

ブシネスクモデルにおける透水層内の波浪減衰を考慮した 任意反射境界処理法の開発

平 山 克 也*

1. ま え が き

波の分散性や非線形性を考慮できるブシネスクモデルは、水位や流速の時間変動やその伝播を直接解くことにより、海底地形の変化に伴う波の屈折や浅水変形、および陸地や港湾構造物等による波の回折や完全反射を、同時に、かつ精度よく計算することができる。このため、複雑な港形や海底地形を有する港湾における港内静穏度や構造物の設計波の計算、あるいは海浜周辺の波・流れ場の推定などへの適用が広く検討されている。また最近では、自由長周期波の発生過程を再現する試みもなされている (例えば、富田・平山, 2000)。

港湾を対象とした港内外の波浪変形計算を精度よく行うためには、開境界における無反射条件に加えて、特に防波堤や護岸における波の反射率が任意に設定されなければならない。一般に、防波堤や護岸の反射率は消波断面の構造と入射する波の特性との関係によって変化する。ところが、ブシネスクモデルではこの反射の取り扱い方法が必ずしも十分確立されていない。例えば、開境界処理のために提案されたスポンジ層を反射境界に適用して、入射波の対象周波数帯に対して期待する反射率を得る方法 (例えば、有川・磯部, 1999) では、スポンジ層自体が消波工による物理的な波エネルギー損失を考慮したものではないので、実際の消波構造物と同じような波の反射特性を再現することはできない。また、反射波の位相を考慮できないため、反射境界の前面で形成される部分重複波の波形も再現できない。また、喜岡ら (1996) は、スポンジ層の代わりに透水層を用いて、Nwogu (1993) によるブシネスク方程式を透水層へ拡張した式を基礎方程式とした任意反射境界を提案している。しかしながら、透水層の幅や空隙率は反射率を調整する変量として用いられているため、この透水層は消波工を物理的に表現していない。つまり、ブシネスク方程式においては、反射波の取り扱いに課題が残されており、このことがモデルを汎用化する際の障害となっている。

本研究では、実際に現地や水理模型実験で用いられる消波材による波浪減衰過程を、空隙率などの工学的パラ

メータが考慮された透水層内の波浪変形現象として物理的に捉えることにより、さまざまな波浪諸元を有する入射波に対して、相応の反射率や部分重複波形を再現する任意反射境界処理法を開発した。透水層内の波の記述には、壁面境界での取り扱いが簡単な線流量フラックス表示による修正ブシネスク方程式 (Madsen and Sørensen, 1992) を透水層内へ拡張した式を用いた。

2. 透水層を用いた任意反射境界処理法

(1) 消波工における波浪減衰機構のモデル化

物理的に妥当な任意反射境界処理法を開発するために、図-1 に示すようなテトラポッド被覆堤を対象に、波浪減衰過程を数値モデル化して波の反射に関する数値計算を行い、その結果を模型実験と比較した。

ここで提案する任意反射境界は、消波ブロックの層を等価な透水層で置き換え、さらに、堤体直立壁面を完全反射境界として取り扱うものである。つまり、入射波は透水層内を伝播する過程で減衰した後、堤体直立壁面で完全反射し、反射波は再び透水層を通過する過程で減衰しながら伝播して沖へ向かうというプロセスを忠実にモデル化した。ただし、堤体下部のマウンドで生じるであろう入射波の港内側への透過現象は無視し、マウンドは不透過とした。

透水層内での波の減衰は、透水層の層流抵抗係数 α と乱流抵抗係数 β を用いて推定した。これらの係数は、空隙率 λ 、水の動粘性係数 ν 、異形ブロックの代表径 d を用いて式 (1) で見積もられる (近藤・竹田, 1983)。

$$\alpha = \alpha_0 \frac{(1-\lambda)^3}{\lambda^2} \frac{\nu}{d^2}, \quad \beta = \beta_0 \frac{(1-\lambda)}{\lambda^3} \frac{1}{d} \quad \cdots \cdots (1)$$

ここで、 α_0 、 β_0 は定数であり、消波材の種類や積み方によって異なる。すでにいろいろな条件に対する値が実験的に与えられており、テトラポッドを乱積みした場合には $\alpha_0 = 2100$ 、 $\beta_0 = 2.2$ である (近藤, 1981)。

透水層の幅 B (図-2) は、消波工の設置幅と同じにした。これにより、反射波と入射波の幾何学的な位相関係が適正に保たれることが期待される。消波工が 1:4/3 勾配で施工されていることは (図-1)、式 (2) で定義するように、透水層の空隙率 λ を水平方向に変化させるこ

とで考慮した。ただし堤体壁面からの距離を x とした。

$$\lambda = \lambda_0 + (1 - \lambda_0) \frac{x}{B} \quad (0 \leq x \leq B) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 λ_0 は消波工の空隙率であり、消波ブロックの形状や積み方によって変化する。砕石や異形ブロックに関して Madsen and Write (1975) が提案した関係式を引用し、流体質量の見かけ上の増加率を表す慣性係数を $\tau=1$ とすることにより、 $\lambda_0=0.45$ とした。

以上のようにして、透水層の物理特性を表すパラメータの値が一義的に決定できる。値の不確定なパラメータを含んでいないことが、ここで提案する任意反射境界処理法の最大の強みである。

(2) 透水層内の修正プシネスク方程式

平山・平石 (2001) は、Darcy 流速と Dupuit-Forchheimer の抵抗則を適用した透水層内の 3 次元の Euler の連続式と運動方程式を出発点として、透水層内へ拡張した平面 2 次元の修正プシネスク方程式を導いた。分散項に導入された補正項 (補正係数 $B=1/15$) により、この方程式では線形分散特性を比較的深い海域まで満足する。平面 2 次元方程式の x 方向のみの変数を残すことにより、断面 1 次元の透水層内の式はつぎのようになる。

連続式

$$\lambda \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

運動方程式

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial P}{\partial t} + \epsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P^2}{D} \right) + gD \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ & + \epsilon \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{P}{D} \left(\frac{1}{\lambda} - 1 \right) \frac{\partial P}{\partial x} \\ & + \alpha \left\{ P - \mu^2 \left(\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{h} \right) \right) \right\} \\ & + \epsilon \beta \sqrt{\left(\frac{P}{D} \right)^2 + \mu^2 h^2 \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{D} \right) \right)^2 - \frac{2}{3} \frac{P}{D} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{D} \right) \right\}} P \\ & = \mu^2 \left[\left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \left(B + \frac{1}{3} \right) h^2 \frac{\partial^3 P}{\partial x^2 \partial t} + Bgh^3 \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \right. \\ & \quad \left. + h \frac{\partial h}{\partial x} \left\{ \left(\frac{\tau}{\lambda} \right) \frac{1}{3} \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} + 2Bgh \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

ここで、 P は線流量フラックス、 η は水位、 h は静水深、 D は全水深である。また ϵ 、 μ は、それぞれ振動パラメータとして定義された相対波高および水深波長比である。線流量フラックスを用いることにより、壁面境界において連続式を厳密に満足することができる。

式 (4) の左辺第 4 項は、水深平均流速で表された透水層内の運動方程式を鉛直積分したとき生じた項である。透水層の空隙率が 1 未満のとき、透水層内では移流項と同じオーダーの非線形効果が作用することを示している。

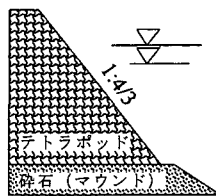


図-1 対象断面

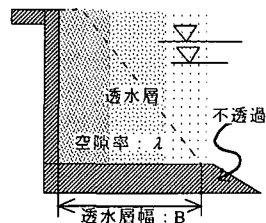


図-2 透水層モデル

式 (3)、(4) は、慣性係数 $\tau=1$ として、消波工の内側の波浪変形計算に適用される。すなわち、消波工の外側の水域では空隙率 $\lambda=1$ であるから、式 (1) より $\alpha=0$ 、 $\beta=0$ となり、式 (3)、(4) は Madsen and Sørensen (1992) が導いた修正プシネスク方程式に完全に一致する。一方、消波工内を波が伝播するときの消波材による波浪減衰は、式 (1)、(2) から定量的に評価される層流および乱流抵抗係数、および透水層の空隙率 ($\lambda < 1$) をそれぞれ代入した式 (3)、(4) より数値解析的に得られる。なお、消波工を設置しない場合 ($\lambda=1$) には、任意反射境界は完全反射境界となる。

3. 任意反射境界の数値計算と模型実験による検証

修正プシネスク方程式による任意反射境界処理法の妥当性を検証するために、反射率や入・反射波のスペクトル形状の変化、部分重複波の波形に注目して、模型実験との比較を行った。

(1) 数値計算と模型実験の条件

数値計算の条件は、断面 2 次元水路模型実験の結果と比較することを念頭に以下のように設定した。図-3 に、断面 2 次元水路 (水平床) を模した計算領域と境界条件を示す。長さ 32.4 m の水路の左端に、消波工をモデル化した透水層を設置してある。右端の造波境界には線境界入射法を用い、この位置で吸収造波を実現するために、沖側にはスポンジ層を配置した。無反射境界としてのこの層の機能は、次章で述べるように高次型エネルギー減衰項を考慮することによって効果的に発揮される。

計算は、空間格子間隔 $\Delta x=0.1$ m、時間差分間隔 $\Delta t=0.01$ s で行った。式 (1) の代表径 d の値には、実験で用いたテトラポッド模型から計算した 4.56 cm ($=\sqrt[3]{V}$; V はテトラポッドの体積) を用いた。計算結果として、図-3 で沖から順番に①, ②, ... と名付けた計算格子 (波高計位置) において、5 step 毎 ($=0.01$ s $\times$ 5 step $=0.05$ s 間隔) に水面変動量 η を出力した。

計算ケースを表-1 に示す。水深 h は 32 cm と 35 cm、入射波は波高 3.0 cm と 8.0 cm、周期 0.99 s $\sim$ 2.82 s の規則波および不規則波である。これらのケースのうち、

水深 $h=32\text{ cm}$ とした場合の入射波条件を岩垣 (1987) の分類に従って整理した結果を図-4 に示してある。图中、 $h/L=0.5$ と記した点線は深海波と浅海波の境界、 $h/L=0.04$ と記した点線は浅海波と長波の境界である。また、图中には、波の非線形性の程度を表すパラメータ Π (合田, 1983) の値によって微小振幅波理論の適用限界を示した。実線 ($\Pi=0.03$) と破線 ($\Pi=0.10$) は、それぞれ波の峰高に関する限界と、波長や波速に関する限界である。この図より、入射波はすべて浅海波に分類され、波高に関してはすべて有限振幅波の特性を有することがわかる。一方、波速に関しては、波高 $H=8.0\text{ cm}$ で周期

$T=1.84\text{ s}$ と 2.82 s の2つのケースを除き、微小振幅波理論の適用範囲にあることがわかる。なお、水深 $h=35\text{ cm}$ とした場合の入射波条件も、以上のような波浪特性を有することが確認された。

数値計算と同様の条件で、図-5 に示した長さ 35 m の不規則波造波水路 (吸収造波機能付き) を用いて波の反射実験を行った。造波水路の左端壁を堤体壁とみても、その前面にバラストによるマウンドとテトラポッド模型の乱積みによる消波工を整形して製作し、防波堤模型とした。実験は、表-1 に示した数値計算の条件と全く同じケースについて行った。各ケースとも、数値計算で水位変動量を出力した位置に対応する地点に設置された6台の波高計 (図-5) において、数値計算結果の出力間隔と同じ 0.05 s 間隔で水位変動量をサンプリングした。

このように、数値計算と模型実験で得られた水位変動量は、同じ位置および時間間隔で測定された時系列データになっているので、それぞれに対して全く同じ方法でデータを解析し、両者の比較を行った。

(2) 反射率の再現性

数値計算および模型実験で得られた時系列データに対して、合田ら (1976) による入・反射波分離推定法を適用し、それぞれの反射率を推定した。

水深が $h=32\text{ cm}$ のときの規則波に対する数値計算結果を図-6(a) に、模型実験結果を図-6(b) に示す。数値計算では、周期が長くなるにつれて反射率が増加し、その傾向は波高が小さい方が顕著であることがわかる。実験結果にも、反射率は若干小さめながらもこれらの傾向がよく現れている。

また、水深 $h=35\text{ cm}$ としたときの規則波の反射率を図-7(a), (b) に示す。水深が深くなると、数値計算で得られた反射率は全体的に大きくなっている。この傾向は、模型実験結果にも認められる。もちろん、この比較においても、上述した特性は両者に認められる。

(3) スペクトル形状の比較

水深 32 cm のときの有義波高 8.0 cm 、周期 1.84 s の不規則波に対して、数値計算および模型実験で得られた入・反射波スペクトルを図-8(a), (b) に示す。数値計算の反射波スペクトル形状は、模型実験のそれによく似ている。ここで注目すべきは、反射波スペクトルのピークが入射波スペクトルのピークに対して低周波数側にずれていることが、計算と実験の両者に認められることである。これは、図-6 および図-7 で述べたように、周期が長くなるにつれて反射率が増加するためである。また、図-8(a), (b) とともに、 0.3 Hz 以下の低周波数帯に自由長周期波と思われる有意なスペクトル値が分布し、かつ両者はよく一致している。自由長周期波は単純に波群を造波するだけでも発生するが、波群に拘束された長周期

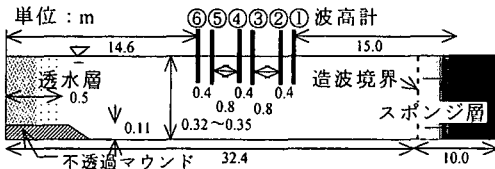


図-3 数値計算の計算領域と境界条件

表-1 数値計算のケース

波高 H (cm)	周期 T (s)	水深 h (cm)	波の種類
3.0	0.99	32.0 and 35.0 (Bredschneider-光易スペクトル)	規則波 and 不規則波
3.0	1.41		
3.0	1.84		
3.0	2.82		
8.0	0.99		
8.0	1.41		
8.0	1.84		
8.0	2.82		

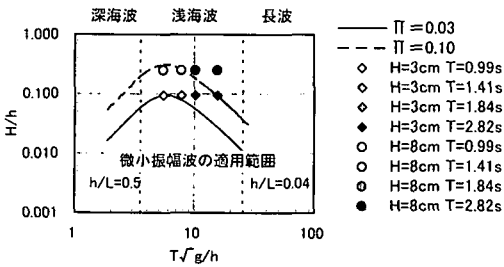


図-4 入射波の波浪特性 (水深 $h=32\text{ cm}$)

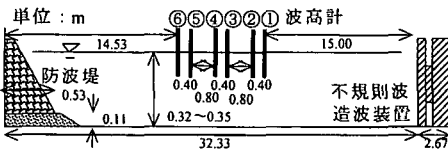


図-5 35 m 不規則波水路と模型配置

波が部分反射するときに反射波として発生した自由長周期波(寛田・水口, 1997)が, 造波境界との間で多重反射を起こしているとも考えられる。

このように, 空隙率等の工学的パラメータを用いて消

波工を物理的に表した透水層モデルでは, 反射による不規則波のスペクトル特性の変化も計算することができる。

(4) 部分重複波形の再現性

防波堤や護岸の前面で形成される部分重複波形を数値計算で再現するためには, 消波構造物の反射率とともに, 消波工の抵抗や反射自由端となる堤体壁面までの距離, および入・反射波の波速によって変化する反射波の位相が正しく計算されなければならない。

透水層の内外を伝播する入・反射波の波速の計算精度は, 透水層モデルの基礎方程式(3), (4)の近似精度に依存すると考えられる。そこで周期 $T=2.82$ s のとき, 波速に関してそれぞれ微小振幅波あるいは有限振幅波に分類される(図-4 参照)波高 $H=3.0, 8.0$ cm の規則波が消波構造物に入射したときの, 部分重複波形の再現性を検討した。

数値計算および模型実験で得られた①～⑥地点(図-3 および図-5)における微小振幅波の時間波形を図-9(a)に, 有限振幅波の時間波形を図-9(b)にそれぞれ重ねて示す。微小振幅波に属し, 波の非線形性が弱い場合($\Pi=0.10$)には, 模型実験で得られた部分重複波の波形は数値計算と非常によく対応した。さらに, 有限振幅波で波の非線形性が強い場合($\Pi=0.27$)にも, 数値計算では反射波の振幅と位相が比較的精度よく計算されるために, 模型実験において岸沖方向6地点で計測された部分重複波の振幅の空間分布は, 計算結果とよく対応した。有限振幅波の時間波形の計算精度が微小振幅波に比べやや劣るのは, 透水層モデルにおける基礎方程式の近似精度が $O(\epsilon, \mu^2)$ であるためであると考えられる。

4. 透水層モデルによる開境界処理法の改良

式(4)において透水層による層流抵抗を表す項(左辺第5項)は, 形式上, 開境界処理に用いられるスポンジ層によるエネルギー減衰項と同等である。そこで, 層流抵抗係数 α の代わりに Cruz ら(1993)が用いたエネルギー減衰係数 σ を用いると, 透水層モデルの応用として高次型エネルギー減衰項が式(5)のように得られる。

(高次型エネルギー減衰項)

$$= \sigma \left\{ P - \mu^2 \left(\left(B + \frac{1}{2} \right) h^2 \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} - \frac{h^3}{6} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left(\frac{P}{h} \right) \right) \right\} \dots (5)$$

$$\text{ここに, } \sigma(x) = \frac{r\sigma_m}{2(\sinh r - r)} \left[\cosh \left(\frac{rx}{F} \right) - 1 \right]$$

$$F = 2 \sim 3 \text{ 波長, } \sigma_m = \sqrt{g/h}, \quad r = 3$$

式(5)の第1項は従来のエネルギー減衰項であり, 第2項は圧力分布の補正項として残された高次項である。摂動パラメータからわかるように, この第2項は分散項と同じオーダーで運動方程式に作用する。

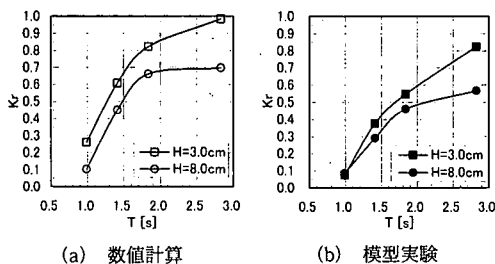


図-6 反射率の再現性 ($h=32$ cm)

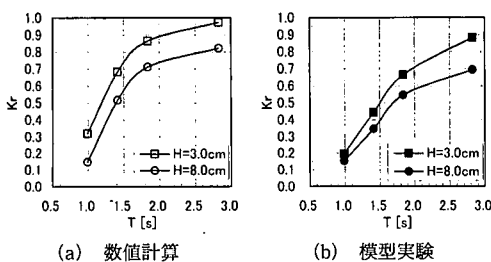


図-7 反射率の再現性 ($h=35$ cm)

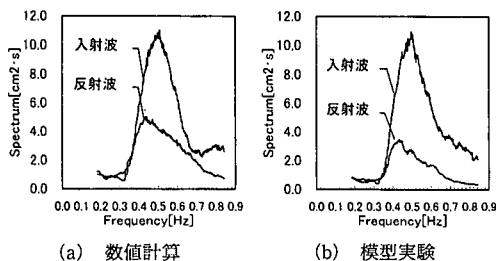
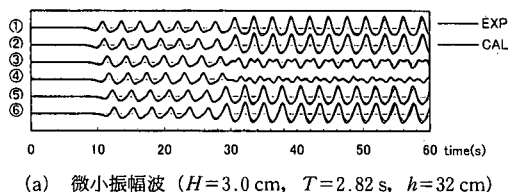
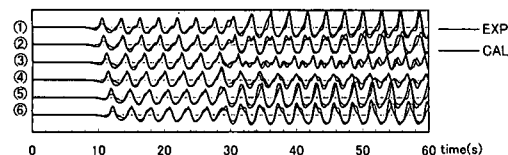


図-8 入・反射波スペクトルの再現性
(不規則波, $H_{1/3}=8.0$ cm, $T_{1/3}=1.84$ s, $h=32$ cm)



(a) 微小振幅波 ($H=3.0$ cm, $T=2.82$ s, $h=32$ cm)



(b) 有限振幅波 ($H=8.0$ cm, $T=2.82$ s, $h=32$ cm)

図-9 部分重複波形の再現性

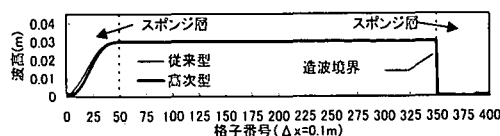
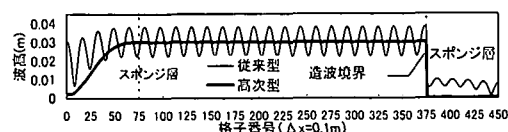
(a) 浅海波 ($h/L=0.14$)(b) 深海波 ($h/L=0.51$)

図-10 スポンジ層における従来型、高次型エネルギー減衰項による消波性能の比較

スポンジ層による無反射境界を設定するためには、透水層内の運動方程式 (4) において、層流抵抗係数 α をエネルギー減衰係数 σ に置き換え、空隙率 $\lambda=1$ 、慣性係数 $\tau=1$ 、乱流抵抗係数 $\beta=0$ とすればよい。したがって、波エネルギーを減衰させるスポンジ層をあえて物理的に解釈するならば、次第に増大する層流抵抗のみを有する空隙率 100% の透水層に対応しているといえる。

数値計算の計算領域の両端に入射波の 2 波長幅のスポンジ層を配置して、従来型と高次型のエネルギー減衰項の消波性能に関する数値実験を行った (図-10(a), (b))。造波境界は右端スポンジ層の前面に設けてある。空間差分格子は $\Delta x=0.1$ m, 差分時間間隔は $\Delta t=0.01$ s である。入射波は周期 $T=1.41$ s, 波高 $H=3$ cm の規則波とし、水深は $h=32$ cm と $h=160$ cm とした。前者は浅海波 ($h/L=0.14$) に、後者は深海波 ($h/L=0.51$) に対応する。水深波長比が小さい場合は (図-10(a)), 従来型と高次型のいずれのエネルギー減衰項とも波高を滑らかに減衰させ、両者の違いはほとんどみられない。しかしながら、水深波長比が大きくなると (図-10(b)), 従来型のエネルギー減衰項を用いた場合には、スポンジ層内で十分に波高が減衰せず、スポンジ層終端部の完全反射境界で生じた反射波が沖側へ伝播していることがわかる。一方、高次型のエネルギー減衰項を用いた場合には、浅海波と同様に、スポンジ層内で波高が滑らかに減衰し無反射条件を満足した。これは、式 (5) 中の高次項が深海波のエネルギー減衰に対して有効に機能したためであると考えられる。

5. おわりに

新たに導いた透水層内の修正ブシネスク方程式を基礎とした透水層モデルを用いる任意反射境界処理法を開発した。テトラポッド被覆堤を対象とし、消波材の設置幅や空隙率、形状や代表径などの物理量を透水層モデルに直接与えて数値計算を行った。消波構造物の反射に関する模型実験を行って、本モデルが、波浪条件に応じて変化する消波構造物の反射率や部分重複波形を定量的に再現できることを検証した。また透水層モデルを応用して、水深波長比が大きい場合にも、開境界条件を効率よく実現する高次型エネルギー減衰項を提案した。

参考文献

- 有川太郎・磯部雅彦 (1999): 非線形緩勾配方程式を用いた任意反射率を持つ構造物周辺の入・反射波共存場の解析, 海岸工学論文集, 第 46 巻, pp. 56-60.
- 岩垣雄一 (1987): 最新海岸工学, 森北出版, 250 p.
- 喜岡 渉・柏原謙爾・相川久紀・田中正博 (1996): 多方向不規則波による港内副振動の予測モデルとその適用性, 海岸工学論文集, 第 43 巻, pp. 196-200.
- Cruz, C. Eric・横木裕宗・磯部雅彦・渡辺 晃 (1993): 非線形波動方程式に対する無反射条件について, 海岸工学論文集, 第 40 巻, pp. 46-50.
- 合田良實 (1983): 波浪の非線形性とその記述パラメーター, 第 30 回海岸工学講演会論文集, pp. 39-43.
- 合田良實・鈴木康正・岸良安治・菊地 治 (1976): 不規則波実験における入・反射波の分離推定法, 港研資料, No. 248, 24 p.
- 近藤淑郎 (1981): 直立消波構造物の水理的特性, 1981 年度水工学に関する夏期研修会講義集, B コース, B-1, 16 p.
- 近藤淑郎・竹田英章 (1983): 消波構造物, 森北出版, 275 p.
- 寛田博章・水口 優 (1997): 波群の反射と長周期波, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 201-205.
- 富田孝史・平山克也 (2000): 防波堤堤頭部近傍で発生する長周期波に関する数値シミュレーション, 海岸工学論文集, 第 47 巻, pp. 791-795.
- 平山克也・平石哲也 (2001): ブシネスクモデルにおける透水層を用いた任意反射境界処理法の開発, 港研報告, 第 40 巻, 第 1 号, pp. 3-30.
- Madsen, O. S. and S. M. White (1975): Reflection and transmission characteristics of porous rubble mound breakwater, Tech. Rept. No. 207, Parsons Lab., Dept. of Civil Eng., MIT.
- Madsen, P. A. and O. R. Sørensen (1992): A new form of the Boussinesq equations with improved linear dispersion characteristics. Part 2. A slowly-varying bathymetry., Proc. 18th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 183-204.
- Nwogu, O. (1993): Alternative form of Boussinesq equations for nearshore wave propagation, J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Eng., Vol. 119, pp. 618-638.