

合成開口レーダによる海面画像の準線形理論に基づいた逆解析解の存在とその特性

泉 宮 尊 司*・居 場 博 之**

1. 緒 言

リモートセンシングによる海洋波浪の計測の利点は、ほぼ同時に平面的に広範囲の計測ができ、波浪推算の検証データにも用いることができることである。合成開口レーダ (SAR) による海面画像から波浪の波数スペクトルを推定する理論については、流体力学変調の伝達関数の理論的表現を除いて、ほぼ確立されてきたと言ってよいが、その逆解析解の存在や解の特性について詳しく調べられた研究は殆ど存在しない。また、逆解析を行った Hasselmann ら (1991) や Engen ら (1994) の研究でも、解がうまく得られないために、新たな拘束条件や人為的なローパスフィルターを加えて解を得ている。一般に、SAR による海面画像の波数スペクトルは、波浪の波数スペクトルと非線形関係にあるので、波浪の特性によっては、1 対 1 の写像関係にない場合も起こり得る。そこで本研究では、アジマス方向の非線形カットオフ特性が取り入れられている準線形理論に基づき、その逆解析解について、解の存在する条件および解の特性について、数値シミュレーションにより検討する。

2. 準線形理論に基づいた逆解析法と解の存在条件

一般に、SAR による海面画像の波数スペクトルは、速度バンチング、流体力学的変調およびアジマス方向の非線形カットオフ係数のため、波浪スペクトルと 1 対 1 対応関係にあるとは限らない。SAR による海面画像の波数スペクトルと波浪の波数スペクトルとの一般的な関係を理論的に導いたのは、Hasselmann ら (1991) である。彼らはその非線形関係式を用いて逆解析を試みているが、汎関数に波浪推算で得られた初期の波数スペクトルから変化しないような拘束条件を付加している。この拘束条件を用いたことにより、完全にこの逆問題を解いたものではなくっている。また、Engen ら (1994) もレンジバンチング効果をさらに付加した関係式を導き、その逆解析を行っているが、波数空間において Gauss 分布形状

の人為的なフィルターをかけることにより、収束解を得ている。

このように SAR による海面画像の逆解析により、果たして正確な波浪の二次元波数スペクトルが得られるのかが、波浪計測として用いる際の重要な課題となっている。そこで本研究では、アジマス方向の非線形カットオフ特性が取り入れられている準線形理論の逆解析解の存在について調べることにした。Hasselmann ら (1991) の準線形近似における SAR 画像と波浪の波数スペクトルとの関係は、次式で表される。

$$\Psi(k) = \frac{1}{2} \exp \left\{ -\beta^2 k_x^2 \int_0^L T^v(k')^2 F(k') dk' \right\} \cdot \{ |T^s(k)|^2 F(k) + |T^s(-k)|^2 F(-k) \} \quad (1)$$

ここに、 $\Psi(k)$ は SAR 画像の波数スペクトル、 $F(k)$ は波浪の波数スペクトル、 k_x はアジマス方向の波数成分、 β は人工衛星から観測点までの距離と衛星の移動速度との比であり、 $T^v(k)$ は、

$$T^v(k) = -\omega \left(\sin \theta \frac{k_r}{k} + i \cos \theta \right) \quad (2)$$

で与えられる。ここに、 θ はレーダの入射角、 k_r はレーダの視線方向の入射波数成分を表す。 $T^s(k)$ は変調伝達関数であり、以下の各種変調伝達関数の和で表される。

$$T^s(k) = T^i(k) + T^h(k) + T^{vb}(k) + T^{rb}(k) \quad (3)$$

ここに、 $T^i(k)$ は傾き変調伝達関数、 $T^h(k)$ は流体力学変調伝達関数、 $T^{vb}(k)$ は速度バンチング変調伝達関数であり、 $T^{rb}(k)$ レンジバンチング変調伝達関数である。

式 (1) は、波浪の波数スペクトル $F(k)$ に関して非線形積分方程式で表される関係にあるので、その波数スペクトルを簡単に求めることはできない。そこで、式 (1) の関係式において、波浪の波数スペクトル $F(k)$ は、波数空間 S をエネルギー密度のピークを含む半無限平面 S_1 とその反対側の半無限平面 S_2 に分割したとき、 S_2 側の波数空間では波浪のエネルギーは、殆ど無視できるほど小さいことを利用する。すなわち、

$$F(-k) \cong 0, \quad k \in S_1, \quad -k \in S_2 \quad (4)$$

* 正会員 工博 新潟大学教授 工学部建設学科
** 新潟大学大学院自然科学研究科

$$\int_S |T^v(k)|^2 F(k) dk = \int_{S_1} |T^v(k)|^2 F(k) dk + \int_{S_2} |T^v(k)|^2 F(k) dk \cong \int_{S_1} |T^v(k)|^2 F(k) dk \quad (S=S_1+S_2) \quad (5)$$

なる関係が成立する。これらの関係を考慮して、式(1)を書き換えると、

$$F(k) = \frac{2\Psi(k)}{|T^v(k)|^2} \exp\left\{\beta^2 k_x^2 z\right\} \left\{ |T^v(k')|^2 F(k') dk' \right\} \quad (6)$$

となる。ここで、上式の両辺に $|T^v(k)|^2$ を乗じて、波数空間 S_1 上で積分すると、レンジ方向の軌道流速成分の二乗平均値に関する関係式が得られる。

$$z = 2 \int_{S_1} \Psi(k) \frac{|T^v(k)|^2}{|T^v(k)|^2} \exp\{\beta^2 k_x^2 z\} dk \quad (7)$$

ここに、 z はレンジ方向の軌道流速成分の二乗平均値で、次式で表される。

$$z = \int_{S_1} |T^v(k)|^2 F(k) dk \quad (8)$$

波浪の二次元波数スペクトル $F(k)$ を算定するためには、まず式(7)の関係を満たす z を求め、その値を式(6)に代入すればよいことになる。ここで問題となるのが、式(7)を満たす z が存在するか否かである。また解が存在する場合、唯一存在するのか、あるいは複数個存在するかが問題となる。そこで、次の関数を定義して、解の存在を調べることにした。

$$f(z) = 2 \int_{S_1} \Psi(k) \frac{|T^v(k)|^2}{|T^v(k)|^2} \exp\{\beta^2 k_x^2 z\} dk - z = 0 \quad (9)$$

関数 $f(z)$ の増減を調べるために、 z で微分すると、

$$f'(z) = 2 \int_{S_1} \beta^2 k_x^2 \Psi(k) \frac{|T^v(k)|^2}{|T^v(k)|^2} \exp\{\beta^2 k_x^2 z\} dk - 1 \quad (10)$$

となる。 $z=0$ のとき、 $f(z)>0$ であるので、 $f(z)=0$ となる解が存在するためには、少なくとも $z>0$ において、 $f(z)<0$ とならなければならない。すなわち、

$$\int_{S_1} \beta^2 k_x^2 \Psi(k) \frac{|T^v(k)|^2}{|T^v(k)|^2} \exp\{\beta^2 k_x^2 z\} dk \leq \frac{1}{2} \quad (11)$$

なる関係が成立しなければ、 $f(z)=0$ を満たす解は存在しないことになる。

式(11)の左辺の値は、 z に関して単調に増加するので、 z の値すなわちレンジ方向の軌道流速成分の二乗平均値が大きくなるほど、解が存在しにくくなることが分かる。また、式(9)の関数形より、逆解の個数は0個、1個および2個存在する可能性があることが容易に分かる。逆解が1個以上ある場合には、Newton-Raphson法を用い

て次式で求められる。

$$z_{n+1} = z_n - \frac{f(z_n)}{f'(z_n)} \quad (12)$$

また、逆解が存在しない場合あるいはノイズが含まれている場合には、 $f(z)$ の二乗値を最小とすることにより求めることにする。この場合には、

$$\int_{S_1} \beta^2 k_x^2 \Psi(k) \frac{|T^v(k)|^2}{|T^v(k)|^2} \exp\{\beta^2 k_x^2 z\} dk = \frac{1}{2} \quad (13)$$

を満たす z が解となる。この関係式は、ちょうど式(11)の不等式の上限值となっており、式(10)において、 $f'(z)=0$ を満たす関係式となっている。式(9)あるいは式(13)を満たす収束解 z が得られたならば、波浪の波数スペクトル $F(k)$ は次式より容易に求められる。

$$F(k) = \frac{2\Psi(k)}{|T^v(k)|^2} \exp\{\beta^2 k_x^2 z\} \quad (14)$$

3. 数値シミュレーションによる逆解析解の特性

3.1 波浪の二次元波数スペクトルの設定

波浪の波数スペクトルの設定には、泉宮・居場(1999)と同様に、Bretschneider・光易型周波数スペクトル $S(f)$ および光易型方向分布関数 $G(\theta, f)$ を用いて算定した。

$$S(f) = 0.257 H_{1/3}^2 T_{1/3}^4 f^{-5} \exp\{-1.03(T_{1/3} f)^{-4}\} \quad (15)$$

$$G(\theta, f) = G_0 \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \quad (16)$$

ここに、 $H_{1/3}$ は有義波高、 $T_{1/3}$ は有義波周期、 f は周波数、 θ は波向角、 θ_0 は主波向、 S は方向集中度を表すパラメータ、 G_0 は式(13)の積分値を1とするための定数である。方向スペクトル $S(f, \theta)$ と波数スペクトル $F(k_x, k_y)$ との関係式より、波数スペクトルは次式で算定した。

$$F(k_x, k_y) = \frac{0.257 \cdot 8\pi^4 H_{1/3}^2}{g^2 T_{1/3}^4 k^4} \cdot \exp\left\{-\frac{1.034^2 \pi^4}{g^2 k^2 T_{1/3}^4}\right\} G_0 \cos^{2s} \left(\frac{\theta - \theta_0}{2} \right) \quad (17)$$

この波数スペクトルを用いて、式(1)よりSAR画像の波数スペクトルを算定し、そのデータを逆解析に用いた。

なお、式(6)および式(7)の波数空間の積分は、SARの空間分解能 $\Delta=30\text{m}$ (3 look) を用いて評価したナイキスト波数 $k=0.1$ (rad/m) までとって行った。

3.2 逆解析解の特性

図-1は、有義波高 $H_{1/3}=5.24\text{m}$ 、有義波周期 $T_{1/3}=12.73\text{s}$ 、方向集中度パラメータ $S_{\max}=40$ 、主波向 $\theta_0=90^\circ$ (主波向：レンジ方向に平行) で、図-2に示すような波浪の二次元波数スペクトルを与えた時の式(7)の右辺および左辺の項をプロットしたものである。この図に見ら

れるように、式(7)の右辺は指数関数的に増大しているが、 $y=z$ の直線と2つの交点が存在している。

これらの2つの交点の z 座標が、式(7)を満たす解の候補であるが、そのどちらが有効であるかを調べるために、それぞれについて式(14)の関係式を用いて波数スペクトルを算定した結果を、図-3および図-4に示す。図-3の方が小さい根 $z=0.400$ の時の波数スペクトルであり、図-4は大きい根 $z=0.529$ の結果である。これらの図より、後者の大きい根を採用した方が、図-2に示す真の波数スペクトルに殆ど一致する結果が得られることが分かる。なお、小さい根の方は、形状は類似しているが値がやや小さくなっている。

次に、有義波高 $H_{1/3}=4.61$ m, 有義波周期 $T_{1/3}=10.8$ s, 主波向が同じ $\theta_0=90^\circ$ でレンジ方向に平行なケースで、方向集中度がかなり低い $S_{\max}=5$ の場合の結果を、図-5から図-8に示す。図-5は、式(7)の関係を図化したものであるが、図-1の時よりも重複度が大きく、大小の解の差が大きくなっている。小さい根を用いて推定された波数スペクトルを図-7に、大きい根による結果を図-8に示しているが、主波向から離れた方向におけるエネルギー密度が十分には再現されておらず、両端のエネルギーが切れた形となっている。これは、アジマス方向の非線形カットオフ特性によって、その方向のエネルギー密度の影響が無視できるほど小さくなり、逆解析では再現されなくなるためであると考えられる。なお、完全には再現されていないが、真値に近いのはやはり大きい根を採用した場合である。

主波向が $\theta_0=135^\circ$ で、有義波高がやや小さい $H_{1/3}=2.98$ m, 有義波周期 $T_{1/3}=11.58$ s, 方向集中度パラメータ $S_{\max}=30$ の場合の結果を、図-9から図-12に示す。この場合、いずれの z の値も小さくなっているが、その中でも大きい根を採用した場合には、図-12に示すように、図-10の真値とよく一致している。しかしながら、小さい根を用いて推定された波数スペクトルは、エネルギーの大きさも小さく、スペクトルの形状もかなり異なったものとなっている。

図-13および図-14は、同じく主波向が $\theta_0=135^\circ$ で、有義波高が比較的大きい $H_{1/3}=5.24$ m, 有義波周期 $T_{1/3}=12.73$ s, 方向集中度パラメータ $S_{\max}=40$ の場合の真の波数スペクトルと大きい方の根を用いて推定された波数スペクトルを示したものである。この場合、波高が大きいかにも拘らず、逆解の精度は高く真のスペクトルにほぼ一致している。

4. 結 論

SARによる海面画像のデータから準線形理論を用いて波浪の波数スペクトルを逆推定する際の逆解の存在条

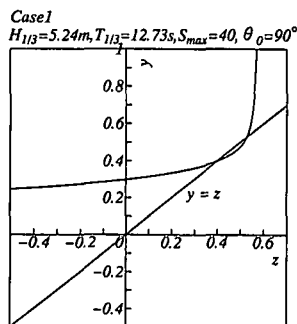


図-1 逆解析解の存在 ($S_{\max}=40$, $\theta_0=90^\circ$)

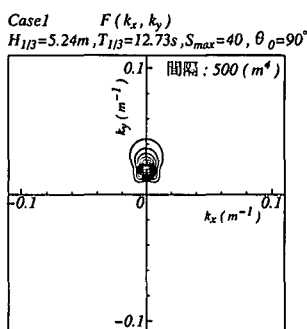


図-2 真の波数スペクトル ($S_{\max}=40$, $\theta_0=90^\circ$)

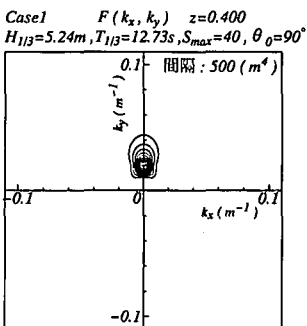


図-3 推定された波数スペクトル ($z=0.400$)

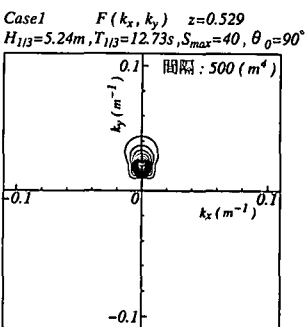
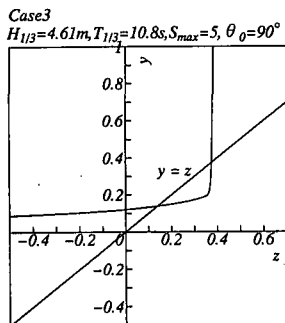
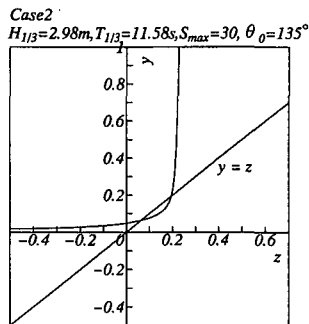


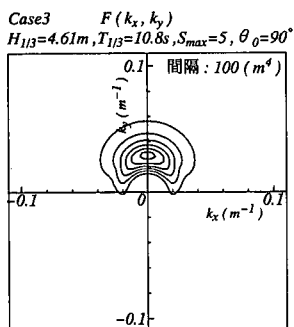
図-4 推定された波数スペクトル ($z=0.529$)



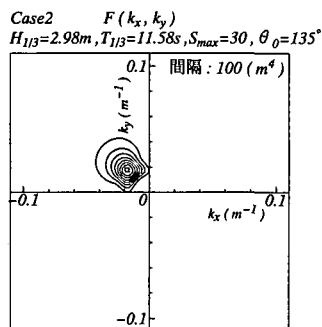
図一五 逆解析解の存在 ($S_{max}=5, \theta_0=90^\circ$)



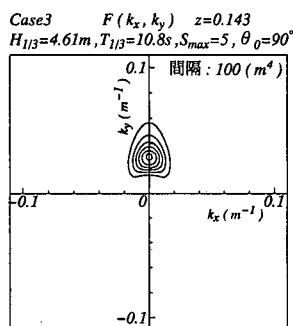
図一九 逆解析解の存在 ($S_{max}=30, \theta_0=135^\circ$)



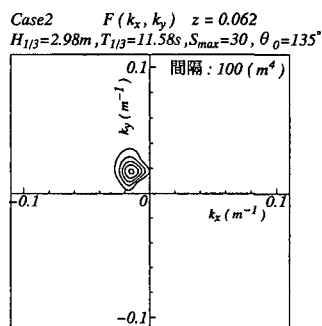
図一六 真の波数スペクトル ($S_{max}=5, \theta_0=90^\circ$)



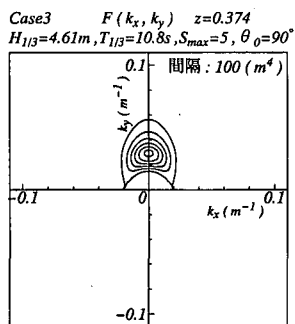
図一〇 真の波数スペクトル ($S_{max}=30, \theta_0=135^\circ$)



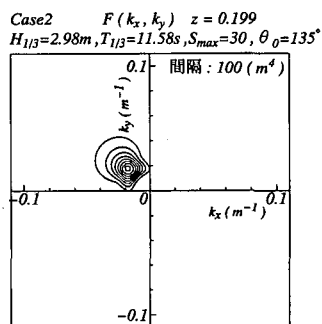
図一七 推定された波数スペクトル ($z=0.143$)



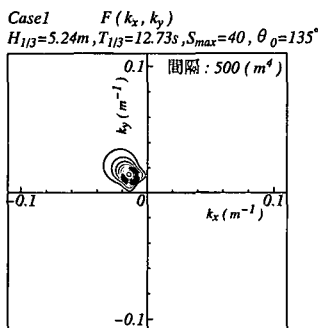
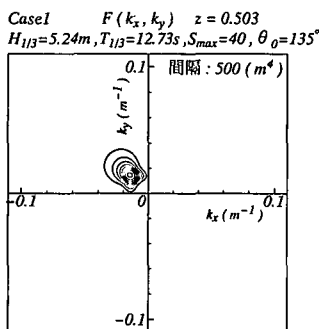
図一〇 推定された波数スペクトル ($z=0.062$)



図一八 推定された波数スペクトル ($z=0.374$)



図一二 推定された波数スペクトル ($z=0.199$)

図-13 真の波数スペクトル ($S_{max}=40, \theta_0=135^\circ$)図-14 推定された波数スペクトル ($z=0.503$)

件および逆解の近似精度について調べたところ、以下の事柄が明らかとなった。

(1) 波浪と SAR 画像の波数スペクトルの関係式より、レンジ方向の軌道流速成分の二乗平均値に関する関係式を導き、逆解の存在条件を明らかにした。その結果、

逆解は 0 個、1 個 (重根) および 2 個存在する可能性があることが示された。

(2) 逆解が複数個存在する場合には、大きい解の z の値を用いると厳密解にほぼ一致した波数スペクトルが得られる。また、厳密な逆解が存在しない場合においても、二乗誤差が最小となる解を用いて、近似解を得ることができる。

(3) 逆解の精度は、卓越波向がレンジ方向と平行に近いほど、および方向集中度が高いほど高く、逆に卓越波向がアジマス方向に近いほど、および方向集中度が低いほど低くなることが明らかとなった。これは、SAR 画像のアジマス方向の非線形カットオフ特性に由来するものであると考えられる。

(4) SAR 画像から逆推定される二次元波数スペクトルは、波浪の方向集中度が低い場合には、アジマス方向に近い波数 (k_x 軸近傍) のエネルギーがカットされた結果が得られ、見かけ上方向集中度が高くなった結果が得られることが明らかとなった。

参考文献

- 泉宮尊司・居場博之 (1999): ERS 1-SAR 画像の波数スペクトルの比較による線形および準線形理論の適用性に関する研究, 海岸工学論文集, 第 46 巻, pp. 1336-1340.
- Engen, G., H. Johnsen, H. E. Krogstad, S. F. Barstow (1994): Directional wave spectra by inversion of ERS-1 synthetic aperture radar ocean imagery, IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 32, NO. 2, pp.340-352.
- Hasselmann, K. and S. Hasselmann (1991): On the nonlinear mapping of an ocean wave spectrum into a synthetic aperture radar image spectrum and its inversion, J. of Geophys. Res., Vol. 96, No. C 6, pp. 10713-10729.