

リーフ上伝播波の周期変化について

—非線形分散波の成分波間エネルギー授受の観点から—

仲 座 栄 三* ・ 津嘉山正光** ・ 川 満 康 智*** ・ 竹 内 理 佳****
渡真利尚樹***** ・ 崎 浜 秀 哉***** ・ 野村幸士郎*****

1. はじめに

非線形分散波理論の展開が進むにつれ、深海から浅海までの波浪変形が精度良く予測できるようになりつつある。最近の多くの研究が、波高や波形をいかに精度良く推定するか、というところに主眼がおかれており、波高変化に比較して周期の変化に関する具体的な検討はあまり見られない。

周期変化が著しく現れる波浪変形としては、天然リーフや人工リーフ上の波の変形が上げられる。リーフ上伝播波の周期が入射波の周期の約 5 割近くまで低下することが、谷本・宇多 (1990) や中山 (1994) によって指摘されている。しかしながら、高山ら (1977, 1987) は、リーフ上伝播波に関する一連の研究の中で、リーフ上伝播波の周期は入射波のそれよりも大きくなる傾向にあることを指摘している。

浅海域では、水運動の非線形作用により、ある周期の波は、それよりも高周波と低周波側に 2 次のオーダーの拘束波を作り出す。その結果、波は岸近くで大きな周期変化を引き起こすものと想定される。間瀬ら (1991) は、非線形分散波理論を用いた数値計算結果から、砕波帯内で周期の増大が生じることを指摘している。

波力や護岸越波などには波高のみでなく、周期の変化も重要であることが、合田 (1973)、合田ら (1975) により示されている。また、豊島・首藤・橋本 (築造基準, 1987) らの波の打上げ高算定図からも波の周期が防災上非常に重要となることが示される。しかしながら、先に述べたとおり、周期変化に関する研究は十分でない。これまで、周期の変化については、波のソリトン分裂やサーフビートの発生などと定性的に結び付けられて議論されることが多かった。本研究ではその点を非線形分散波理論及び実験結果を元に検討するものである。

2. 理論的検討

潜堤の周りの非線形波が Massel (1983) により議論されている。合田・賀川 (1997) 及び Goda (1997) は、一様水深下における非線形 Stokes 波の波峰分裂のメカニズムについて議論している。さらに、合田・岡崎 (1998) は、この理論をステップリーフ上の波の変形に適用し、Massel と同様に、潜堤透過波の波の変形を議論している。これらの展開の中で、合田らが最も注視している点は、水波の非線形性による成分波間のエネルギー授受は生じないとする所である。このことは、「新たな自由波を発生させない」ことを意味していると判断される。

Massel や合田らの理論展開に従えば、リーフ上伝播波の周期は、基本波と高調波の振幅変調により周期的に変動することが容易に想定される。彼らの理論及び実験値との比較では、潜堤透過波は潜堤背後にいくらか伝播した位置で基本波の振幅が低下し、第二拘束高調波の振幅が最大となるため、ゼロアップクロス法などで求めた代表波の周期は潜堤直前で低下し、その後次第に増加することが推定される。

任意地形における波の周期変化や波高変化を調べるには、非線形分散波の成分波間のエネルギー授受を表す結合方程式に基づいて数値解析する必要がある。

Liu ら (1985) 及び喜岡・水谷 (1991)、間瀬ら (1991) によれば、浅海域の波動方程式 (KdV 方程式) は、

$$\zeta_t + C\zeta_x + \frac{C}{4h}h_x\zeta + \frac{3C}{2h}\zeta\zeta_x + \frac{h^2}{6}\zeta_{xxx} = 0 \quad \cdots(1)$$

で与えられる。ここで、 $C=\sqrt{gh}$ 、 h は水深、 ζ 水位変動である。この波動方程式に水位をフーリエ級数表示し、代入すればフーリエ成分波間のエネルギー授受を表す結合方程式が得られる。ところで、この KdV 方程式は、浅海域の浅水変形及び分散関係式を正しく与えない。間瀬ら (1991) は、これらの関係が正しく表示されるように修正した結合方程式の提案を行っている。

間瀬の修正結合方程式では、分散関係式及び浅水変形共に、Stokes 波の適用範囲まで拡張されている。しかしながら、非線形項についてはそのままなので、分散項と非線形項とが釣り合っていない。これに対し、灘岡 (例

* 正会員 工博 琉球大学助教授 工学部環境建設工学科
** 正会員 工博 琉球大学教授 工学部環境建設工学科
*** 正会員 工修 (有) 海岸環境調査研究所
**** (有) 海岸環境調査研究所
***** 琉球大学 工学部環境建設工学科
***** 琉球大学 工学部環境建設工学科
***** 琉球大学 工学部環境建設工学科

えば, 1995) の狭帯域波動方程式は, 一様水深で 2 次のオーダーの非線形を有する Stokes 波を解として持つことが示されている。しかし, これも浅水変形及び分散関係式を十分に表現しているわけでない。

以下においては, 成分波間のエネルギーの授受を詳しく調べることで, 高調波が周期変化に及ぼす影響を考えることにする。まず, 結合方程式を用いて成分波のエネルギーの授受について検討する。式 (1) における水位変動 ζ をフーリエ級数を用いて次のように表す。

$$\zeta = \frac{1}{2} \sum_{n=1} A_n \exp \left(i \left(\int k_n dx - n \omega t \right) \right) + \text{C.C.} \quad \cdots (2)$$

ここで, C.C. は複素共役関数を表す。以下の展開では, 対象がリーフ上伝播となっており, 対象が浅海域ということから, 式 (1) で示される KdV 方程式を基本とする。

簡単にするため, 基本波と第二高調波のみについて考え, 成分波間のエネルギー授受を与える結合方程式を求めると次式を得る。

$$\frac{dA_1}{dx} = -\frac{i}{4} \frac{1}{k_1 h} k_1^2 A_1^* A_2 \exp(i \Delta k x) \quad \cdots (3)$$

$$\frac{dA_2}{dx} = -\frac{i}{4} \frac{1}{k_1 h} k_1^2 A_1 A_1 \exp(i \Delta k x) \quad \cdots (4)$$

ここで, A^* は A の複素共役関数である。また, $\Delta k = k_2 - 2k_1$ であり, k は波数である。この結合方程式の複素共役な関係から, 次式のエネルギー保存則が導ける。

$$|A_1|^2 + |A_2|^2 = \text{const.} \quad \cdots (5)$$

第二高調波は 2 次のオーダーなので, このエネルギー保存則の中では無視すると, $|A_1|^2 \approx a_0^2 = \text{const.}$ とおける。そうすると, 結合方程式の積分が容易に行えて, A_2 の変化が次式のように求まる。

$$A_2(X) = \frac{1}{4} \frac{1}{k_1 h} (k_1 a_0)^2 \frac{1}{\Delta k} \exp[1 - \exp(i \Delta k x)] \quad \cdots (6)$$

よって, 第 2 高調波の振幅は, 空間的に $l = 2\pi/\Delta k$ 周期で振動し, 式 (3) 及び (4) で示すように, 基本波と高調波間で完璧にエネルギーのやり取りを行う。式 (6) から分かるように, 分散効果に比較して, 非線形性が強くなると, エネルギーは高調波へ次々と移っていくことになる。

物理的には, 水運動の非線形性によって基本波から造られた高調波は, 自由波の分散関係式を満たさず, 分散関係を満足する自由波モードの高調波と位相が $\Delta k x \propto k_1 x \cdot (k_1 h)^2$ だけ異なる。そのため, 基本波から生成された高調波は拘束波となり, 対応する振動数を有する成分波の振幅の変調をもたらす。エネルギーは保存されるため, 基本波の振幅はその分だけ増減することになる。また, 基本波から第 2 高調波へのエネルギーの授受は, $(k_1 A_1)^2$ に基づくため, より次数の高い高調波への生成は分散に

より制限される。

深海から浅海へ入射する波は, 基本波と高調波との振幅を浅水変形で増大させる。同時に非線形性により高調波成分がつくられていく。しかしながら, 一次元の浅海域では 3 波共鳴条件を満たさないため, 新たな自由波モードの高調波は形成されず, 拘束モードの高調波が形成される。この拘束高調波は基本波と明確なエネルギー授受を行う。さらに, 波の分散よりも非線形性が遙かに強くなると, 高次の高調波が形成され砕波現象につながる可能性もある。すでに, 合田・岡崎 (1998) は, 砕波の発生位置と高調波の振幅が最大となる個所が一致することを示している。

拘束高調波の位相が一致するところでは Michell (1893) が指摘するような波頂角での砕波に至る可能性がある。また, 崩れ波砕波や巻き波砕波の形式の決定には, この拘束波の位相と振幅が深く関わっていることが示されている (松田, 1996)。

一次元の浅海域では 3 波共鳴条件を満たすことはできない, しかし極浅海域ではその条件が存在し, 非線形作用で新たに造りだされた自由波が存在することになる。

3. 実験結果及び考察

図-1 にスロープを有するリーフ上の規則波の波形変化に関して, 間瀬ら (1991) の修正結合方程式による数値計算値と実験値との比較を示す。実験条件としては, ステップ上水深 15 cm, スロープ勾配 1/20, 基本波周期

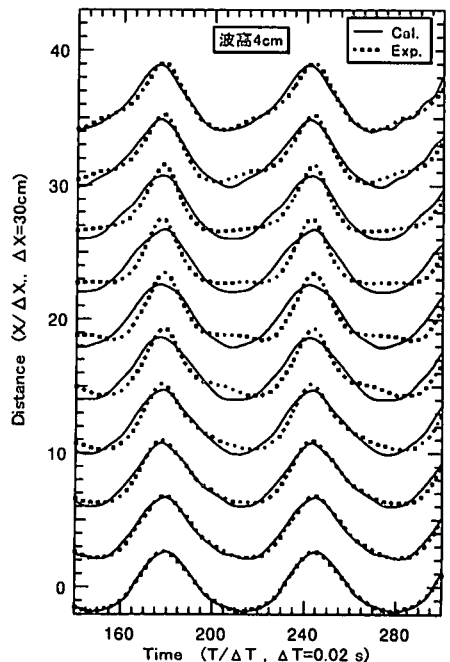


図-1 スロープを有するリーフ上の規則波の波形変化

1.28 秒, 入射波高 4 cm である。計算値は全体的にほぼ良い近似を与えている。しかし、詳細に見ると波峰部の尖りや谷部の扁平さを十分には再現していない。この理由

として、用いたモデル方程式が水深が比較深い場合、非線形性に対して分散性が勝ることや、非線形共鳴条件が満たされるとしていることによるものと判断される。

図-2 に振幅スペクトルの比較を示す。図示のとおり、計算では、実験値と比較し、高調波側のスペクトルの生成が押さえられた結果となっている。

図-3 に人工リーフに関する実験装置の概要を示す。人工リーフは開口部を有し、3 基設置されている。入射波諸元を表-1 に示す。この実験から、人工リーフ透過波の周期変化を調べて見る。図-4 及び 5 に、波 1 に対する波高及び周期の変化を示す。データは、図-3 に示すように、リーフの中心を通る側線と開口部中央を通る側線で得られている。また、比較のために、リーフがない場合の波高及び周期の分布も示してある。先ず、波高の小さい波 1 の場合、リーフと透過波の周期は、開口部、リーフ背後共に、一旦低下するもののある所から増加している。開口部側線のデータは、リーフ上側線に比較し周期変化が穏やかであり、またリーフ無しの場合とほぼ同様な傾向となっている。

図-5 に示す、波 2 の場合、周期低下は波 1 の場合ほどでなく、リーフ無しの場合の変化に近い。図-6 に、有義波周期の 2 倍に対応する周波数でハイパスフィルターを通した後の短周期波について、リーフ上を通る側線にお

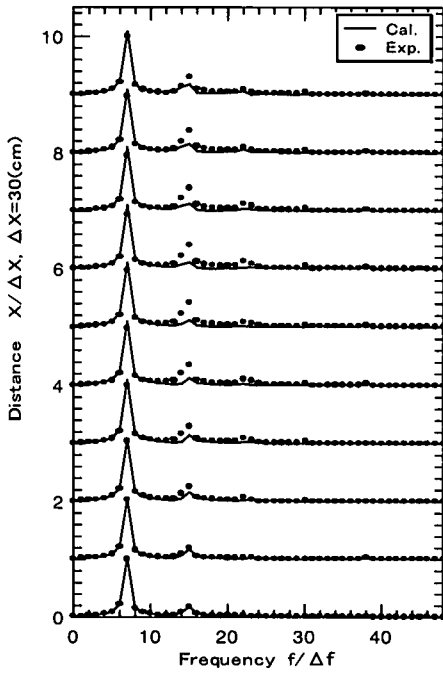
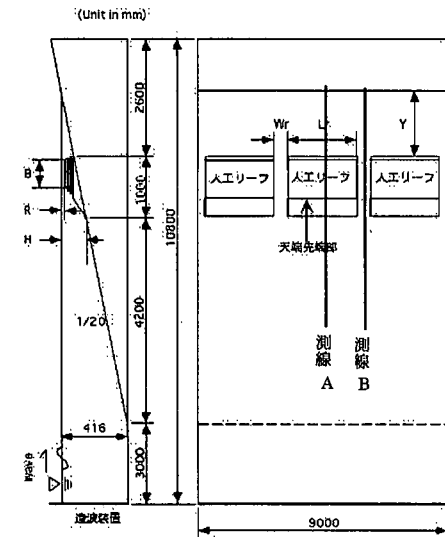


図-2 振幅スペクトルの比較



天端幅 $B=500$, 天端水深 $R=20$, 設置水深 $H=158$
 開口幅 $W_r=500$, 堤長 $L_r=2500$, 離岸距離 $Y=2150$
 前後法面勾配 $1/3$ 単位: mm

図-3 実験装置の概要

表-1 波浪緒元

	波高	周期
波 1	3.0 cm	1.0 s
波 2	12.0 cm	1.2 s

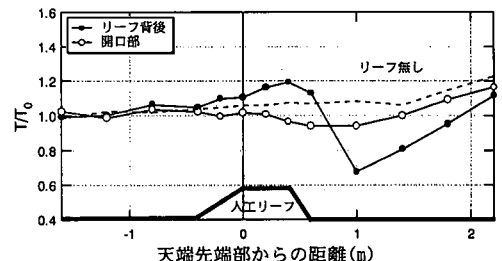
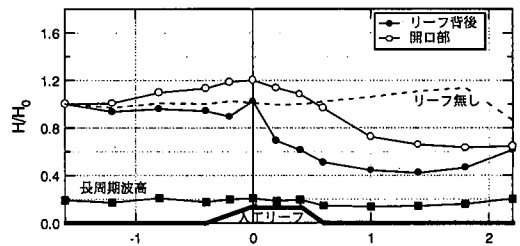


図-4 有義波高と有義波周期の分布 (波 1)

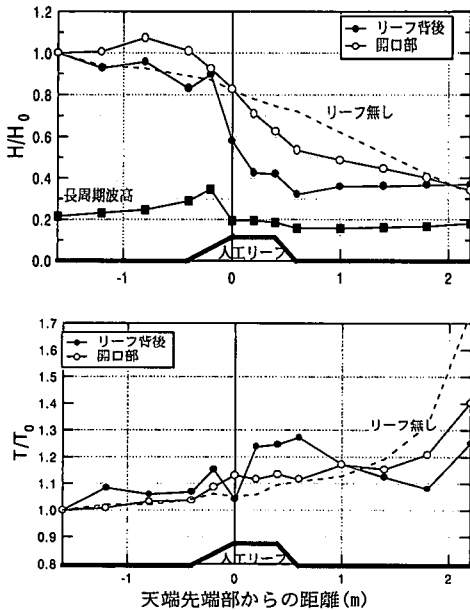


図-5 有義波高と有義波周期の分布 (波2)

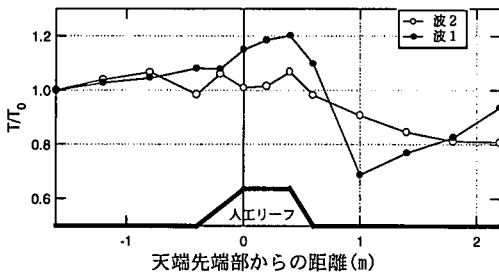


図-6 短周期波の周期分布

ける周期の分布を示す。この場合、波2においても、周期の低下が見られる。ここで、リーフ背後の平均水深 $h=10.0$ cm を基に、前節の理論から、周期低下が最小値を示す位置を高調波の振幅が最大となる位置と見なして求めてみる。この時、基本波の周期としては、有義波周期を用いた。波1については、 $l=0.44$ (m)、波2については $l=0.8$ (m) となる。図-6に示すように、波1についてはほぼ一致する。波2の予測値が悪いのは、水深変化が原因と考えられる。中山 (1993) の実験データにも、人工リーフ透過波の周期が伝播につれて低下し徐々にその傾向が鈍化していくのが読み取れ、ここで示した現象と一致する。

人工リーフ背後や天然リーフ上の護岸高や波の遡上高を算定する場合、堤前面における換算沖波の周期の設定がそれらの値を大きく左右する。例えば、ここに示した人工リーフの実験では、波の遡上高がリーフ有りの場合に大きくなった。豊島・首藤・高橋らの算定グラフから

遡上高を求める場合、人工リーフの設計の手引や中山の実験結果に基づき、周期を入射波の6割程度に落とすのが一般的である。そうすると、遡上高は実験結果に反し相当小さくなるという結果を与える。実際の設計でも同様ことが生じていると考えられ、周期変化に対する詳細検討が実務設計の上から希求の課題といえる。

4. おわりに

波の変形に付随する周期の変化は、波を構成するフーリエ成分波の振幅変動と密接に関連する。そのことが、Massel (1983) の計算からも読み取れる。基本波が造り出す高調波は振幅変動をもたらすのみでなく、代表波の周期の変化をもたらし。

周期の変化については、浅海域では合田・賀川 (1997) が振幅について議論したように、自由波とそれが作る拘束波とのエネルギー授受による複素振幅変動が重要となる。一方、極浅海域では3波共鳴条件が存在するため、分散性と強非線形性とのバランスで生み出されるソリトン分裂が重要となる。例えば、津波などのソリトン分裂がこれにあたる。ここでは、特筆しなかったが、Sub-harmonic 成分として生まれる長周期拘束波は、より初期の段階で (浅海域側で) 共鳴条件を満たす物もあり、Super-harmonic 拘束波より早い段階で自由波に転化する可能性がある。また、砕波帯内において、間瀬・Kerby (1993) は、周波数の2乗に比例する形でエネルギー消散が生じるとしており、この場合、周期はSub-harmonic 成分の寄与も加わり相当大きくなる可能性がある。波1と波2との物理現象の大きな違いは、砕波現象の程度にある。より詳細については、任意形状の海底に対する数値計算結果と合わせて、別途発表する予定である。

謝辞：本研究で用いた実験値や現象説明には、1991年度卒業研究で行った松田建治君 (現：沖縄県庁) の卒業研究論文によるところが大きい。ここに記し、感謝の意を表します。

参考文献

- 海岸保全施設築造基準連絡協議会編 (1987): 海岸保全施設築造基準解説, 全国海岸協会, pp. 78-80.
- 喜岡 渉・水谷幸平 (1991): 傾斜海浜に設置した2列滞堤による波浪制御, 海岸工学論文集, 第38巻, pp. 66-570.
- 建設省河川局海岸課監修 (1992): 人工リーフの設計の手引き, 全国海岸協会, 93 p.
- 合田良実 (1973): 防波堤の設計波圧に関する研究, 港湾技術研究所報告, 第12巻, 第3号, pp. 31-69.
- 合田良実・岸良安治・神山 豊 (1975): 不規則波による防波堤岸の越波流量に関する実験的研究 (1975) 港湾技術研究所報告, 第14巻, 第4号, pp. 39, 31-69.
- 合田良実・賀川真有 (1997): 造波水路内の波峰分裂のメカニズムについて, 海岸工学論文集, 第44巻, pp. 6-10.
- 合田良実・森田耕太・岡崎健一 (1997): 水平ステップ上の砕波

- 限界に関する実験的研究, 海岸工学論文集, 第 44 巻, pp. 66-70.
- 合田良実・岡崎健一 (1998): 矩形ステップ上の非線形波浪干渉と碎波限界, 海岸工学論文集, 第 45 巻, pp. 46-50.
- 高山知司・神山 豊・菊地 冶 (1977): リーフ上の波の変形に関する研究, 港湾技研資料, No. 278, pp. 3-32.
- 高山知司・古川正美・立石義博 (1987): 複断面海岸における護岸超波流量に関する模型実験, 港湾技研資料, No. 592, pp. 3-30.
- 谷本修志・宇多孝明 (1990): サンゴ礁海岸における波・流れ・地形変化に関する研究, 土木研究所報告, 第 181 号, pp. 85-182.
- 中山哲蔵 (1994): 人工リーフの水理特性及び被覆材の安定に関する実験的研究 (その 2), 水産工学研究所技報 (水産土木), 第 16 号, pp. 35-45.
- 灘岡和夫 (1995): 最近の非線形分散性は動理論の新展開, 水工学に関する夏季講習会講義集, 95-B-3, 土木学会水理委員会.
- 間瀬 肇・J. T. Kirby・栗林賢一 (1991): 不規則波の浅水変形モデル—周波数領域における修正 KdV 方程式—, 海岸工学論文集, 第 38 巻, pp. 51-55.
- 間瀬 肇・Kirby, J. T. (1993): 不規則波のハイブリッド型断面 2 次元非線形理論, 土木学会論文集, 第 479 号, II-25, pp. 91-100.
- 松田建治 (1996): 非線形力学から捉えた碎波現象, 水工学研究室, 卒業研究論文, 58 p.
- Beji, S. and Nadaoka, K. (1997): A time-dependent nonlinear mild-slope equation for water waves, Proc. Royal Society of London, Series A, Vol.453, pp. 319-332.
- Goda Y. (1997): Recurring evolution of water waves through nonresonant interactions, Contribution to Waves'97, ASCE, Nov. 3-7, pp. 1-23.
- Liu, P. L.-F., B. Yoon and J. T. Kirby (1985): Nonlinear refraction-diffraction of waves in shallow water, J. Fluid Mech., Vol. 153, pp. 185-201.
- Massel, S. R. (1983): Harmonic generation by waves propagating over a submerged step, Coastal Engineering, pp. 357-380.
- Michell, J. H. (1893): The highest wave of permanent type, Phil. Mag. (ser. 5) 38, pp. 351-358.
- kjelbreia (1959): Gravity waves, Stokes' Third Order Approximation, Tables of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundat.