

GAL モデルに基づく高精度フロント追跡計算手法の開発

二瓶 泰雄*・灘岡 和夫**・森井 順之***

1. はじめに

河口フロントや熱塩フロント, 潮汐フロントなどといった沿岸海域における様々なフロントの動態を正確に把握することは, 異なる水塊間の混合過程やそれに伴う物質交換過程を明らかにする上で極めて重要である. このようなフロント構造を対象とした数値シミュレーションは, これまで数多く行われている (例えば, 河口フロントに関しては, 中辻ら (1991), 灘岡ら (1998), 熱塩フロントに関しては, 柳ら (1989), 日向ら (1997)). しかしながら, 通常の海水流動シミュレーションでは, 密度 (もしくは水温, 塩分) に関する保存式を, オイラー的記述に基づく差分法や有限体積法などで解いているため, 密度が不連続的に急変するフロントの挙動を合理的に表現することは原理的に難しい. このようなことから, 沿岸海水流動計算法を高度化, 汎用化していく上で, このようなフロント構造を高精度でかつ合理的に表現し得る, 新しいフロント追跡計算手法を開発していくことが不可欠となる.

著者らは, 最近, 従来のオイラー的な枠組みとは大きく異なる移流・拡散計算法として, 一種のオイラー・ラグランジュ混合型モデルである GAL (Grid-Averaged Lagrangian) モデルを開発し, さまざまな流れ場に適用してきている (灘岡ら, 1996; 二瓶・灘岡, 1997; Nadaoka et al., 1999). もともと混相乱流計算用の分散相粒子モデル (灘岡ら, 1996) として提案されたこの GAL モデルは, 移流・拡散計算法としても使用でき, 高精度・高安定性を有していることが確認されている (二瓶・灘岡, 1997). さらに, この GAL モデルは, 濃度の空間的な急変部もほぼ完璧に移流追跡できることから, 移動境界追跡計算法としても応用され, その基本的な有効性・妥当性が検証されている (二瓶・灘岡, 2000). このようなことから, GAL モデルは, 密度急変部を有するフロントの追跡計算法としても極めて有効な手法になり得るものと

期待できる.

そこで本研究では, フロントを含む密度の移流・拡散計算法として GAL モデルを応用した, 新たな海水流動計算法を開発することを試みた. 本論文では, その概要を述べるとともに, その基本特性や有効性を検証するために, 基本的な重力フロントに関する数値シミュレーションを実施し, フロント速度や密度分布などに関して, 既存の計算手法と比較・検討した結果について述べる. さらに, より現実的なフロント計算として, 三次元河口フロントに関する数値シミュレーションを行い, 既往の手法との比較を含めて, 本計算手法の汎用性や応用性を検討した結果を示す.

2. GAL モデルに基づくフロント追跡計算法の概要

著者らが新たに開発したフロント追跡計算法の基礎となる, 流体運動の基礎方程式系と密度の移流拡散計算に用いた GAL モデルの概要を, それぞれ以下に示す.

(1) 流体運動の基礎方程式系

流体運動に関する基礎方程式としては, Boussinesq 近似と, 非圧縮性を仮定して得られる, 以下に示す三次元 Reynolds 方程式と連続式を用いた.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right] \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで, u_i は x_i 方向の流速 ($i=1\sim 3$), p は圧力, $\rho (= \rho_0 + \Delta\rho)$ は密度 (ρ_0 : 基準密度, $\Delta\rho$: 密度変動成分), ν_t は渦動粘性係数, k は乱れエネルギー, δ_{ij} はクロネッカーのデルタである. 上式では, フロント近傍の水平・鉛直混合過程を正確に記述するために, 静水圧近似を用いずに鉛直方向の運動方程式を解くこととしている.

ここでの乱流モデルとしては, フロント近傍に現れやすい時空間的に大きく変動する渦構造を記述するために, 大規模渦を直接的に解析することが可能な LES を用いることとし, 渦動粘性係数の算出には, 成層効果を考

* 正 会 員 博(工) 東京理科大学講師 理工学部土木工学科
** フェロー 工 博 東京工業大学教授 大学院情報理工学研究科情報環境学専攻
*** 学生会員 東京工業大学大学院情報理工学研究科情報環境学専攻修士課程

慮したSGS 1方程式モデルを採用している。

(2) 密度フロント計算法としてのGALモデルの概要

本海水流動計算法では、密度保存則に関して高精度移流拡散モデルであるGALモデルを適用することにより、高精度なフロント追跡シミュレーションを実現することを試みた。ここでのGALモデルにおける密度の移流・拡散計算法は、これまでの分散相粒子モデルの中で用いられていた粒子濃度の移流拡散追跡プロセスと基本的には同じであり、具体的な内容は以下に示すとおりである。

GALモデルにおける密度などのスカラー量の移流拡散過程に関する取り扱いとしては、まず、図-1に示すように、ある密度値を有する流体要素(以下では、“スカラー雲”と呼ぶ)の重心位置をラグランジュ的に移動させ、乱流拡散によりそのスカラー雲の広がり幅を変化させる。次に、スカラー量(ここでは密度)を各格子に再配分させる。ここで、 Δt 時間後におけるスカラー雲の重心位置の変化量 $\Delta \bar{x}$ およびその広がり幅 $\Delta \bar{x}^2$ は、格子内の流速値 U と渦動粘性係数 ν_t を用いて、以下のように記述される(灘岡ら, 1996)。

$$\Delta \bar{x} = U \Delta t \quad (3)$$

$$\Delta \bar{x}^2 = 2\nu_t \Delta t \quad (4)$$

また、再配分操作における数値拡散を極力減らすために、ここでは、スカラー雲内におけるスカラー量分布に関しては、図-2に示すようなスカラー雲の重心位置を考慮した非一様な矩形分布を採用することとしている(二瓶・灘岡, 1997)。

3. 本フロント追跡法の基本特性の検証

(1) 鉛直二次元重力フロントに関する計算条件

まず、本研究で提案しているGALモデルに基づくフロント追跡計算法の基本的な有効性を検証するために、鉛直二次元重力フロントを対象にした数値シミュレーションを行うことを試みた。ここでは、重力フロントの代表例として、Lock Exchange Problemを計算対象とした。このLock Exchange Problemとは、図-3に示すように、矩形容器中に密度の異なる二つの水塊が、容器中央における仮想的な水門により分け隔てられた形で配置され、計算開始とともにその水門を開けた後に、相対的に低密度の水塊が上層を、高密度水塊が下層を進行する、という形の重力フロント流場のことである。

具体的な計算条件としては、計算領域を水平方向128 m(メッシュ数128)、鉛直方向20 m(メッシュ数20)とし、それぞれの座標軸を x, z 軸とした。境界条件に関しては、全ての面においてslip壁条件を適用した。初期条件としては、図-3に示すように密度変動の空間分布を

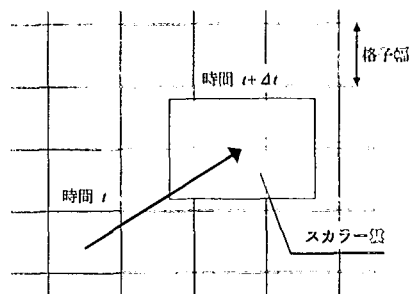


図-1 GALモデルにおけるスカラー量の移流拡散の取り扱い

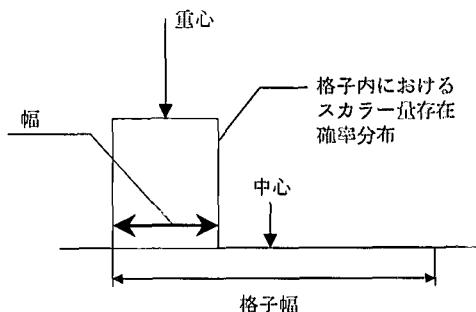


図-2 格子内におけるスカラー量分布の取り扱い

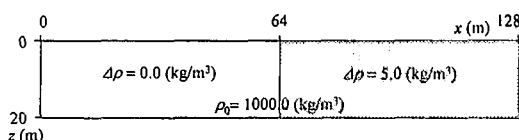


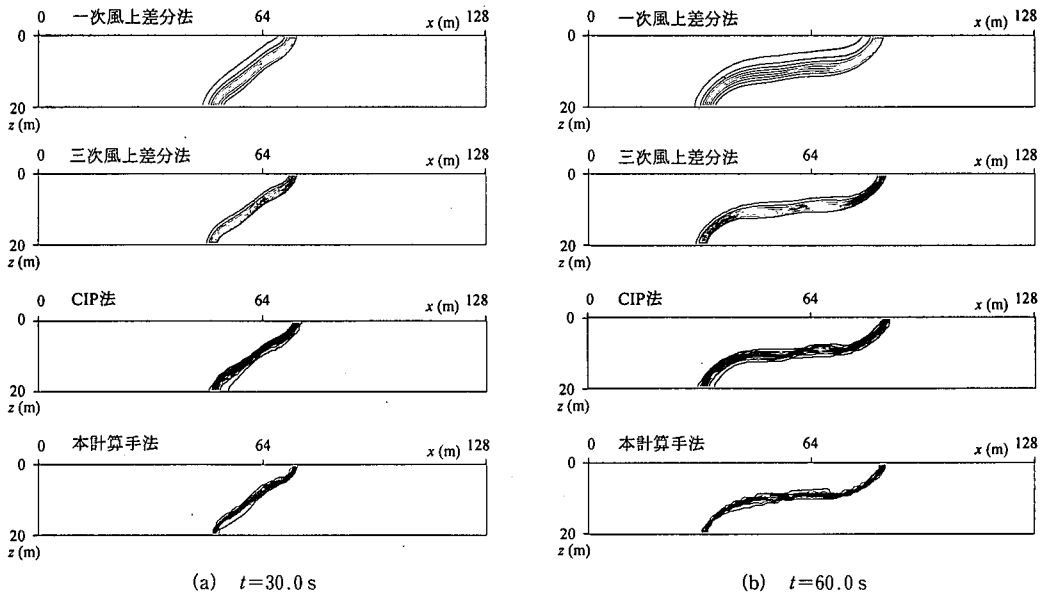
図-3 重力フロント計算における初期密度分布

与え、そこでの基準濃度 ρ_0 は1000 kg/m³とした。また、計算初期では静止状態としているので、流速値は全て0とした。

ここでは、本計算手法の計算精度を検討するために、フロント追跡精度に重要となる移流項に関する代表的な差分スキームとして、一次風上差分法と、三次風上差分法、およびCIP(Cubic Interpolated Propagation)法(Yabe et al., 1991)を用いた場合の計算も同時に行い、そこで得られた数値解に関して比較・検討を行った。なお、これらの計算における拡散項の取り扱いには、二次精度の中央差分を適用している。

(2) 計算結果

各計算法により得られたフロント構造を見るために、 $t=30, 60$ sの二時点における密度分布のコンター図を図-4に示す。まず、 $t=30$ sにおける結果に着目すると、本来不連続であるべき密度場のコンター線間隔に関しては、一次風上差分法の結果が最も広く、GALモデルの結果が最も狭くなっている様子が分かる。このような傾向は、 $t=60$ sの時点では、より顕著に表れている。このよ

図-4 鉛直二次元フロントに関する計算結果 (密度コンター図, コンター間隔 0.5 kg/m^3)表-1 フロント進行速度 U^* の計算結果

	U^*
一次風上差分法	0.8534
三次風上差分法	0.9021
CIP 法	0.9365
本計算手法	0.9038

うな計算結果は, GAL モデルが, このような重力フロントを, 他の計算手法と比べて, よりシャープに再現していることを示すものである。

次に, フロント進行速度に関して定量的に比較した結果を表-1 に示す。この表中の無次元フロント速度 U^* に関しては, 各計算結果より得られたフロントの進行速度を, 以下の式に示されるようなフロントの進行速度 U (Turner, 1973) で無次元化した形で表している。

$$U = 0.44(g'H)^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (5)$$

ここで, H は水深, g' は有効重力 ($g' = \varepsilon g$, ε は基準密度 ρ_0 と密度差 $\Delta\rho$ の比) である。これを見ると, 本計算法のフロント速度の算定精度は, CIP 法には若干及ばないものの, 一次風上差分法よりは良く, 三次風上差分法と同程度となっていることが分かる。

以上の結果から, GAL モデルに基づく本計算法は, 移流項に対する既存の数値スキームと比較して, この鉛直二次元重力フロントの進行速度の計算精度に関しては CIP 法にやや劣るものの, フロント近傍の密度変化をよりシャープに再現できており, 本計算の基本的な有効性

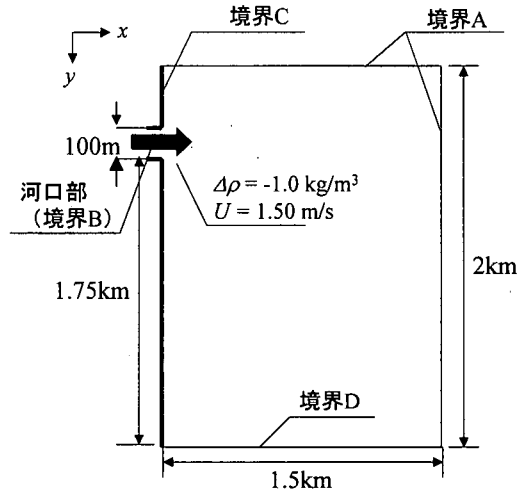


図-5 三次元河口フロントに関する計算条件

が検証された。

4. 三次元河口フロント計算への応用

(1) 計算条件

本計算手法の汎用性・応用性を確認するため, 三次元河口フロントに関する数値シミュレーションを実施した。ここでの計算条件としては, 図-5 に示すように, 計算領域を x 方向 1500 m (メッシュ数 150), y 方向 2000 m (メッシュ数 200), 鉛直方向 20 m (メッシュ数 20) として, 幅 100 m, 水深 10 m の河口部を設けた。この河口フロント計算では, フロント構造をシャープにする効果が

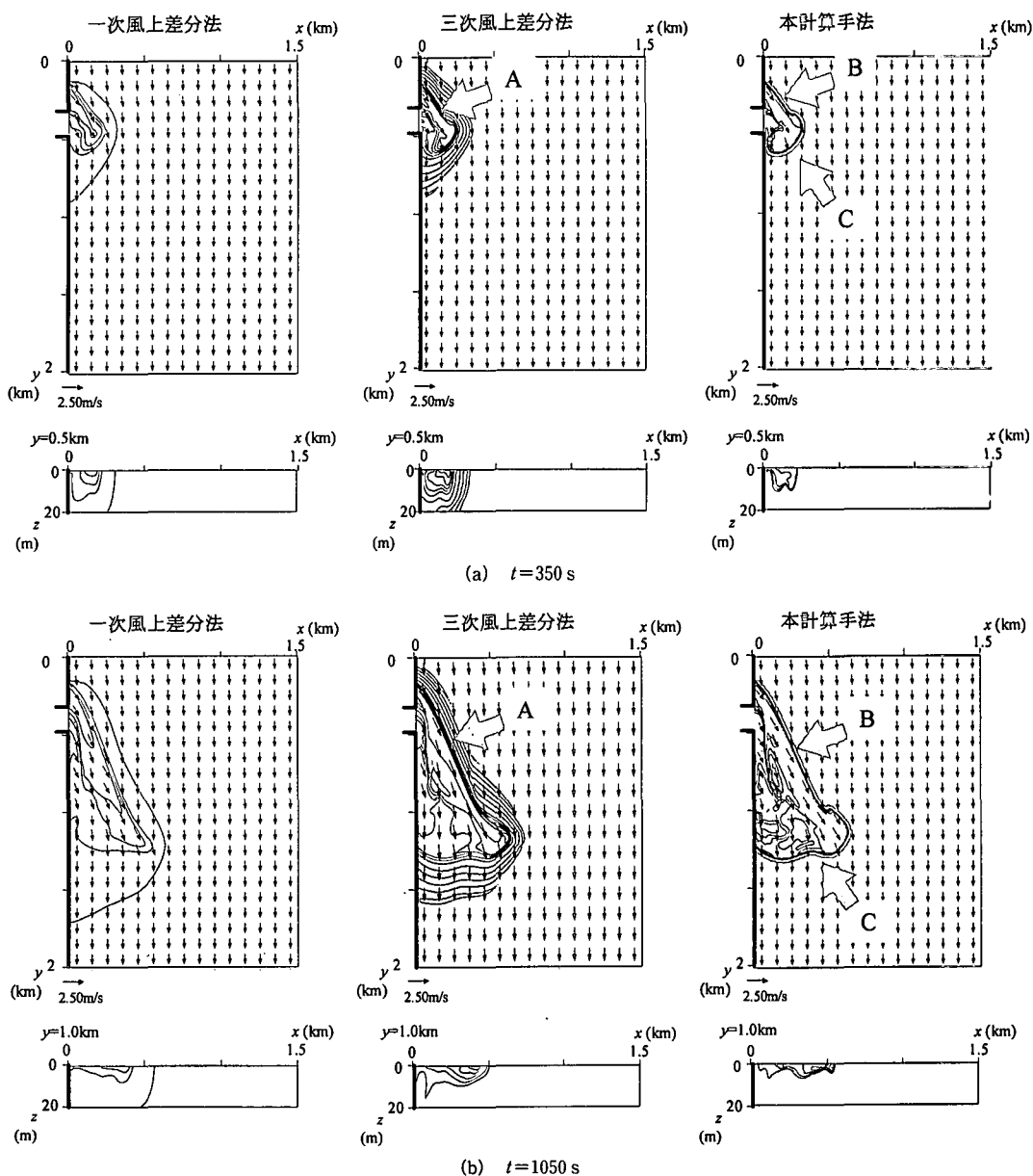


図-6 水平・鉛直断面内における密度コンター (三次元フロント, コンター間隔: 0.2 kg/m^3)

ある沿岸流を考慮した形で計算を行うことを試みた。具体的には、計算初期条件として、全計算領域にわたって一様な沿岸方向 (y 方向) 流速を 0.80 m/s となるように与えている。また、計算開始後、この沿岸流を維持するために、沖側境界及び沿岸方向境界の一つ (同図中境界 A) では、同じ流速を有する沿岸流を境界条件として課している。河口部 (同図中境界 B) では、密度差 $\Delta\rho = -1.0 \text{ kg/m}^3$ 、流入速度 1.50 m/s の河川条件を与えている。さらに、海底面及び河口部を除いた岸側境界 (同図中境界 C) には slip 壁条件、その他の境界 (同図中 D) では、開

放条件をそれぞれ適用している。

この河口フロントシミュレーションに関しても、本計算手法の有効性や妥当性を検証するために、3.と同様に移流項に 1 次風上差分法、3 次風上差分法を用いた場合の計算結果を、本計算手法による結果と比較・検討することとした。

(2) 計算結果

本計算手法と 1 次風上差分法、3 次風上差分法を用いた場合における三次元河口フロントの計算結果 ($t=350$, 1050 s) を図-6 に示す。ここでは、三次元的な河口フロ

ントの様子を見るために、密度コンター図を、水平面(表層)と x - z 断面(河口フロント近傍, $t=350$ s では $y=500$ m, $t=1050$ s では $y=1000$ m) においてそれぞれ図示している。図中のコンター間隔は 0.2 kg/m^3 としている。

これらの図を見ると、全ての計算法において、河川水は沿岸流の影響により $+y$ 方向(図中下向き)に曲げられており、上下非対称な河口フロント構造が形成されている様子がうかがえる。しかしながら、このような河口フロントにおける密度分布は、計算法により大きく異なっていることが分かる。すなわち、一次風上差分法の場合には、密度分布は水平・鉛直断面内においてかなり平滑化されており、シャープな河口フロント構造は全く再現されていない。次に、三次風上差分法の計算結果に関しては、一次風上差分法よりは密度分布の数値拡散が少ないことが分かるものの、通常明確なフロント構造が現れやすい、沿岸流と隣接している部分(同図中矢印 A)においてさえも密度分布は平滑化されてやや不明確なフロントパターンとなり、それが時間とともに顕著になっている様子が分かる。

それに対して、GAL モデルを用いた本計算法に関しては、他の二つの手法と比較して、極めて明確な河口フロント構造が再現されており、時間が経過しても、シャープな河口フロントパターンが保たれていることが分かる。このような河口フロントの様子は、沿岸流と隣接している部分(同図中矢印 B)のみならず、そうでない部分(同図中矢印 C)においても見られる。以上のことから、本研究で構築した GAL モデルに基づくフロント追跡手法は、三次元河口フロントのような現実的なフロント追跡シミュレーションに対して、極めて有用な計算結果を与えることが確認された。

5. おわりに

本研究では、密度が不連続的に変化するフロント構造の挙動を合理的に表現するため、GAL モデルに基づく高精度フロント追跡計算手法を構築し、その基本的な有効性や妥当性について様々な検討を行った。その結果、本手法は、既存の手法に比べて密度フロント部分を高精度に表現し得ることが検証されたことから、フロント追跡計算手法としての本手法の有用性が示された。

参考文献

- 中辻啓二・許 再寧・室田 明 (1991): 三次元表層密度流の数値実験, 土木学会論文集, No. 434/II-16, pp. 19-28.
- 灘岡和夫・二瓶泰雄・八木 宏 (1996): 新しい固相モデルに基づく固体-流体混相乱流 LES モデルの開発, 土木学会論文集, No. 533/II-34, pp. 61-73.
- 灘岡和夫・二瓶泰雄・小西伸英 (1998): 河口域周辺部における流動場の渦・フロント構造に関する数値シミュレーション, 海岸工学論文集, Vol. 45, No. 1, pp. 441-445.
- 二瓶泰雄・灘岡和夫 (1997): 移流シミュレーションに対する GAL モデルの高精度化とその適用性, 土木学会論文集, No. 579/II-41, pp. 137-149.
- 二瓶泰雄・灘岡和夫 (2000): GAL モデルに基づく移動境界流れ解析法の構築とその応用, 土木学会論文集, No. 642/II-50, pp. 19-30.
- 日向博文・八木 宏・杉田繁樹 (1997): 熱塩フロントを考慮した冬期東京湾の海水交換特性に関する数値計算, 海岸工学論文集, Vol. 44, No. 1, pp. 391-395.
- 柳 哲雄 (1989): 沿岸海洋学—海の中でのものはどう動くか, 恒星社厚生閣, 154 p.
- Nadaoka, K., Y. Nihei and H. Yagi (1999): Grid-averaged Lagrangian LES model for multiphase turbulent flow, Int. J. Multiphase Flow, Vol. 25, pp. 1619-1643.
- Turner, J. S. (1973): Buoyancy effects in fluids, Cambridge University Press, 367 p.
- Yabe, T., T. Ishikawa, P. Y. Wang, T. Aoki, Y. Kadota and F. Ikeda (1991): A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation, Computer Physics Communications, vol. 66, pp. 233-242.