

鉛直不均質透水性を考慮した混成堤基礎地盤の波浪応答に関する理論解析

熊 谷 隆 宏*

1. はじめに

混成防波堤の耐波安定性について, 従来, ケーソンに作用する波力とケーソンの重量による抵抗より検討されてきたが, 近年, 液状化に代表される地盤支持力の低下を含めた検討の必要性が認識されてきた(例えば, 善ら, 1987). それに伴い, 有限要素法に代表される数値解析では, 例えば Mase et al. (1994) は混成堤と基礎地盤の波浪応答解析を行い, 朴ら (1996) は波浪-海底地盤-構造物の相互作用を解析する数値計算法を提案している. また, これらの数値解析以外に, 現象の物理的理解を容易にし, 波浪, 地盤特性の効果, 影響を系統的に明らかにする理論解析についても近年研究が進められており, Kumagai (1998), Kumagai and Foda (2000) は混成堤と基礎地盤の波浪応答(波浪-ケーソン-マウンド-海底地盤系)に関する理論解析モデルを提案している.

これらの研究では, マウンドおよび基礎地盤を地盤骨格と気泡を含む間隙水の 2 相から成る多孔質弾性体として取り扱い, その中で, 力学的な解析を容易にするため, 等方かつ均質地盤を仮定している. しかしながら, 実際の海底地盤には, 地盤の堆積性, 構造物や地盤の自重による圧密等に起因する異方性や鉛直方向の不均質性が存在すると考えるのが一般的である.

海底地盤の異方性または鉛直不均質性を考慮した海底地盤(波浪-海底地盤系)の波浪応答に関して, 由比・石田 (1997) は水平互層構造による直交異方性が存在する地盤に関して理論解析を行い, 北野ら (1998) は Mei and Foda (1981) の境界層近似理論を進展させ, 鉛直不均質透水性地盤の波浪応答に関する理論を提案した.

地盤の不均質性を考慮した混成堤基礎地盤の波浪応答に関して, これまで理論的に検討されていない. そこで本研究では, Kumagai (1998), Kumagai and Foda (2000) のモデルに, 北野ら (1998) の成果を援用して新しい理論を構築し, 鉛直不均質透水性を考慮した混成堤基礎地盤の波浪応答に関する理論解析を行った.

2. 解析手法の概要

図-1 は, 本研究で提案される応答解析モデルの計算領域を示す. ここに, h : 静水深, $2L$: ケーソン幅, Δ : マウンド厚である. 解析において, ケーソンの動揺による応力, 間隙水圧の変動はマウンド側方部に影響しないことと, 波動運動に基づく圧力伝播におけるマウンドの影響は小さいことを仮定して, マウンド側方部を図のように省略した(マウンド法先部は 1:1 勾配とする).

混成堤と基礎地盤の波浪応答において, 地盤面に作用する動水圧は地盤内に直接作用し, また, 波圧によって振動するケーソンはマウンドを通して間接的に海底地盤に作用する. このように複雑な応答系を理論解析するために, 線形近似により応答問題を波浪モードとケーソン振動モードに分離する(図-2). ここで, 波浪モードでは, ケーソンは固定で, 外力として波浪のみが作用すると仮定し, ケーソン振動モードでは, 波浪は作用せず, 外力としてケーソン振動のみが作用すると仮定する. また, ケーソン振動モードを鉛直・回転・水平振動の 3 成

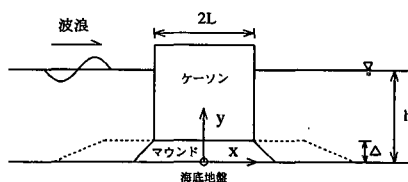


図-1 混成堤と海底地盤の波浪応答に関する理論解析モデルの計算領域

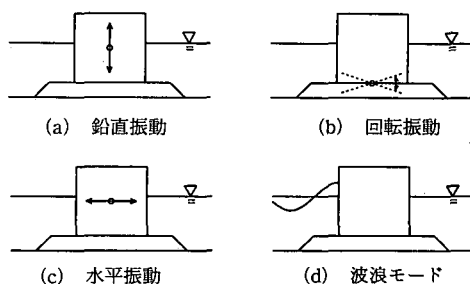


図-2 応答系の分離

分に分離する。そして、分離した各成分に対して解を求めた後、ケーソンに作用する外力に応じて解を合成することにより、応答系に対する最終的な解を求める。

ここでは、Kumagai (1998), Kumagai and Foda (2000) にならない、マウンドの応答解析と海底地盤の応答解析に分けることにより解析を行う。

マウンドの応答解析において、二相混合体理論を用いてマウンドの動的挙動を表す。

水粒子運動方程式

$$n\rho_w \frac{\partial u_w}{\partial t} = -n \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{n^2}{K}(u_w - u_s) \quad (1)$$

土粒子運動方程式

$$(1-n)\rho_s \frac{\partial u_s}{\partial t} = \frac{\partial \sigma_{11}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{21}}{\partial y} - (1-n) \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{n^2}{K}(u_w - u_s) \quad (2)$$

連続式

$$n \frac{\partial}{\partial x}(u_w - u_s) + \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} = -n \frac{\partial}{\partial y}(v_w - v_s) - \frac{\partial v_s}{\partial y} \quad (3)$$

ここに、 ρ_w , ρ_s : 水粒子および土粒子の単位体積重量, n : 間隙率, β : 水の体積弾性率, K : 透水係数, u_w , u_s : 水粒子および土粒子の水平速度, v_w , v_s : 水粒子および土粒子の鉛直速度, p : 間隙水圧, σ_{11} , σ_{21} : 水平有効応力およびせん断応力である。

マウンド内の水粒子, 土粒子の鉛直速度が鉛直方向に線形に分布すると仮定すれば, 式 (3) は以下のように近似できる。

$$n \frac{\partial}{\partial x}(u_w - u_s) + \frac{\partial u_s}{\partial x} + \frac{n}{\beta} \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\{-w + [n\bar{v}_w + (1-n)\bar{v}_s]\}}{\Delta} \quad (4)$$

ここに、 Δ : マウンド厚, $w(x)$: ケーソン底面の鉛直方向速度, $\bar{v}_w$, $\bar{v}_s$: マウンド底部 (海底地盤面) における水粒子および土粒子鉛直速度である。

多孔質弾性体である海底地盤の応答は, Mei and Foda (1981) の近似解析法を援用し, 非排水性の外部領域 (outer region) と排水性の境界層領域 (boundary-layer region) に分離して解析する。このとき, 海底地盤の応答は外部領域と境界層領域の各応答解の和によって表される。

土粒子速度と水粒子速度が等しく, 弾性一相体として扱われる非排水性の外部領域では, 透水性を考慮する必要はない。

外部領域

$$\nabla^2 \underline{U}^* + C \nabla \nabla \cdot \underline{U}^* = 0 \quad (5)$$

$$p^* = -\frac{1}{2(1+m)}(\tau_{11}^* + \tau_{22}^*) \quad (6)$$

ここに、添字 'o' は外部領域を示し, $\underline{U}^* = (u^*, v^*)$: 外部領域土粒子速度ベクトル (= 外部領域水粒子速度ベクトル), τ_{11} , τ_{22} はそれぞれ, 水平および鉛直全応力である。また, 係数 C , m はせん断弾性係数を用いて次のように表わすことができる。

$$C = \frac{1}{1-2\nu_s} + \frac{\beta_s}{n_s G_s} \quad (7)$$

$$m = \frac{n_s G_s}{\beta_s} \frac{1}{1-2\nu_s} \quad (8)$$

ここに、添字 's' は海底地盤の物性であることを示し, ν はポアソン比である。

鉛直不均質透水性地盤に対する境界層問題については, 北野ら (1998) にならない, 以下のように解析を行う。
境界層領域

$$(\omega \delta^2) \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \rho(y) \frac{\partial p^b}{\partial y} \right\} = \frac{\partial p^b}{\partial t} \quad (9)$$

ここに、 $\rho(y)$ は鉛直不均質性を表す関数であり,

$$\rho(y) = \exp(2\alpha y / \delta), \quad \alpha > 0 \quad (10)$$

透水係数 $K_s(y)$ は $\rho(y)$ を用いて次のように表される。

$$K_s(y) = K_s(0) \rho(y) \quad (11)$$

これは, 地盤下部に向かって透水性が小さくなることを示している。 ω は来襲波浪の角周波数, δ は境界層厚で

$$\delta = \sqrt{\frac{G_s K_s(0)}{\omega} \left[\frac{n_s G_s}{\beta_s} + \frac{1-2\nu_s}{2(1-\nu_s)} \right]} \quad (12)$$

である。鉛直関数 $f(y)$ について次のような Liouville 変換を行うと,

$$p^b = \exp(-\alpha y / \delta) f(y) \quad (13)$$

式 (9) より, 解の周期性を仮定して, 不均質性の効果をより端的に表す微分方程式が得られる。

$$\frac{d^2 f}{dy^2} = \frac{(-i\rho(y)^{-1} + \alpha^2)}{\delta^2} f \quad (14)$$

ここに、 $i = \sqrt{-1}$ である。

さらに, 透水係数の鉛直分布において, 境界層内で $1/\rho(y)$ を平均すると, 式 (14) は次のように変換できる。

$$\frac{d^2 f}{dy^2} = \frac{(-i\Lambda(\alpha) + \alpha^2)}{\delta^2} f \quad (15)$$

ここに,

$$\Lambda(\alpha) = \int_{-\delta}^0 dy / \rho(y) = \frac{\exp(2\alpha) - 1}{2\alpha} \quad (16)$$

である。式 (15) において, $\alpha = 0$, $\rho(y) = 1$ として均質性地盤を想定すると, Mei and Foda (1981) により導かれた均質性地盤に対する圧密方程式に一致する。式 (15) は拡散方程式の形であり, 容易に解析解を導くことができる。式 (13) および (15) より,

$$p^b = A \exp(-\alpha + \sqrt{-i\Lambda(\alpha) + \alpha^2}) \frac{y}{\delta} \quad \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 A は境界条件により定められる未知係数である。

また、Mei and Foda (1981) によれば、境界層領域内全応力は、次のように間隙水圧により与えられる。

$$\begin{pmatrix} \tau_{11}^b \\ \tau_{22}^b \\ \tau_{12}^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1-2\nu_s)/(1-\nu_s) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} p^b \quad \dots\dots\dots (18)$$

以上、マウンドおよび鉛直不均質透水性を持つ海底地盤の動的挙動をそれぞれ表現する支配方程式について述べた。次に、境界条件について述べる。

海底地盤面における境界条件は、

$$\tau_{22}^+ = \tau_{22}^-; \tau_{12}^+ = \tau_{12}^-; p^+ = p^- \quad (y=0) \quad \dots\dots\dots (19)$$

すなわち、海底地盤面（海底地盤とマウンドの接面を含む）における鉛直応力およびせん断応力の連続条件と

$$v_s^+ = v_s^-; v_w^+ = v_w^-; u_s^+ = u_s^- \quad (y=0, -L \leq x \leq L) \quad \dots\dots\dots (20)$$

すなわち、海底地盤とマウンドの接面における水粒子と土粒子速度の連続条件である。ここに、添字(+)は地盤上面、(-)は地盤下面を示す。

また、海底地盤の無限深さにおいて解が限りなく小さくなるためには、

$$F \rightarrow 0, \quad y \rightarrow -\infty \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 F は任意関数（間隙水圧，有効応力，水粒子および土粒子速度）である。

分離した各成分（ケーソン振動モードの3成分および波浪モード）について、マウンド解析と海底地盤解析に分けることにより解析を行うことは前に述べた。ここで、マウンドの応答は、次の2つの問題に分けて解析を行う。つまり、海底地盤を不透水性剛体と仮定し（式（4）において $\bar{v}_w = \bar{v}_s = 0$ ）、海底地盤から影響を受けないものとしてマウンド解析を行う剛性地盤問題、そして剛性地盤問題の解析結果を基に、式（4）においてとして、マウンド弾性体と考える弾性地盤問題である。さらに、マウンドと海底地盤の相互作用はマウンドの境界条件により、マウンドの弾性地盤問題と海底地盤の基礎式を接続することにより解析する。

分離した各成分（ケーソン振動モードの3成分および波浪モード）についてそれぞれの解を求めるにあたり、マウンド応答解析については、均質性海底地盤を対象とした Kumagai (1998), Kumagai and Foda (2000) と同様の手法により、解析を行うことができる。さらに、海底地盤問題について、外部領域（outer region）では前述したように、土粒子速度と水粒子速度が等しく、透水性を考慮する必要はないため、これらと同様の手法により、解析を行うことができる。このとき、マウンドおよび海

底地盤の外部領域の動的挙動は複素フーリエ級数で表現される。海底地盤の境界層問題については、解析解である式（17）を次のように変換する。

$$p^b = \sum_{j=-N}^N A_j \exp \left[a_j x + (-\alpha + \sqrt{-i\Lambda(\alpha) + \alpha^2}) \frac{y}{\delta} \right] \quad \dots\dots\dots (22)$$

ここで、 A_j は境界条件により定められる未知係数であり、 a_j は高速フーリエ変換（FFT）の指数に一致するように与え、

$$a_j = i \frac{2\pi j}{N(\Delta x)} \quad (-N \leq j \leq N \text{ および } j \neq 0) \quad \dots\dots\dots (23)$$

である。ここに、 Δx ：格子間隔， N ： x 方向格子数である。さらに式（18）より、

$$\tau_{11}^b = \frac{2\nu_s - 1}{1 - \nu_s} \sum_{j=-N}^N A_j \exp \left[a_j x + (-\alpha + \sqrt{-i\Lambda(\alpha) + \alpha^2}) \frac{y}{\delta} \right] \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$\tau_{22}^b = \tau_{21}^b = 0 \quad \dots\dots\dots (25)$$

が得られる。

ここに、鉛直不均質性海底地盤の境界層領域の動的挙動についても複素フーリエ級数で表現できることを明らかにした。このとき、マウンドおよび海底地盤の動的挙動はすべて複素フーリエ級数で表現できる。したがって、Kumagai (1998), Kumagai and Foda (2000) の手法と同様に、ケーソンマウンド海底地盤の境界条件である式（19）および（20）を満足するよう複素フーリエ級数の各項における未知係数を決定することにより、理論解析を行うことができる。

3. 解析結果および考察

Mase et al. (1994) は、均質性地盤を対象として、ケーソン、マウンドおよび海底地盤の波浪応答を数値解析するモデルを提案している。このモデルは二相混合体理論と同等な Biot の理論に基づき、有限要素法（FEM）を用いて解析するものである。均質性地盤を対象とした場合、Mase et al. (1994) による解析の基礎理論は本研究と同一であり、Kumagai (1998), Kumagai and Foda (2000) において、その計算結果との比較により理論解析モデルの検証を行い、モデルの妥当性を確認した。このときの

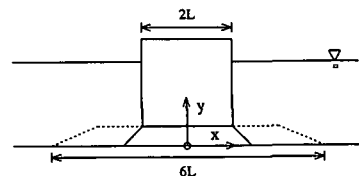


図-3 計算領域

表一 マウンドおよび海底地盤に関する解析条件

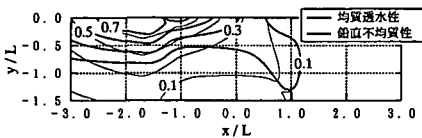
	マウンド	海底地盤
n	0.25	0.28
v	0.33	0.33
$\rho_w K \omega$	0.0628	0.00628
G/β	12.63	157.9
$\beta K/\omega L^2$	2.36	0.236
ρ_w/ρ_s	0.40	—
Δ/L	0.35	—
L/h	0.727	—

計算領域を図-3に示し、マウンドおよび海底地盤に関する解析条件を表-1に示す。前述したように、解析において、ケーソンの動揺による応力、間隙水圧の変動はマウンド側方部に影響しないことと、波動運動に基づく圧力伝播におけるマウンドの影響は小さいことを仮定して、マウンド側方部を省略する。ただし、実際のマウンド幅は6Lである。ここでは、混成堤が砂質地盤上に設置されていることを想定している。また、波浪条件は波高4m、周期10s、水深11mである。

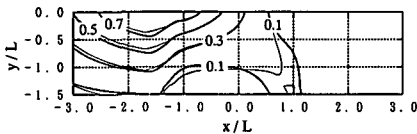
本研究では、これらの条件を用いて（不均質性地盤の透水係数に関する条件はを用いる）、不均質性および来襲波浪の周波数に対するケーソン、マウンドおよび海底地盤の応答特性について考察する。

(1) 鉛直不均質性に対する応答特性

ここでは、式(10)における不均質性のパラメータを変化させることにより、鉛直不均質性に対する応答特性について考察する。鉛直不均質性が強い地盤と弱い地盤について、図-4は、地盤内間隙水圧に関し、図-5は地盤内間隙水圧の測線上分布に関して、均質性地盤との比較を行った。ここに示す変動間隙水圧は、防波堤前面で波が山の位置にあるとき($t=0$)のものである。

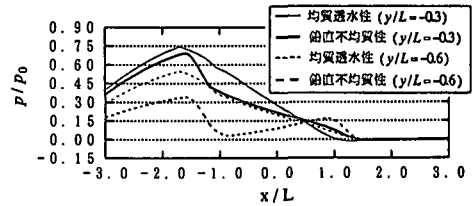


(a) 不均質性が強い場合 ($\alpha=1.6$)

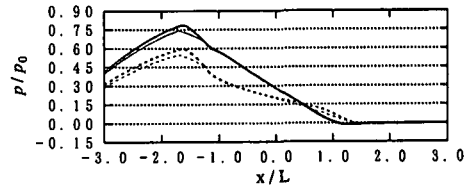


(b) 不均質性が弱い場合 ($\alpha=0.4$)

図-4 地盤内無次元間隙水圧 p/p_0 コンター図



(a) 不均質性が強い場合 ($\alpha=1.6$)



(b) 不均質性が弱い場合 ($\alpha=0.4$)

図-5 測線上無次元間隙水圧分布

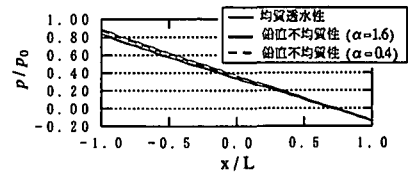


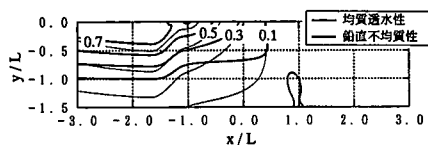
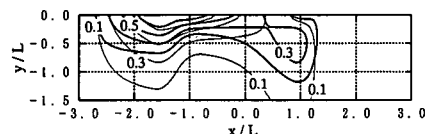
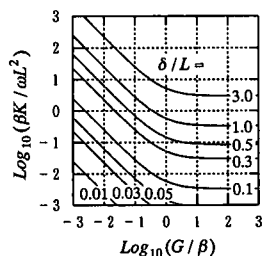
図-6 ケーソン底面に作用する無次元間隙水圧分布

表-2 ケーソンの各振動特性

	均質性	強不均質性 ($\alpha=1.6$)	弱不均質性 ($\alpha=0.4$)
鉛直振動	5.66×10^{-3}	5.78×10^{-3}	5.67×10^{-3}
回転振動	4.00×10^{-1}	3.97×10^{-1}	4.01×10^{-1}
水平振動	2.32×10^{-2}	2.32×10^{-2}	2.32×10^{-2}

不均質性が強い(鉛直方向の減衰が大きい)場合、図-4(a)および図-5(a)に示すように、均質性的場合に比較して、変動間隙水圧の地盤内部への伝播が弱まる。一方、不均質性が小さい(鉛直方向の減衰が小さい)場合、図-4(b)および図-5(b)に示すように、従来の知見と異なり、変動間隙水圧の伝播が防波堤前面域の地盤面近傍で強まるケースが見れる。

図-6は、ケーソン底面(ケーソンとマウンドの接面)に作用する無次元間隙水圧分布を示す。この図より、ケーソン底面に作用する間隙水圧は、海底地盤の不均質性の影響をほとんど受けないことがわかる。また、本モデルは、応答系を各ケーソン振動成分に分離して解析するため、各振動成分の寄与を定量的に評価できる。表-2は、ケーソンの各振動特性について解析した結果を示す。ここに、各振動量は、 $W_0 L^2 / \Delta K$ を用いて無次元化した(W_0 は各振動の速度振幅)。この結果より、ケーソンの各振動特性に対して不均質性の影響はほとんど現れないことが

(a) 周期が長い場合 ($T=15$ s)(b) 周期が短い場合 ($T=6.7$ s)図-7 地盤内無次元間隙水圧 p/p_0 コンター図図-8 境界層厚算定図 ($n=v=1/3$)

分かる。また、全ケースにおいて、鉛直振動の寄与は他の成分に比べて微小であることが分かる。

(2) 来襲波浪の周波数に対する応答特性

ここでは、来襲波浪の周波数特性に対する鉛直不均質性地盤の応答特性について考察する。図-7は、来襲波浪の周期が長い場合と短い場合について、それぞれ海底地盤の応答を解析した結果を示す。ここでは、不均質性の強い地盤 ($\alpha=1.6$) を対象としている。図において、地盤内部への間隙水圧伝播が顕著に現れる防波堤前面域の $-2 \leq x/L \leq -1$ あたりに着目すると、周期の長い波が来襲する場合の方が、鉛直不均質性に起因して間隙水圧伝播性が弱まる傾向が顕著に現れる。すなわち、周期の長い波が来襲するとき、海底地盤の不均質性の影響を大きく受けることを示している。

本理論解析モデルでは、海底地盤の応答解析において、非排水性の外部領域と排水性の境界層領域に分離して解析を行う。このとき、前述したように、不均質透水性の影響は境界層領域に対してのみ及ぼされる。境界層厚は式 (12) に基いて、図-8のように算定することができ、この結果より、来襲波浪の周期が長くなる程、境界層厚が増大することが分かる。すなわち、周期の長い波が来

襲するとき、海底地盤の不均質性の影響を大きく受ける原因として、境界層領域が大きくなることにより、不均質性の影響範囲が広がることが考えられる。

4. ま と め

本研究では、混成堤基礎地盤の波浪応答に関して、鉛直不均質透水性を考慮した理論解析モデルを構築した。このモデルの適用により得られた主な結論を以下に示す。

① 地盤の不均質性が強い場合、均質性の場合に比較して、変動間隙水圧の地盤内部への伝播が弱まる。一方、不均質性が小さい場合、従来の知見と異なり、間隙水圧の伝播が防波堤前面域の地盤面近傍で強まるケースが現れる。

② マウンドの応答に関して、ケーソン底面に作用する間隙水圧は、海底地盤の不均質性の影響をほとんど受けない。また、ケーソンの振動特性に関しても、不均質透水性の影響は現れないことが分かった。このとき、鉛直振動成分は他の振動成分に比較して微小である。

③ 来襲波浪の周波数に対する応答特性として、長周期の波浪が来襲する時、透水性の鉛直不均質性に関して影響を大きく受ける。

参 考 文 献

- 北野利一・溜木弘樹・中野 晋・間瀬 肇 (1998): 鉛直不均質透水性地盤の波浪応答理論, 海岸工学論文集, 第45巻, pp. 871-875.
- 善 功企・山崎宏之・渡辺 篤 (1987): 海底地盤の波浪による液状化および高密度化, 港研報告, 第26巻, 第4号, pp. 125-180.
- 朴 佑善・高橋重雄・鈴木高二朗・姜 閔求 (1996): 波-地盤-構造物の相互作用に関する有限要素法解析, 海岸工学論文集, 第43巻, pp. 1036-1040.
- 由比政年・石田 啓 (1997): 直交異方性海底地盤の波浪応答特性に対する理論解析, 土木学会論文集, No. 572, II-40, pp. 49-61.
- Kumagai, T. (1998): Analytical model of the response of a composite-type caisson breakwater and seabed to waves, Ph. D dissertation, Univ. of California at Berkeley, 150 p.
- Kumagai, T. and M. A. Foda (2000): Analytical model of the response of a composite-type caisson breakwater and seabed to waves, Proc. 27th Coastal Eng. Conf., ASCE (in print).
- Mase, H., T. Sakai, and M. Sakamoto (1994): Wave-induced porewater pressure and effective stresses around breakwater, Ocean Eng., Vol. 21, No. 4, pp. 361-379.
- Mei, C. C. and M. A. Foda (1981): Wave-induced responses in a fluid-filled poro-elastic solid with a free surface - a boundary layer theory. Geophys. J. R. Astr. Soc., Vol. 66, pp. 597-631.