

砕波による渦度供給を考慮した砕波帯内の波・流れ場のモデル化

大 山 巧*・長谷部 雅 伸**

1. はじめに

砕波現象における一連の力学的プロセスにおいて特徴的かつ重要なことは、非砕波時のポテンシャル的な流れ場（波動場）が「乱れ」の大きい流れ場に変化することである。しかし、Madsen ら (1997) に代表される多くの水深積分型の解析法では、本質的にポテンシャル流れの延長上で砕波現象が扱われており、乱れの生成、逸散過程まで踏み込んだモデル化の試みは少ない。水深積分型の流れの方程式に乱流モデルを組み込んだ例としては、Nwogu (1996)、灘岡・大野 (1997)、有川・磯部 (1998)、大山ら (1999) などが挙げられるが、砕波大規模渦により生成される回転流速成分まで考慮したモデル化とはなっていない。

これに対して、最近、Veeramony and Svendsen (2000) は、砕波による渦度の生成と時空間発展を考慮した手法を開発している。この手法は、既存の手法に比べて、物理現象をより忠実にモデル化したものと位置付けられ、砕波帯内の流速場についても比較的良好な精度で予測可能であることが示されている。しかし、渦度の計算過程において、定常的な跳水実験の結果から得られた surface roller の形状、およびその下面で計測された渦度分布を境界条件として用いているため、ダイナミックな渦度の変化が表現できる一般性の高いモデル化とはなっていない。

そこで、本研究では、砕波による渦度の供給過程を含めた新たなモデルを提案する。Veeramony ら (2000) の手法との本質的な相違点は、surface roller という solid body 的な概念を用いず渦度の時空間発展をモデル化している点にある。本論では、斜面上および潜堤を通過する際の砕波現象を扱った既存の実験結果との比較から、本モデルの基本的検証を行う。

2. モデルの構成式

(1) 流速成分の表現

本モデルでは計算効率化のために、Boussinesq 型の弱

非線形性と弱分散性の仮定 ($O(\epsilon) = O(\mu^2) \ll 1$) を導入し、座標系および変数については大山ら (1999) と同様な無次元化を行った。なお、具体的な式展開は無次元化した形で進めたが、本論では次元量に変換して表示する。まず、連続式と底面の不透過条件から、鉛直流速 w は以下のように表される。

$$w = -\nabla \cdot \int_{-h}^z \tilde{u} dz \dots\dots\dots (1)$$

ただし、 $\tilde{u} \equiv (u, v)$ は水平流速ベクトル、 h は水深である。水平軸回りの渦度の定義式：

$$\tilde{\omega}_H \equiv (\omega_x, \omega_y) = \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z}, \frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) \dots\dots\dots (2)$$

に式 (1) を代入した後、鉛直積分を行い整理すれば、水平流速成分は渦度 $\tilde{\omega}_H$ に依存した項 $\tilde{u}_r \equiv (u_r, v_r)$ と残りの項 $\tilde{u}_p \equiv (u_p, v_p)$ の和として以下のように表される。

$$\tilde{u} = \tilde{u}_p + \tilde{u}_r \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} \tilde{u}_p = & \bar{U}_p - \left(z + \frac{h}{2} \right) \nabla \left\{ \nabla \cdot [h \bar{U}_p] \right\} \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{h^3}{3} - z^2 \right) \nabla [\nabla \cdot \bar{U}_p] \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\tilde{u}_r = \left[\int_{-h}^z \left(\omega_y - \frac{\partial \Omega}{\partial x} \right) dz, \int_{-h}^z \left(-\omega_x - \frac{\partial \Omega}{\partial y} \right) dz \right] \dots\dots\dots (5)$$

$$\Omega = \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z \int_{-h}^z \omega_y dz dz - \frac{\partial}{\partial y} \int_{-h}^z \int_{-h}^z \omega_x dz dz \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\bar{U}_p$ は $\tilde{u}_p$ の水深平均、 $\nabla \equiv (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ である。

(2) 鉛直積分型 Reynolds 方程式

まず連続式を水深積分し、これらを線流量成分 $\vec{Q}$ ：

$$\vec{Q} \equiv (Q_x, Q_y) = \left(\int_{-h}^{\eta} u dz, \int_{-h}^{\eta} v dz \right) \dots\dots\dots (7)$$

で表せば、以下ようになる。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{Q} = 0 \dots\dots\dots (8)$$

運動量方程式については、渦粘性モデルを導入する。まず、鉛直方向の運動量方程式を z から水面位置まで鉛直積分し、自由表面の力学的条件式を代入すると、圧力 p は以下のように表される。

* 正会員 工博 清水建設(株)技術研究所 流体解析グループ
** 正会員 工修 清水建設(株)技術研究所 流体解析グループ

$$\frac{d}{dt} = g(\eta - z) + \int_z^\eta \frac{\partial w}{\partial t} dz - \int_z^\eta R_z dz \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 ρ は流体密度、 η は水面変動量、 R_z は Reynolds 応力の z 成分であり、 ε と μ^2 に関する高次項は無視している。式(9)を水平方向の運動量方程式に代入して圧力を消去した後、水深積分する。さらに、自由表面と底面の運動学的条件を考慮し、式(1)を用いて w を消去すれば、最終的に $\bar{Q}$ に関する以下の運動量方程式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + g(\eta + h) \nabla \eta - \frac{h^2}{2} \nabla \left[\nabla \cdot \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} \right] \\ + \frac{h^3}{6} \nabla \left[\nabla \cdot \left(\frac{1}{h} \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} \right) \right] - \nabla \left[\nabla \cdot \frac{\partial \bar{N}}{\partial t} \right] + \bar{C} \\ = \int_{-h}^\eta \bar{R}_H dz + \int_{-h}^\eta \nabla \int_z^\eta R_z dz dz \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

$$\bar{C} \equiv \left[\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x^2}{h} + M_{xx} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_x Q_y}{h} + M_{xy} \right) \\ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q_x Q_y}{h} + M_{xy} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{Q_y^2}{h} + M_{yy} \right) \end{aligned} \right] \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{xx} &\equiv \int_{-h}^\eta (u_r^2 - U_r^2) dz \\ M_{xy} &\equiv \int_{-h}^\eta (u_r v_r - U_r V_r) dz \\ M_{yy} &\equiv \int_{-h}^\eta (v_r^2 - V_r^2) dz \\ \bar{N} &\equiv \int_{-h}^\eta \int_z^\eta (\bar{u}_r - \bar{U}_r) dz dz dz \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $\bar{U}_r \equiv (U_r, V_r)$ は $\bar{u}_r$ の水深平均、 $\bar{R}_H \equiv (R_x, R_y)$ は Reynolds 応力の水平成分である。なお、 M_{xx} 、 M_{xy} 、 M_{yy} および $\bar{N}$ に関する式展開は、Veeramonyら(2000)と同様な手順で行った。簡単のため、乱れエネルギー K と渦動粘性係数 ν_t を鉛直平均値 $\bar{K}$ 、 $\bar{\nu}_t$ で代表させるものとすれば、Reynolds 応力項は以下のように表される。

$$\left. \begin{aligned} R_x &= -\frac{2}{3} \frac{\partial \bar{K}}{\partial x} + 2 \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \\ R_y &= -\frac{2}{3} \frac{\partial \bar{K}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + 2 \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} \\ R_z &= \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} - 2 \frac{\partial (\sigma_{xx} + \sigma_{yy})}{\partial z} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{xx} &= \bar{\nu}_t \frac{\partial u}{\partial x}, \sigma_{yy} = \bar{\nu}_t \frac{\partial v}{\partial y}, \tau_{xy} = \tau_{yx} = \bar{\nu}_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \\ \tau_{yz} &= \tau_{zy} = \bar{\nu}_t \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right), \tau_{zx} = \tau_{xz} = \bar{\nu}_t \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

(3) 乱流モデルと生成項の評価

乱れエネルギー $\bar{K}$ の算定には、1方程式モデル：

$$\frac{\partial \bar{K}}{\partial t} + (\bar{U} \cdot \nabla) \bar{K} = \bar{P}_k - c^* \frac{\bar{K}^{3/2}}{l^*} + \nabla \cdot \left(\frac{\bar{\nu}_t}{\sigma_k} \nabla \bar{K} \right) \dots\dots\dots (15)$$

$$\bar{\nu}_t = \bar{K}^{1/2} l^* \dots\dots\dots (16)$$

を用いた。ここで、 c^* および σ_k は係数(ここでは $c^* = 0.09$ 、 $\sigma_k = 1.0$ と設定)、 $\bar{P}_k$ は乱れエネルギー生成項の水深平均値、 l^* は乱れの長さスケールである。

乱流モデルで一般的に用いられている P_k は、テンソル表示により以下のように表される。

$$P_k = \nu_t S^2, \quad S \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2} \dots\dots\dots (17)$$

ただし、 $i, j = 1, 2, 3$ であり、 $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ 、 $(u_1, u_2, u_3) = (u, v, w)$ である。加藤(1997)は、式(17)を用いると、渦度の小さい領域で過剰な乱れエネルギーが生成されることを指摘し、その修正表現として次式を提案している。

$$P_k = \nu_t S S^*, \quad S^* \equiv \sqrt{\frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)^2} \dots\dots\dots (18)$$

この評価式は、砕波帯内外の波動を扱う際に実現象と整合性を保つものになっている。すなわち、ポテンシャル流れに支配される砕波帯外の波動場では $P_k \approx 0$ となり、砕波帯内では渦度成分の発生とともに乱れエネルギーが生成されるわけである。そこで、本モデルにおいても式(18)により P_k を評価することとした。

(4) 渦度の供給と時間発展のモデル化

砕波判定には水面上の圧力勾配値に基づく判定法(灘岡ら, 1996)を採用し、砕波限界線と渦度供給線を定義した。式(10)において渦度流速成分が直接的に関与する項は、移流項、分散項および Reynolds 応力項であり、いずれも $O(\varepsilon)$ あるいは $O(\mu^2)$ のオーダーを持つ。したがって、渦度自体は最低次数 $O(1)$ で評価すればよいことになる。Reynolds 方程式から導かれる最低次数の渦度方程式に生成項を付加すると以下ようになる。

$$\frac{\partial \bar{\omega}_H}{\partial t} = \bar{P}_\omega + \bar{\nu}_t \frac{\partial^2 \bar{\omega}_H}{\partial z^2} \dots\dots\dots (19)$$

ただし、 $\bar{P}_\omega \equiv (P_{\omega x}, P_{\omega y})$ は渦度供給フラックスである。式(19)に示されるように、最低次数の渦度の時空間変化については鉛直拡散のみを考慮すればよいため、渦度の計算に伴う計算負荷は小さい。

今、進行波型の砕波を考えると、波峰前面には大規模渦が生成され、渦の先端部(toe)から渦度が供給される。本モデルでは、砕波限界線の前面 $0.5\eta_c$ 離れた位置(η_c : 波峰での水面変動量)に砕波限界線と平行な渦度供給線を定義し、ここで集中的に渦度を供給することとした。灘岡ら(1992)によれば、一波あたりの全渦度供給フラックスは $c^2/2$ (c : 波速)と見積もられる。ここでは、波速 c の代わりに砕波限界線上の法線方向(x^*)の流速成分

u_x^* を用いて、以下のように渦度供給フラックスを与えた。

$$P^* = \begin{cases} \frac{1}{2} \delta(x^*) \delta(z-z^*) u_x^{*2} & (\text{for } u_x^* > 0) \\ 0 & (\text{for } u_x^* \leq 0) \end{cases} \dots (20)$$

ここで、 δ はデルタ関数、 z^* は渦度を供給する z 座標である。 ω_x と ω_y への割り振りについては、幾何学的な関係により、以下のように評価した。

$$(P_{\omega x}, P_{\omega y}) = (-n_y P^*, n_x P^*) \dots (21)$$

ただし、 (n_x, n_y) は砕波限界線の法線ベクトル成分である。なお、現実的には渦度は底面からも供給されるが、砕波による供給よりも十分に小さいとして無視することとし、次式を渦度の境界条件として与えた。

$$\omega_x = \omega_y = 0 \quad (z = -h, \eta) \dots (22)$$

参考のため、図-1 に一様勾配斜面上の砕波（後述の Case 6）における渦度分布の計算例を示す。砕波直後に波峰前面に供給された渦度は、時間とともに鉛直下向きに拡散し、波峰背後では渦度のピークが水深中央部に移動していることがわかる。砕波後 1/10 周期以降の渦度分布は、surface roller 下面での渦度を境界条件として与えた Veeramony ら（2000）の計算結果と定性的に似ている。

(5) 数値計算の方法

本モデルにおいて解くべき方程式は、連続式(8)、運動量方程式(10)、乱流方程式(15)および渦度方程式(19)であり、未知数は $\eta, \bar{Q}, \bar{K}, \bar{\omega}_H$ である。渦度流速成分 $\bar{u}_r$ は式(5)から求められ、これと $\bar{Q}$ から $\bar{u}_p$ が算定できる。

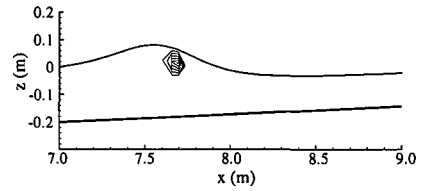
式(8)、(10)、(15)における水平方向の空間的離散化には有限要素法を用い、渦度方程式(19)の鉛直方向の離散化については差分法を適用した。なお、渦度方程式を解く際の鉛直メッシュ数は5で一定とし、砕波による渦度の供給は水面よりも1メッシュ下の位置で行った。また、時間方向の離散化については、運動量方程式(10)に Adams-Bashforth-Moulton の Predictor-Corrector スキーム、その他の方程式には中央差分を適用した。

3. モデルの基本検証

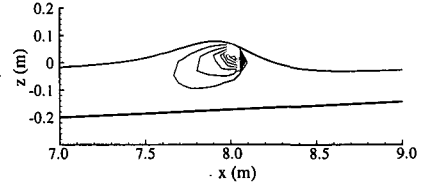
(1) 検討条件

本検討で参照した模型実験の一覧を表-1 に示す。入射波はいずれも規則波であり、底面形状としては一様勾配斜面と潜堤を対象とした。図-2 には、Case 4, 5(Beji ら, 1993) および Case 6 (Cox ら, 1995) について、底面形状および水位と流速の測定位置を示す。

砕波判定条件としては、物理的には水面上の圧力勾配が0という限界を用いるべきであるが、この条件を用いた計算では Case 4 の潜堤上の砕波が検出されなかった。

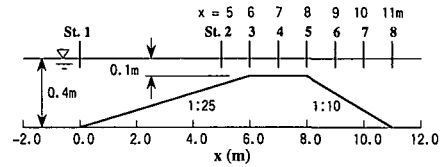


(a) 砕波直後

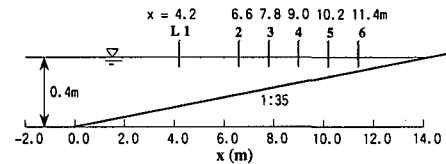


(b) 1/10 周期後

図-1 一様勾配斜面上での渦度の計算例



(a) Case 4, 5 (Beji ら, 1993)



(b) Case 6 (Cox ら, 1995)

図-2 Case 4, 5, 6 の底面形状と水位・流速測定位置

これは、本モデルで導入している弱非線形仮定の影響で砕波点近傍の圧力勾配が精度良く予測できないためと考えられる。そこでここでは、便宜的に判定条件を緩和し、

$$\frac{1}{\rho g} \frac{\partial p}{\partial z} \Big|_{z=\eta} = -0.5 \dots (23)$$

を砕波限界圧力勾配とした。また、乱れのスケールについては、実験結果との整合性を考慮して、

$$l^* = 1.5 H_0 \dots (24)$$

と設定した。ただし、 H_0 は入射波高である。

(2) 波高および平均水位に関する比較

図-3 は、Case 1, 2, 3 の一様勾配斜面上の砕波に関して、波高と平均水位の分布を比較したものである。まず、斜面上での浅水変形に関しては、いずれのケースも実験結果と非常に良く一致しており、波浪条件による差異が明確に現れている。ただし砕波点近傍の波高は、弱非線形性の仮定の影響で過小評価になっている。また、砕波点よりも岸側では、解析結果は実験結果よりも緩や

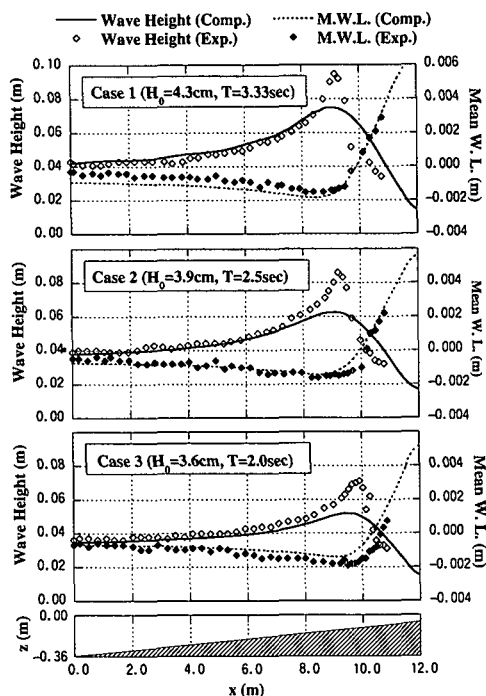


図-3 波高分布と平均水位の比較 (Case 1, 2, 3)

かに波高が減衰している。一方、平均水位の変化については各ケースとも実験結果と良い一致を示している。

図-4 には、潜堤のケース (Case 4, 5) に関する比較を示す。この場合は、一様勾配斜面上で起こる連続的な碎波とは異なり、逸散される波のエネルギーは一部に限られており、潜堤通過後は再生された波が分裂波となって伝播する。図中には、本モデルで過渡を与えた領域も示してある。波高の小さい Case 4 は、Case 5 よりも碎波点が岸側にずれ、過渡供給領域も若干狭くなっている。Beji ら (1993) によれば、Case 4 では Spilling 型、Case 5 では Plunging 型の碎波が観測されている。本モデルでは、碎波形式によるパラメータ (乱れスケールなど) のキャリブレーションを行っていないが、波高減衰率 (透過側と入射側の波高比) や平均水位変化について、入射波高による差異が良好に再現されていることがわかる。

(3) 水面変動波形および流速波形に関する比較

図-5 に、Case 5 の St. 3, 4, 5, 7 における水面波形の比較を示す。潜堤上 (St. 3, 4, 5) で碎波により波高が徐々に減衰していく状況が、解析でも良好に再現されている。ただし、St. 4, 5 では主波峰の高さが過大に予測されていることから、本計算では波エネルギー逸散の過程が実験よりもやや緩やかに評価されていることがわかる。また、本モデルでは Boussinesq 仮定を導入しているため、潜堤通過後 (St. 7) の波形に関しては、実験との一致が悪くなっているが、エネルギーレベルとしては実

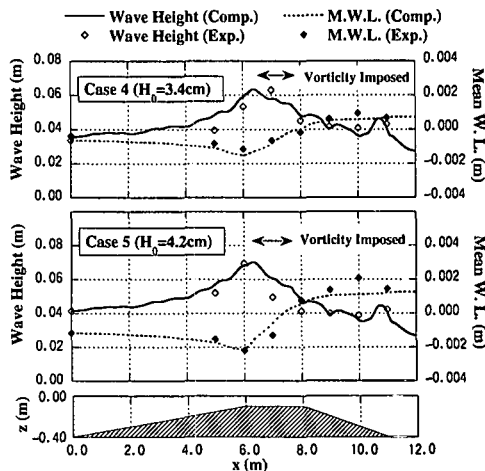


図-4 波高分布と平均水位の比較 (Case 4, 5)

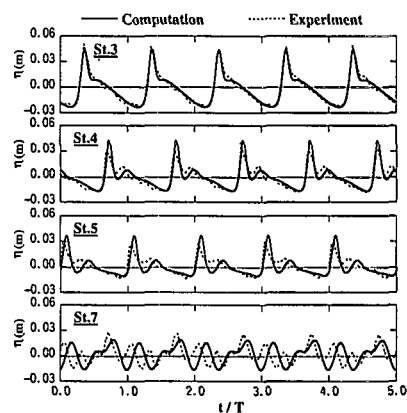


図-5 水面波形の比較 (Case 4, 5)

験とほぼ同等であると考えられる。

図-6 は、Case 6 (一様勾配斜面) の典型的な測定点 (L2, 3, 4, 6) における水面波形および流速波形を比較したものである。流速測定の前直位置は、水深のほぼ中央部である。この場合、L2 が碎波点、L4, 5, 6 が十分に発達した bore 領域、L3 はその遷移領域に設定されている (Cox ら, 1995)。前述したように、碎波点 L2 での水面波形については実験に見られる先鋭的な波形が再現されていないが、水深中央部での流速波形に関する一致は良い。遷移領域である L3 では、水平流速の一周期平均値に差異が生じている。これは後に示すように、実験ではこの位置で強い戻り流れが発生しているためである。一方、bore が十分に発達した領域 (L4, 6) に関しては、鋸歯状の水面波形と水平流速波形、およびトラフがほぼ平坦になる鉛直流速波形がほぼ良好に再現されている。図-7 に、戻り流れに関する比較を示す。本解析結果では、特に遷移領域 (L3) における戻り流れが実験結果よりも

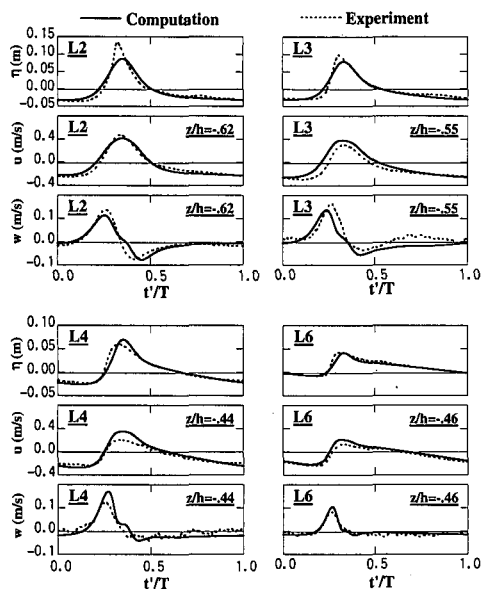


図-6 水面・流速波形の比較 (Case 6)

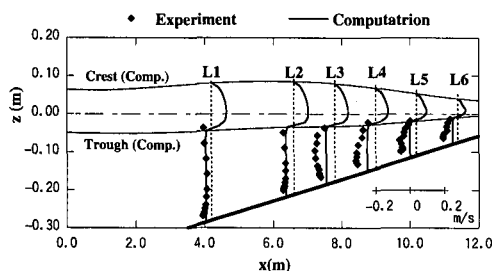


図-7 戻り流れの比較 (Case 6)

小さくなっている。戻り流れはトラフレベル以上の質量輸送分を補償するために形成されるわけであるが、実験では遷移領域の水面付近で本モデルで評価したよりも強い岸向きの流れが発生したと思われる。このように、本モデルは戻り流れをやや弱く予測する傾向が見られるが、boreが発達した領域では実験結果との差異は小さくなっている。

4. おわりに

水深積分型の砕波解析法として、砕波による渦度供給過程を含めたモデル化を行った。本手法は、これまでの主に非回転流れの枠組みの中で行われてきたモデル化と

は異なり、渦度の供給とその時空間発展を考慮した形で乱れ成分へのエネルギー移行をモデル化したものである。本論では、一様勾配斜面上の砕波および潜堤を通過する際の部分砕波のケースを対象として、既存の実験結果との比較を行った。砕波点付近および砕波直後の水面波形に関しては高い再現性は得られなかったが、平均水位の変化およびboreが十分に発達した領域での波と流れ場に関しては実験結果との良好な一致が得られた。

謝辞：本論で参照したBejiら(1993)およびCoxら(1995)の実験データは、それぞれイスタンブール工科大学のBeji教授および横浜国立大学の岡安助教授よりご提供頂いたものであり、両氏に感謝の意を表する。

参考文献

- 有川太郎・磯部雅彦(1998): 非線形緩勾配方程式を用いた砕波モデルの構築, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 141-145.
- 大山 巧・石原 孟・灘岡和夫(1999): 鉛直積分型 Reynolds 方程式による砕波時流体力評価, 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 166-170.
- 加藤真志(1997): 修正生成項 $k-\epsilon$ を用いた静止・振動角柱周りの二次元流れ解析, 土木学会論文集, No. 577, pp. 217-230.
- 灘岡和夫・八木 宏・悦道博之(1992): 鉛直分布構造を考慮した海浜流のモデル化に関する研究, 海岸工学論文集, 第39巻, pp. 211-215.
- 灘岡和夫・大野修史・栗原 礼(1996): 波動場の力学状態に基づく砕波過程の解析と砕波条件, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 81-85.
- 灘岡和夫・大野修史(1997): 水深積分型乱流エネルギー輸送方程式を連結させた砕波帯内波動場モデルの提案, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 106-110.
- Beji, S. and J. A. Battjes (1993): Experimental investigation of wave propagation over a bar, Coastal Eng., Vol. 19, pp. 151-162.
- Cox, D. T., N. Kobayashi and A. Okayasu (1995): Experimental and numerical modeling of surf zone hydrodynamics, Res. Rep., No. CACR-95-07, Center for Applied Coastal Res., University of Delaware.
- Hansen, J. B. and I. A. Svendsen (1979): Regular waves in shoaling water: experimental data, Tech. Rep., ISVA Series Paper 21.
- Madsen, P. A., O. R. Sørensen and H. A. Schäffer (1997): Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. Part I, Coastal Eng., Vol. 32, pp. 255-287.
- Nwogu, O. G. (1996): Numerical prediction of breaking waves and currents with a Boussinesq model, Proc. 25th ICCE, Chapt. 374, pp. 4807-4820.
- Veeramony, J. and I. A. Svendsen (2000): The flow in surf-zone waves, Coastal Eng., Vol. 39, pp. 93-122.