

分岐水路における孤立波の透過・反射特性の数値解析

由比政年*・中嶋光浩**・間瀬 肇***・石田 啓****

1. 序 論

大規模港湾や河口域周辺における複雑な水路・河川網を伝播する波浪の透過・反射特性を明らかにすることは、都市型水災害、すなわち内水地の浸水・氾濫災害の対策にあたり非常に重要である。一般に、このような水路・河川の形状は直線的でなく、曲線部さらには分岐・合流部を含むことも多い。しかしながら、湾曲部における波の変形、あるいは分岐・合流部における波浪の分裂および衝突を解析した研究はきわめて少なく、関連する工学的知見も決して十分とは言えない。したがって、今後、湾曲・分岐・合流といった複雑な水路形状が、津波あるいはダム崩壊等による段波の伝播特性に及ぼす影響を解明していく必要がある。

こうした研究の一環として、著者らは、同心円状の曲線部を有する曲水路を対象とし、浅海孤立波の伝播特性を検討してきた。その結果、孤立波の透過・反射特性と水路形状との関係、さらには、外周壁面上での波高増加率の基本特性等を明らかにした(由比ら, 1999, 2001; Yuhi et al., 2000)。

本研究では、水路分岐部における波浪の伝播特性に着目し、数値解析によりその特性を明らかにする。以下では、分岐水路の最も基本的なモデルとして 90 度の分岐角を有する T 字型水路を考え、孤立波の伝播特性、すなわち、分岐部における透過・反射・回折の基本特性を解析する。さらに、分岐後の主流部・支流部へのエネルギー伝達率と水路幅の関連について定量的な検討を行う。

2. 解析の手法

2.1 基礎方程式

解析に使用した基礎方程式は、Chen and Liu (1995) により誘導された拡張型ブジネスク方程式である。これは、従属変数として、水面変位および任意鉛直位置 z_a における速度ポテンシャルを利用したものであり、無次元形で次のように表示される。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \nabla \cdot [(\varepsilon \zeta + h) \nabla \phi_a] + \mu^2 \nabla \cdot \left\{ h \nabla \left[z_a \nabla \cdot (h \nabla \phi_a) + \frac{z_a^2}{2} \nabla^2 \phi_a \right] + \frac{h^2}{2} \nabla [\nabla \cdot (h \nabla \phi_a)] - \frac{h^3}{6} \nabla \nabla^2 \phi_a \right\} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \phi_a}{\partial t} + \zeta + \frac{\varepsilon}{2} (\nabla \phi_a)^2 + \mu^2 \left[z_a \nabla \cdot \left(h \nabla \frac{\partial \phi_a}{\partial t} \right) + \frac{z_a^2}{2} \nabla^2 \frac{\partial \phi_a}{\partial t} \right] = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 ζ, ϕ_a, h は、それぞれ、水面変位、任意水深 z_a における速度ポテンシャルおよび静水深である。また、 t は時間、 ∇ は水平面内のナブラ演算子を表している。なお、無次元変数の定義は、Chen and Liu (1995) と同様である。非線形性、分散性の尺度となる無次元パラメータ ε, μ は次式で定義される。

$$\varepsilon = a'_0/h'_0, \quad \mu = h'_0/\lambda'_0 \quad \dots\dots\dots (3)$$

ただし、 h'_0, λ'_0, a'_0 は、それぞれ、水深、波長、振幅の代表値を表す。また、プライムは有次元量を示す。

今回対象とした水路形状は 90 度の分岐角を有するものであり、デカルト座標系モデルで対応が可能である。しかしながら、本研究では、将来的に、任意分岐角を持つ水路へ解析対象を拡張することを考慮して、基礎式を一般曲線座標系に変換して数値解析を行う数値モデル(由比ら, 2001)を用いる。

2.2 境界条件

境界条件の設定は、以下のように行った。まず、入射境界では、拡張型ブジネスク方程式の解析解(Wei and Kirby, 1995)に基づいて水面変位と速度ポテンシャルを指定することで孤立波の造波を行った。また、計算領域を十分大きく設定し、波が透過境界に達する前に計算を打ち切ることとした。一方、不透性の鉛直壁では、次の条件を課した。

$$\nabla \zeta \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \partial \phi_a / \partial n = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\mathbf{n}$ は壁面の法線ベクトルを表す。

2.3 離散化の手法

基礎式の時間的な離散化手法として、Adams-

* 正会員 博(工) 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
** 正会員 工 修 北陸電力(株)
*** 正会員 工 博 京都大学助教授 防災研究所
**** 正会員 工 博 金沢大学教授 工学部土木建設工学科

Bashforth-Moulton 型の 4 次精度の予測子・修正子法を用いた。一方、空間的な離散化にあたっては、1 回微分項に 4 次精度の中心差分を、それ以外の項には 2 次精度の中心差分を用いた。なお、計算にあたっては、速度ポテンシャルの評価位置は、 $z_a = -0.531h$ とした。

2.4 数値スキームの検証

本研究で用いた数値スキームの精度を検証するために、90 度の急曲部を有する一定水深・一定水路幅の水路（図-1）を伝播する孤立波の運動を解析し、Shi ら (1998) が示した数値解析結果との比較検討を行った。ここで、水路幅は水深の 5 倍および 10 倍、入射波の振幅水深比 (ϵ) は、0.1 および 0.3 と設定した。

入射境界にて造波した孤立波は、計算の初期段階においてわずかに (3%程度) その波高を増加させるが、その後は、一定の波形を保ったまま進行し、屈曲部へと到達する。ここで、計算結果から算出された孤立波の位相速度と理論値との差は、0.5%程度であった。その後、波の一部は屈曲部で下流側へ回折、透過し、一部は壁面から上流側へ反射する。その空間波形の時間変化は、本研究と Shi ら (1998) の結果とで非常に良く一致した。次に、最終的に下流側へと透過されるエネルギー（運動エネルギーと位置エネルギーの和）と入射波の持つエネルギーの比を数値解析結果から算出し、その値が、水路幅 W' と孤立波の有効波長 λ_e の比で定義される無次元パラメータ、

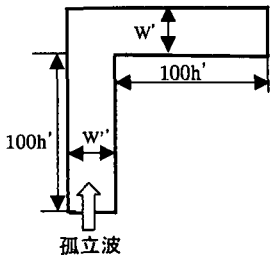


図-1 検証に用いた急曲水路の形状

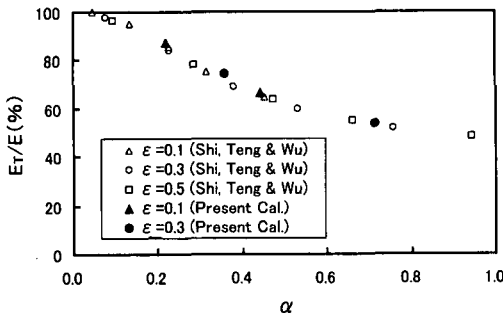


図-2 Shi ら (1998) の解析結果との比較

$$\alpha = W'/\lambda_e \dots\dots\dots (5)$$

に対してどう変化するかを検討した。その結果を図-2 に示す。本数値モデルによる結果は、Shi らの数値結果と非常に良く一致している。なお、孤立波の有効波長として、水面変位が孤立波振幅の 1%以上となる部分の波長を用いている。また、計算領域内の全質量および全エネルギーの総和が、計算の過程において十分な精度（誤差 2%程度）で保存されていることも確認された。これらの結果より、今回用いた数値スキームが十分な計算精度を有することを検証できた。

3. 解析結果および考察

3.1 解析の条件

分岐水路の最も基本的なモデルとして、90 度の分岐角を有する T 字型水路を対象として解析を行った（図-3）。なお、解析にあたっては、水路主流部および支流部の幅 (W_m, W_s) を水深の 5 倍から 25 倍の範囲で、入射波の振幅水深比 (ϵ) を 0.2 から 0.3 の範囲で、それぞれ変化させて検討を行った。また、水路上流部、下流部、分岐部の長さは水深の 70 倍と固定し、水深は水路全体に渡って一様とした。

以下では、まず、分岐部における回折・透過・反射等の波浪変形の解析を行った結果を示す。次に、孤立波が分岐部に到達した後、入射波の全エネルギー（位置エネルギー+運動エネルギー）が、上流側（図-4 の領域 1）への反射エネルギーおよび主流部下流域（領域 2）あるいは支流部（領域 3）への透過エネルギーに分配される

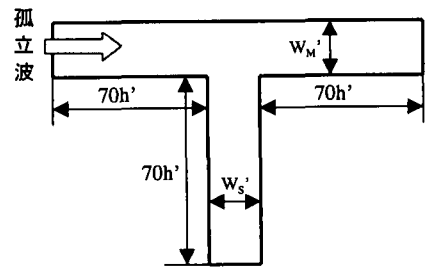


図-3 分岐水路の形状

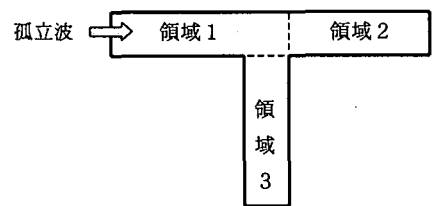


図-4 水路の領域区分

ことに着目し、各領域へのエネルギー分配率と水路形状との関連を解析した結果を示す。

3.2 分岐部近傍における波浪変形

水路幅が比較的小さい場合を対象とし、孤立波が分岐部近傍を通過する前後での空間波形の時間変化を解析した例を図-5に示す。図中の t は、無次元時間、 $t = t' \sqrt{g h_0} / \lambda_e$ である。入射波が分岐部に到達する直前まで、孤立波の形状は1次元的であり、初期波形を良く保持している。波浪が分岐部にさしかかると、孤立波の大部分はそのまま下流側へと透過されるが、一部は支流部へと回折し、二方向へ分裂していく。この際に、波は水路壁面で多重に反射し、分岐部での水面変動は複雑な様相を呈する。一方、主流部に透過あるいは支流部に回折していく先頭の波は、1次元的、すなわち、波峰線が壁面と直交する形を取っている。図-5 (d) 以降、この先頭の波はあまり形状を変えずに進行していく。この例では、主流部への透過波高は入射波高の86%程度となった。なお、水路幅がさらに小さい場合は、水路上流側への反射波も顕著に現れることも確認された。

図-4に示された個々の領域における波のエネルギー (E_1, E_2, E_3) を入射波のエネルギー (E_0) で規格化し、孤立波の伝播に伴う時間変化を解析した例を図-6に示す。孤立波が分岐部に到達した後に、エネルギーの大部分が領域1 (主流部上流域) から領域2 (主流部下流域) に透過する一方、一部が領域3 (支流部) に回折していく過程が良く表現されている。また、上流側への反射もわずかに見られる。十分に時間が経過した後、各領域のエネルギーは時間によらずほぼ一定となる。この値 (E_{1f}, E_{2f}, E_{3f}) と入射波のエネルギーとの比を各領域へのエネルギー分配率と定義し、次節で水路形状との関連を検討する。なお、数値計算の過程において、1%未満の誤差範囲内で、全領域のエネルギー総和が保存されていることも確認できる。

図-7は、水路幅が比較的大きい場合の解析結果を示す。この図と先の図を比較すると、水路幅が大きくなると、分岐部における孤立波の変形の様子が、かなり異なった様相を呈することがわかる。水路幅が大きい場合には、支流部への回折波の波形は、2次元性の強いものとなり、この回折波が支流部壁面にて反射された後、さらに複雑な形状をとる。一方、主流部に透過される先頭の波は、水路幅が小さい場合と同様、1次元的な波形をとる。図-8には、対応するエネルギー分布率の時間変化を示した。水路幅が大きい場合、各領域へのエネルギー遷移は、先の例よりゆるやかであり、最終的なエネルギー分配率の定量的な値も若干異なるが、定性的な特徴は図-6と同様である。

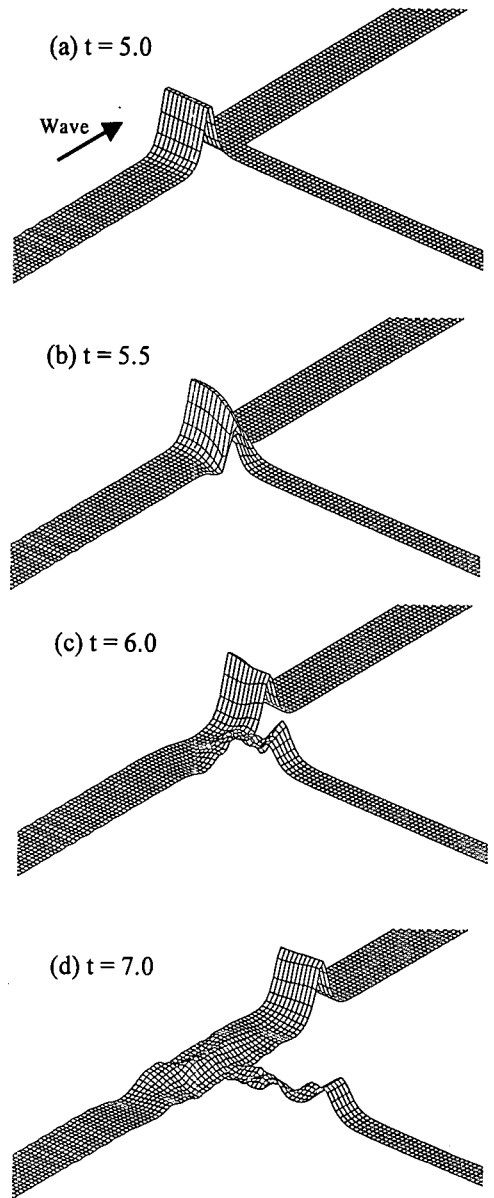


図-5 分岐部近傍での空間波形の時間変化 ($W_M=10h$, $W_S=5h$, $\varepsilon=0.3$)

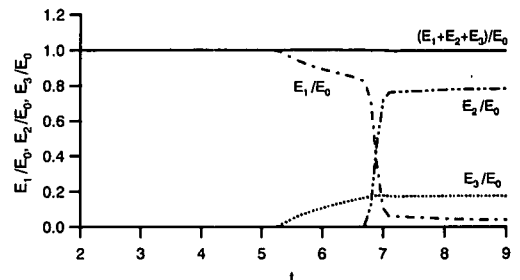


図-6 エネルギー分布率の時間変化 ($W_M=10h$, $W_S=5h$, $\varepsilon=0.3$)

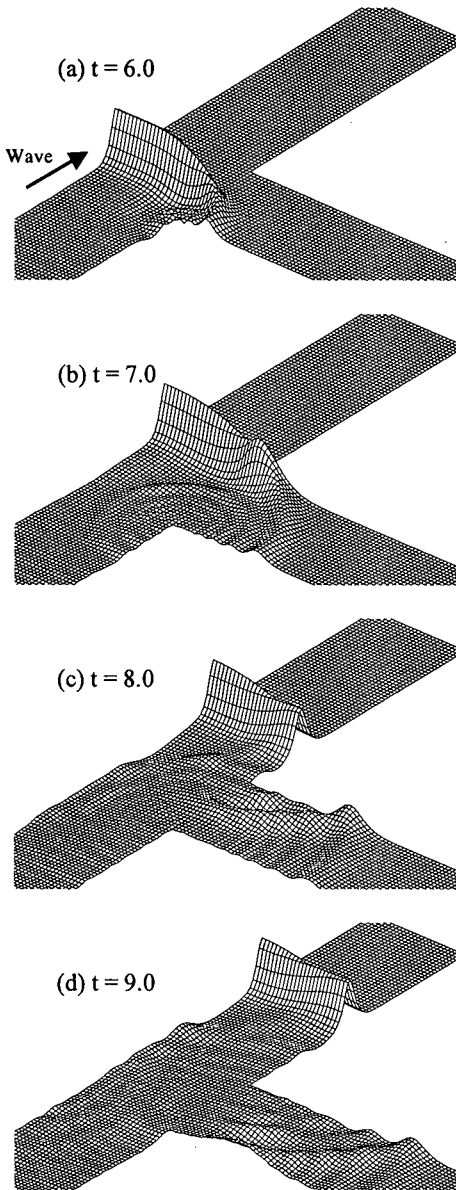


図-7 分岐部近傍での空間波形の時間変化
($W_M=25h'$, $W_S=25h'$, $\epsilon=0.3$)

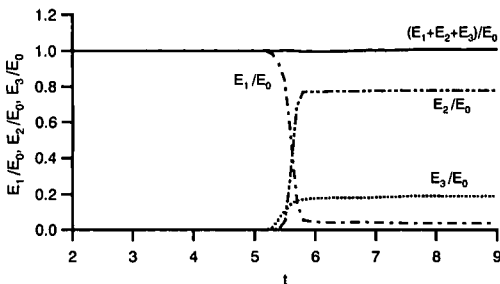


図-8 エネルギー分布率の時間変化
($W_M=25h'$, $W_S=25h'$, $\epsilon=0.3$)

3.3 質量・エネルギー分配率と水路形状の関連

孤立波が分岐部を通過したのちに主流部下流域（領域 2）に分配される質量（ M_2 ）と支流部（領域 3）に分配される質量（ M_3 ）の比率を解析し、主流部および支流部の水路幅の比との関連を検討した。その結果を図-9 に示す。なお、初期静水時の値からの変動量として、 M_2 および M_3 の値を定義している。図-9 より、主流部下流域と支流部への質量分配比は、主流部と支流部の水路幅の比とおおよそ一致することがわかる。また、この質量分配比に対して、入射波の振幅水深比の影響は小さいことも確認できる。なお、 M_2 および M_3 の和は、入射波によりもたらされる質量より一般に大きな値を取る。これは、初期に領域 1 にあった水塊の一部が波浪の伝達とともに領域 2 あるいは 3 に連行されることを意味する。一方、分岐部からの反射波が伝播する領域 1 では、領域 2、3 への連行を補償する形で、水面変位が静水面以下となる区域が多くなり、質量分配率としては負の値をとる。

孤立波が分岐部を通過した後の各領域へのエネルギー分配率と水路形状との関連は、複雑なものとなる。図-10 は、水路各領域へのエネルギー分配率が、水路の主流部および支流部の幅に対してどう変化するかを解析した例を示すものである。図から明らかなように、各領域のエネルギーの分配率は、水路の主流部および支流部における水路幅の組み合わせに強く影響される。図-10(a) に示されるように、主流部の水路幅が比較的小さい場合には、支流部の水路幅により、領域 2、3 へのエネルギー分配率は大きく変化し、支流部水路幅の増加に伴って、主流部下流域への分配率が低下し、支流部への分配率が增加する。その変化は支流部の水路幅に対してほぼ線形である。主流部の水路幅が大きい場合には、支流部幅の影響は小さくなるが、その定性的な傾向は、水路幅が小さい場合と同様である。領域 1 へ反射されるエネルギーの分配率は、支流部の幅が増すとともにわずかに増加する。また、図-10(a) と (c) の比較より、エネルギー分配率に対する入射波の非線形性の影響は小さいことがわかる。

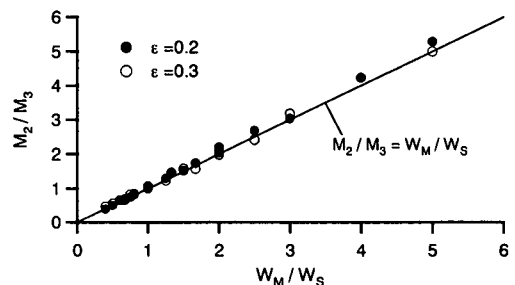


図-9 質量分配比と水路幅との関連

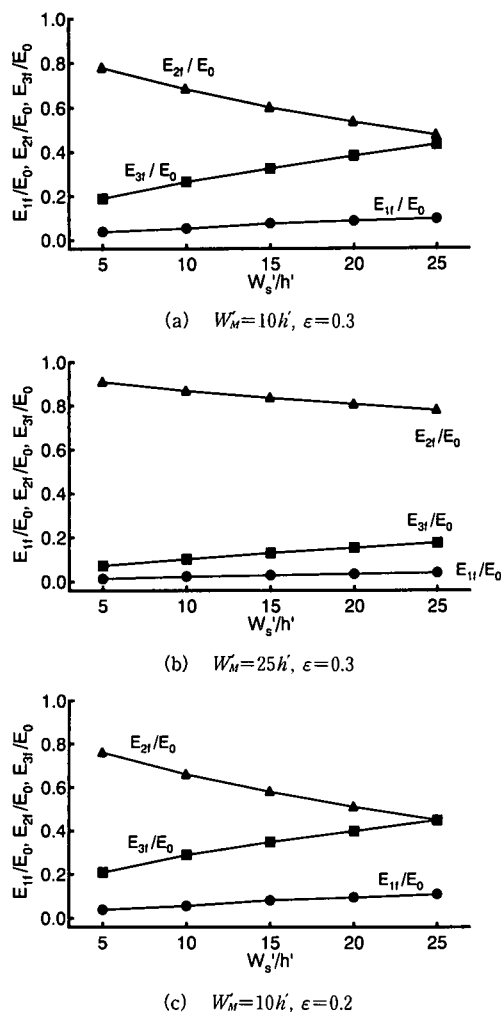


図-10 エネルギー分配率と水路形状との関連

4. 結 論

速度ポテンシャルと水面変位で表記された拡張型ブジネスク方程式に対する高精度の数値モデルを開発し、分岐水路を伝播する孤立波の透過・反射特性を解析した。今回の解析条件下で得られた主な結論は、次のようにまとめられる。

(1) モデルの初期検証として、90度の急曲部を有する水路を進行する孤立波の透過・反射特性を解析し、Shiらの解析結果と良好な一致を得た。また、質量・エネルギーの保存性も良好であることを確認し、本数値スキームが十分な解析精度を有することを検証した。

(2) 孤立波が水路分岐部近傍を伝播する際、主流部下流域における透過波は、水路幅の大小によらずほぼ1

次元的な波形を有する。一方、分裂して支流部に進む先頭の波は、支流幅が小さい場合には1次元的な波形を示すが、支流幅が大きい場合には、2次元的で複雑な波形をとる。また、水路幅が非常に小さい場合には、上流側への反射波も顕著となる。

(3) 孤立波が分岐部を通過した後の主流部下流域および支流部への質量の分配比は、水路の主流部および支流部における水路幅の比とほぼ等しくなる。質量分配比に対する入射波の非線形性の影響は小さい。

(4) 孤立波が分岐部を通過した後の各領域へのエネルギー分配率は水路の主流部および支流部における水路幅の組み合わせに強く影響される。入射波の振幅水深比と主流部の水路幅を固定して支流部の水路幅を増加させた場合、主流部下流域への分配率が低下し、支流部および主流上流域への分配率が増加する。その変化は支流部の水路幅に対してほぼ線形である。また、エネルギー分配率に対する入射波の非線形性の影響は小さい。

本研究では、一定水深で比較的簡単な形状の分岐水路を対象としたが、今回開発した計算モデルは、より一般的な形状および水深分布を有する水路にも適用可能であり、現在、90度以外の任意の分岐角を有する分岐水路に対する解析を実施中である。

謝辞：本研究の実施にあたり、(株)日本海コンサルタントの北岸由美子氏（当時金沢大学4年生）に協力していただいた。ここに記して感謝の意を表する。

参 考 文 献

- 由比政年・石田 啓・間瀬 肇 (1999): 曲水路を伝播する孤立波の透過・反射特性に関する研究, 海岸工学論文集, 第46巻, pp. 31-35.
- 由比政年・菊本詳子・間瀬 肇・石田 啓 (2001): 水路湾曲部における孤立波のマッハ反射に関する研究, 海岸工学論文集, 第48巻, pp. 11-15.
- Chen, Y. and P.L.F. Liu (1995): Modified Boussinesq equations and associated parabolic models for water wave propagation, J. Fluid Mech., Vol. 288, pp. 351-381.
- Shi, A., M. H. Teng, and T. Wu (1998): Propagation of solitary waves through significantly curved shallow water channels, J. Fluid Mech., Vol. 362, pp. 157-176.
- Wei, G. and J. T. Kirby (1995): Time-dependent numerical code for extended Boussinesq equations, J. Wtrwy., Port, Coast, and Oc. Engrg., ASCE, Vol. 121, No. 5, pp. 251-261.
- Yuhi, M., H. Ishida and H. Mase (2000): Numerical study of solitary wave propagation in curved channels, Proc. 27th International Conference on Coastal Engineering, ASCE, pp. 519-532.