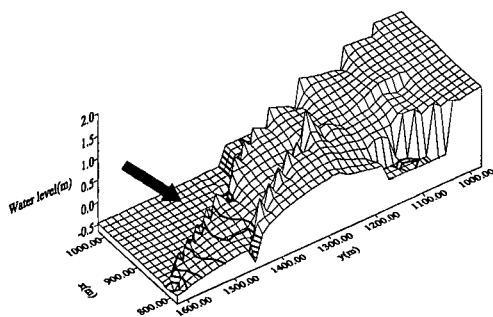


図-10 導流堤内水位分布鳥瞰図 (Type 1)

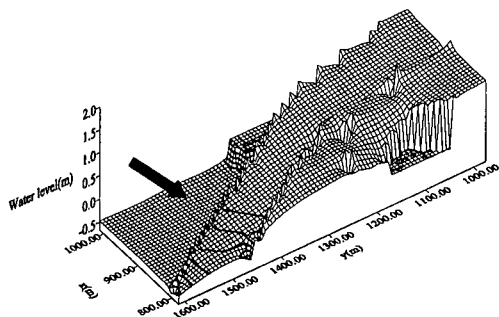


図-11 導流堤内水位分布鳥瞰図 (Type 2)

図-13は導流堤内の流速の縦断分布を示したものであり、先の図-8に比べ、流量の大きい分、各計算格子間での差違がより顕著である。

5. まとめ

本研究では、正方格子・境界適合座標格子の双方を用いた河口流出の数値計算を行い、河口導流堤の形状近似が水位・流速に与える影響を定量的に評価した。その結果、正方格子の計算では格子隅角部で水位のせきあげ現象が生じ、境界適合格子ではこのような現象が生じていないことが分かった。今回の数値計算においては、固定床・定常流れとした計算であったため実測値との比較を行わず各計算法の精度の定量的評価が出来なかった。ただし、少なくとも境界部の線形を滑らかに近似できることにより、正方格子の計算において現れた格子サイズに依存した不自然な水位上昇を回避できる点で、BFCは優れた計算法と言える。このような流路形状の表現能力の相違は、流速の値にも有意な差違を生み出し、地形変動計算における流砂量式のキャリブレーション過程に影響を与えているものと判断される。

謝辞：本研究を行うにあたり、国土交通省東北地方整備局仙台工事事務所から貴重な資料を提供して頂いた。

ここに記して深く謝意を表する。本研究に対して文部省科学研究費の補助を受けたことを付記する。

参 考 文 献

桑原直樹・田中 仁・佐藤勝弘・首藤伸夫 (1995): 洪水時における河口地形変化の数値計算, 海岸工学論文集, 第 42 巻, pp. 596-600.

桑原直樹・田中 仁 (1996): 洪水時の河口砂州崩壊現象に対する砂州高さ・潮位変動影響に関する研究, 海岸工学論文集,

第 43 巻, pp. 631-635.

数値流体力学編集委員会 (1995): 格子形成法とコンピュータグラフィックス, 東京大学出版会, 186 p.

長田信寿・細田 尚・村本嘉雄 (1999): 河岸侵食を伴う河道変動の特性とその数値解析法に関する研究, 土木学会論文集, No. 621/II-47, pp. 23-40.

Thompson, J. F., Warsi, Z. U. A. and Mastin, C. W. (小国 力・河村哲也訳) (1994): 数値格子生成の基礎と応用, 丸善, 336 p.
